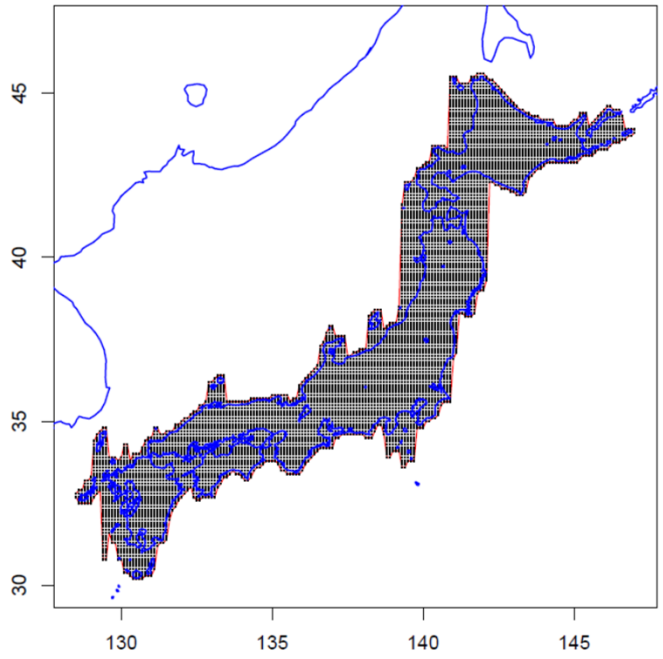
階層的時空間ETASモデルなどによる短期・中期の地震確率予測と検証評価

Prediction and validation of short- and medium-term earthquake probabilities using a hierarchical space-time ETAS（HIST-ETAS) models, etc

尾形良彦 （統計数理研究所）

Yosihiko Ogata,

The Institute of Statistical Mathematics



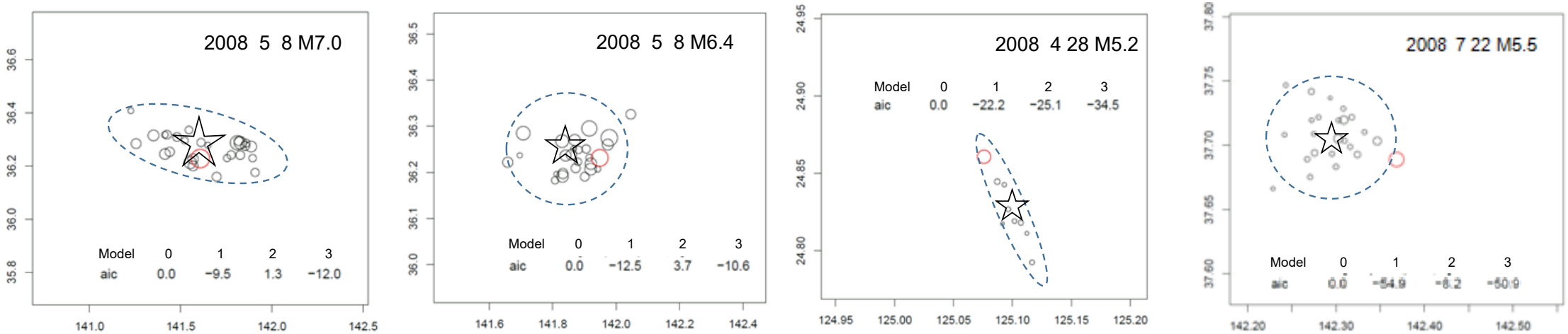
Space-time ETAS model (Ogata, 1998, *AISM*)

地震活動度　常時活動度　余震的トリガー効果強度

$$\lambda(t,x,y\,|\,H_t) = \mu(x,y) + \sum_{\{j:t_j<t\}} \frac{K_0}{(t-t_j+c)^p}\left\{\frac{(x-\bar{x}_j,\, y-\bar{y}_j)\,\bar{S}_j\begin{pmatrix} x-\bar{x}_j \\ y-\bar{y}_j \end{pmatrix}}{e^{\alpha M_j}} + d\right\}^{-q}$$

M≧4地震予測数／日／度^2
H_t は時刻 t 前の発生履歴情報

震央座標 (x_j, y_j) や分散共分散 行列 S_j は，一定の大きさ（例えば M ≧ 5）以上の地震について，全ての検出 地震群から、準リアルタイム（例えば 1 時間以内）でセントロイド型に補正するか否かは AICで判定。



