

神経細胞通信路の通信路容量

Communication Channel Capacity of a Single Neuron

池田思朗 (P)[†], Jonathan H. Manton[‡]

Shiro Ikeda(P) and Jonathan H. Manton

[†] 統計数理研究所[‡]The University of Melbourn

shiro@ism.ac.jp

Abstract— It is widely accepted that neurons transmit information through spikes. Since spike timing is stochastic, neuron communication channel is noisy. And the capacity is one of the fundamental quantity to understand the neural information processing. We have computed the capacity of a single neuron for temporal and rate coding under natural assumption.

Keywords— Neuron Spikes, Channel Capacity

1 はじめに

脳内では神経細胞のスパイクによって情報が伝達されていると考えられる。スパイク列は完全には制御できず確率的に振舞うことが知られている。情報理論の結果から、確率的に振舞う雑音のある通信路を用いた場合、単位時間に伝達できる情報には上限がある。この上限が通信路容量である [8]。本稿では神経細胞を通信路として捉えたときの通信路容量を理論的に求める。

この問題に対しては様々な理論的、実験的に様々な取り組みが行なわれている [6, 3, 11]。理論的な結果に関してはこれまでの結果はいくつかの問題点があった。我々はこれらの問題を解決し、通信路容量を求めたので、本稿ではその結果を中心に述べる [5]。

2 神経細胞通信路

2.1 ISI の分布

スパイク間隔 (ISI) の確率分布は、ガンマ分布によって表現される [2, 4, 9]。 T を ISI とし、ガンマ分布に従うことを $T \sim \Gamma(\kappa, \theta)$ と表す。ガンマ分布はふたつのパラメータを持つ指数型分布族である。パラメータのひとつは形状母数 $\kappa > 0$ であり、もうひとつは尺度母数 $\theta > 0$ である。いくつかの報告によると、個々の神経細胞のスパイク列をガンマ分布で記述した場合、細胞毎には異なる値を持つが、各々の細胞の κ の値は安定している。一方、尺度母数 θ は時々刻々と変化する。

篠本らは [9] 神経細胞をクラス分けするために L_V (local index) と呼ばれる統計量を定義した。その結果、多くの細胞の L_V が 0.3 から 1.2 の間にあることを見つけている。もし T がガンマ分布に従っているとする

ならば $\overline{L_V} = 3/(2\kappa + 1)$ が成り立つ。篠本らの結果は κ が [0.75, 4.5] の区間に存在することを示唆している。

2.2 神経細胞と通信路容量

通信路容量を定義する。 X を通信路への入力とし、 Y を出力としよう。なお $X \in \mathcal{X} \subseteq \mathbb{R}$ は 1 次元の確率変数とする。通信路は確率分布 $p(y|x)$ で定義され、通信路容量は X と Y の相互情報量の上界としては以下のように定義される。

$$C = \sup_{p \in \mathcal{P}} I(X; Y)$$

$$I(X; Y) = \int_{x \in \mathcal{X}} \int_{y \in \mathcal{Y}} p(x)p(y|x) \log \frac{p(y|x)}{p(y)} d\mu(y)d\mu(x),$$

$$\text{where } p(y) = \int_{x \in \mathcal{X}} p(x)p(y|x) d\mu(x).$$

ここで $\mu(x)$ と $\mu(y)$ は X と Y の適切な測度を表すものとする。通信路モデル $p(y|x)$ は調整できるものではないため、 $I(X; Y)$ は入力分布 $p(x)$ の関数である。神経細胞通信路における X と Y はどのように定義すればよいだろう。前に各細胞の κ は一定だと定義した。したがって、入力となりうる変数は尺度母数 θ のみである。この θ が X の役割を担うとする。 T の密度関数は

$$p(\tau|\theta; \kappa) = \left(\frac{\tau^{\kappa-1}}{\theta^\kappa} \right) \frac{\exp[-\tau/\theta]}{\Gamma(\kappa)}, \quad \kappa, \theta > 0, \tau \geq 0,$$

ここで θ は確率変数であり、 κ がパラメータである。 T の期待値は $\bar{T} = \kappa\theta$ とかける。

入力 θ の確率分布のクラス \mathcal{P} を考える。 ISI の期待値は $\kappa\theta$ である。神経細胞はあまり高頻度では発火できないし、細胞が発火しないならば細胞が働いていないことになるから θ がある範囲に存在するというのは自然な仮定である。以下の条件を考える。

$$a_0 \leq \bar{T} = \kappa\theta \leq b_0, \quad \text{where } 0 < a_0 < b_0 < \infty.$$

本論文では a_0 は 5 msec, b_0 は 50 msec とする。 κ が定数であるから、 θ の確率分布の台は $\Theta(\kappa) = \{\theta \mid a_0/\kappa \leq \theta \leq b_0/\kappa\}$ に限定される。 \mathcal{P} は $\Theta(\kappa)$ を台とする全ての確率分布とする。

神経細胞通信路における出力 Y がなにかを考える。脳科学では主に二つの立場がある。ひとつは ISI, T そ

のものが Y だとする時間符号化 (temporal coding), もうひとつはある決められた時間内のスパイク頻度を Y とする頻度符号化 (rate coding) である. どちらの符号化を用いるかによって前に定義した相互情報量の形は異なるし, 通信路容量は異なる. 本稿ではそれぞれを別々に扱うことにする.