階層的時空間ETASモデル

地震活動度　常時活動度　余震的トリガー強度

$$\lambda(t,x,y\,|\,H_t)=\mu(x,y)+\sum_{\{j:t_j<t\}}\frac{K_0(x_j,y_j)}{(t-t_j+c)^{p(x_j,y_j)}}\left\{\frac{(x-\bar{x}_j,\,y-\bar{y}_j)\,\bar{S}_j\begin{pmatrix}x-\bar{x}_j\\ y-\bar{y}_j\end{pmatrix}}{e^{\alpha(x_j,y_j)M_j}}+d\right\}^{-q(x_j,y_j)}$$

M≧4地震予測数／日／度^2

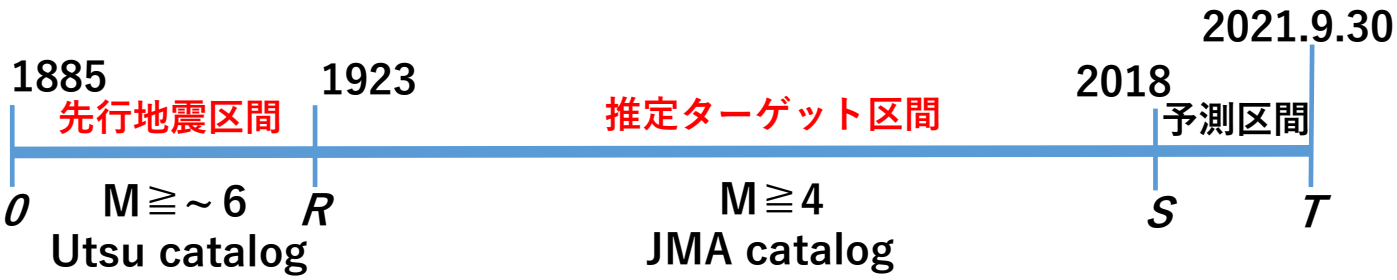
H_t は時刻 t 前の発生履歴情報

それぞれ2018年までの震源データに対して最小ABIC法で推定

$$ABIC=(-2)\max_{w}\left\{\log 事後分布(w)\right\}+2\times\dim(w);\quad w=超パラメタ（重みvector,\ \mathbf{2}\ \text{or}\ \mathbf{5})$$

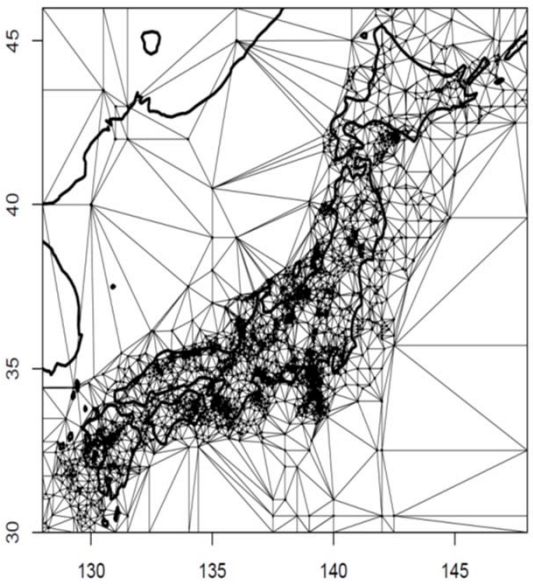
(1) HIST-ETAS5paモデル： 上記の式右辺で ***α, p, q*** が**位置座標に依存**する場合（制約の重みは5次元ベクトル）

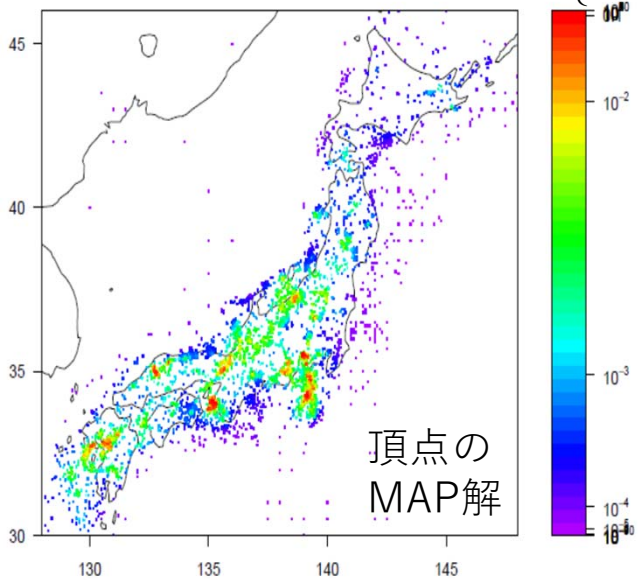
(2) HIST-ETAS-μk モデル： 上記の式右辺で ***α, p, q*** が**定数**の場合（制約の重みは２次元ベクトル）

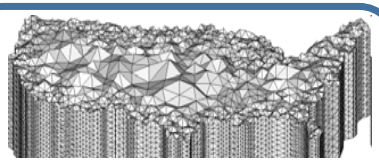


内陸部 HIST-ETAS 常時地震活動度（推定期間データ 1926 ~1995; M≧4.0）

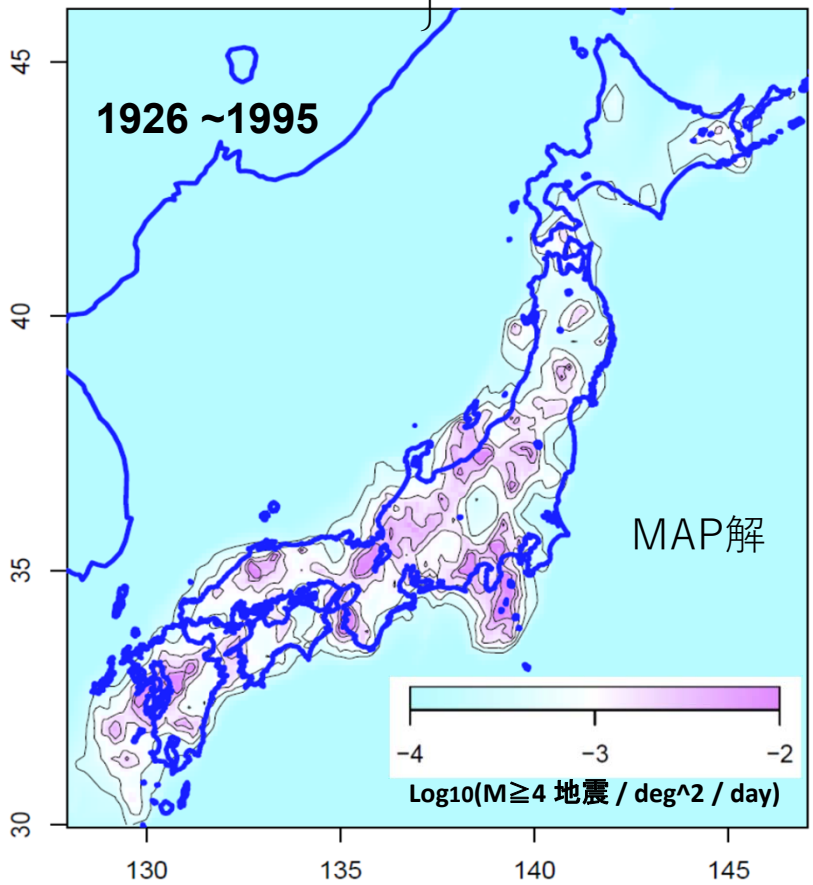
$$\lambda(t,x,y\mid H_t)=\mu(x,y)+\sum_{\{j;t_j<t\}}\frac{K_0(x_j,y_j)}{(t-t_j+c)^p}\left\{\frac{(x-x_j,\,y-y_j)\,S_j\begin{pmatrix}x-x_j\\ y-y_j\end{pmatrix}}{e^{\alpha(M_j-M_c)}}+d\right\}^{-q}$$