3 理論的な結果

3.1 通信路容量を達成する分布

一般に, 通信路の容量を解析的に求めることは難しい. しかし様々な通信路において最適な入力分布が離散になることが知られている [1, 7, 10]. 本稿で考えている神経細胞通信路においても, 容量は解析的に求まらないが, 通信路容量を達成する θ の分布が存在し, それが離散分布となることは示せる. これは時間符号化, 頻度符号化の双方においてそれぞれ成り立つ.

これまで情報理論で得られている結果をそのまま神経細胞通信路に用いることはできない. そのため新たな証明を行なったが, 証明は煩雑になるため論文を参照されたい [5]. 結果だけを示す.

定理 1 (時間符号化の通信路容量) 条件 $\theta \in \Theta$ の下で, 時間符号化を用いた場合, 神経細胞通信路の容量を達成する分布は有限個の点をもつ離散分布となる.

定理 2 (頻度符号化の通信路容量) 条件 $\theta \in \Theta$ の下で, 頻度符号化を用いた場合, 神経細胞通信路の容量を達成する分布は有限個の点をもつ離散分布となる.

4 数値実験

4.1 数値実験の結果

それぞれの符号化において, 通信路容量を達成する入力分布が有限個の点を持つ離散分布になることが示された. しかし, その離散分布の確率が正となる点の位置と確率については何も与えられていない. そこで数値実験によって容量を求めた.

図 1 (左) は時間符号化に対して図 1 (右) は頻度符号化に対して κ を変化させながら容量を計算した結果である. 頻度符号化では時間窓 Δ を決める必要がある. ここでは Δ を 25 msec と設定した.

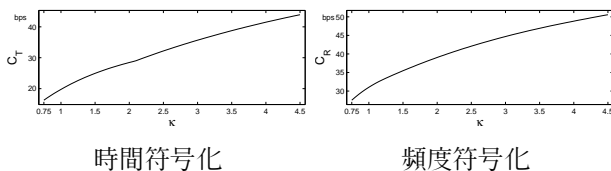


図 1: 時間符号化 (左) と頻度符号化 (右) のレート.

5 考察

神経細胞による情報の伝搬は脳の情報処理のなかで基本的な情報処理である. 本稿では ISI の分布をガンマ

分布で記述し, ISI 自体が情報を伝達する時間符号化と単位時間内のスパイクの数で情報を伝達する頻度符号化の両方を扱った. 数値実験の結果, 典型的な神経細胞では 100 bps 未満の情報しか送れないことが示された. これは生理学的に得られている結果と同程度である [3].

参考文献

- [1] I. C. Abou-Faycal, M. D. Trott, and S. Shamai (Shitz) (2001) “The capacity of discrete-time memoryless Rayleigh-fading channels,” *IEEE Trans. Inform. Theory*, 47(4):1290–1301.
- [2] S. N. Baker and R. N. Lemon (2000) “Precise spatiotemporal repeating patterns in monkey primary and supplementary motor areas occur at chance levels,” *J. Neurophysiol.*, 84:1770–1780.
- [3] A. Borst and F. E. Theunissen (1999) “Information theory and neural coding.” *Nature Neurosci.*, 2(11):947–957.
- [4] K. Ikeda (2005) “Information geometry of interspike intervals in spiking neurons,” *Neural Comput.*, 17(12):2719–2735.
- [5] S. Ikeda and J. H. Manton (2009) “Capacity of a single spiking neuron channel,” *Neural Comput.*, 21(6):1714–1748.
- [6] D. M. MacKay and W. S. McCulloch (1952) “The limiting information capacity of a neuronal link,” *Bull. Math. Biophys.*, 14:127–135.
- [7] S. Shamai (Shitz) (1990) “Capacity of a pulse amplitude modulated direct detection photon channel,” *IEE Proc.*, 137(6):424–430.
- [8] C. E. Shannon (1948) “A mathematical theory of communication,” *The Bell System Tech. J.*, 27:379–423 and 623–656.
- [9] S. Shinomoto, K. Shima, and J. Tanji. Differences in spiking patterns among cortical neurons. *Neural Computation*, 15(12):2823–2842, 2003.
- [10] J. G. Smith (1971) “The information capacity of amplitude- and variance-constrained scalar Gaussian channels,” *Inform. and Contr.*, 18:203–219.
- [11] R. B. Stein (1967) “The information capacity of nerve cells using a frequency code,” *Biophys. J.*, 797–826.