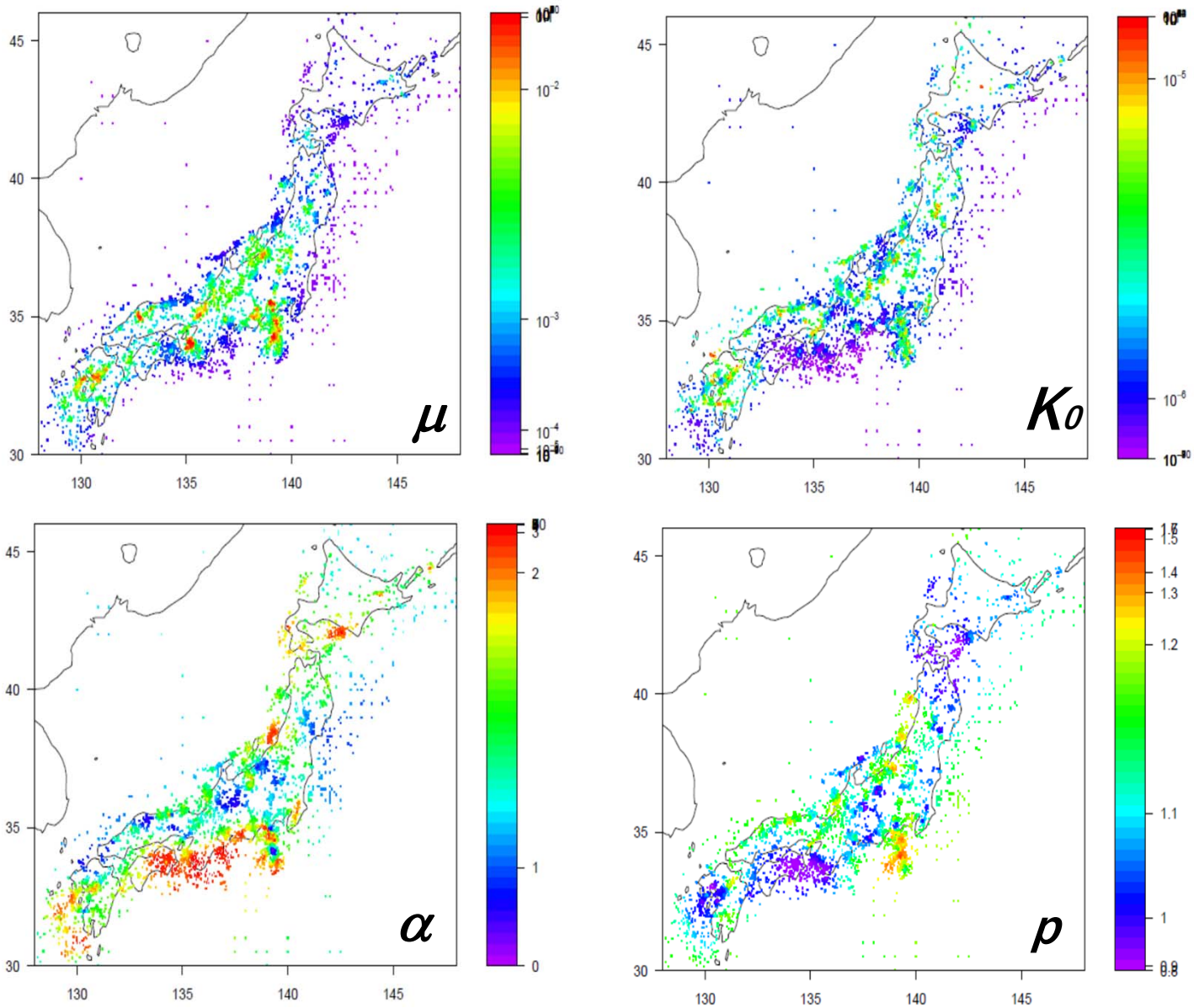






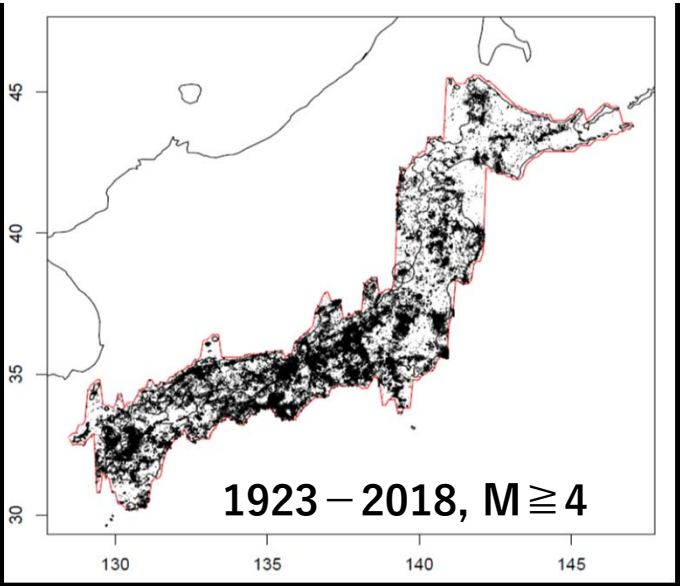
局所線形関数



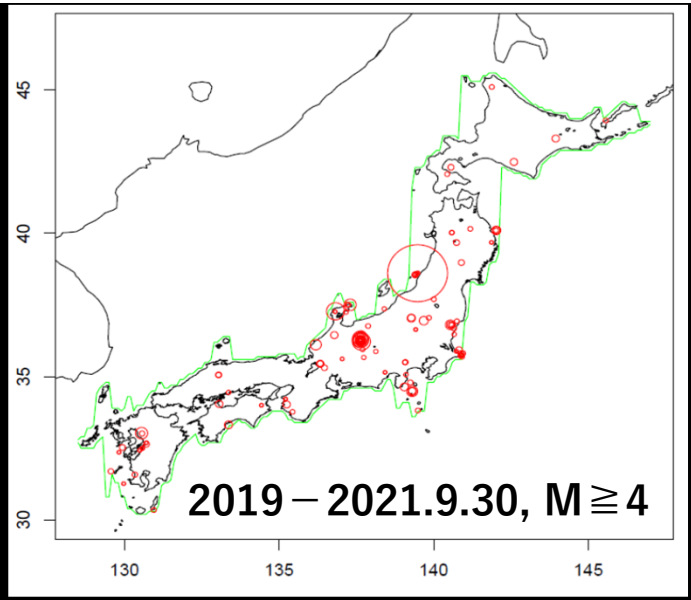


HIST-ETS-mKより
HISTETAS-5paの方が
ABICに基づく当て嵌まりが良い。

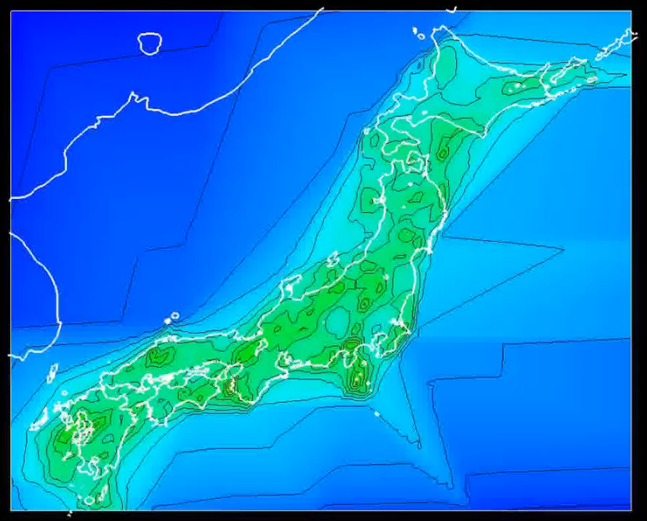
しかし、MAP予測が良い結果
になるとは限らない

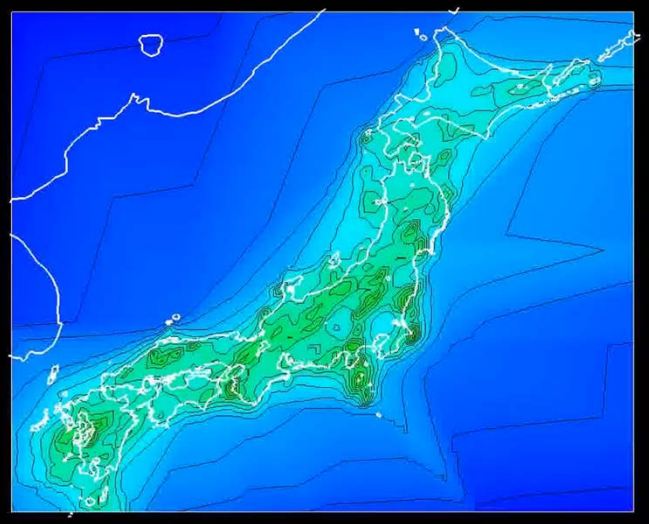


Time : 1885.03.20 13:00:00.00



Time : 2019.01.26 14:16:33.00





定常（時間）非一様（空間）モデル

中期・長期予測にも使う。

$$\lambda(t,x,y\,|\,H_t) = \lambda(x,y)_{\,per\,day}\,,\ 1923 \le t_{year} \le 2018$$

(3) 内陸部 一様 Poissonモデル

$$\lambda(x,y) = \begin{cases} \hat{\lambda}_{inland} & \text{if}\,(x,y) \in \text{inland} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

非一様 Poisson モデル

(4) $\lambda(x,y) = \hat{\lambda}(x,y),$

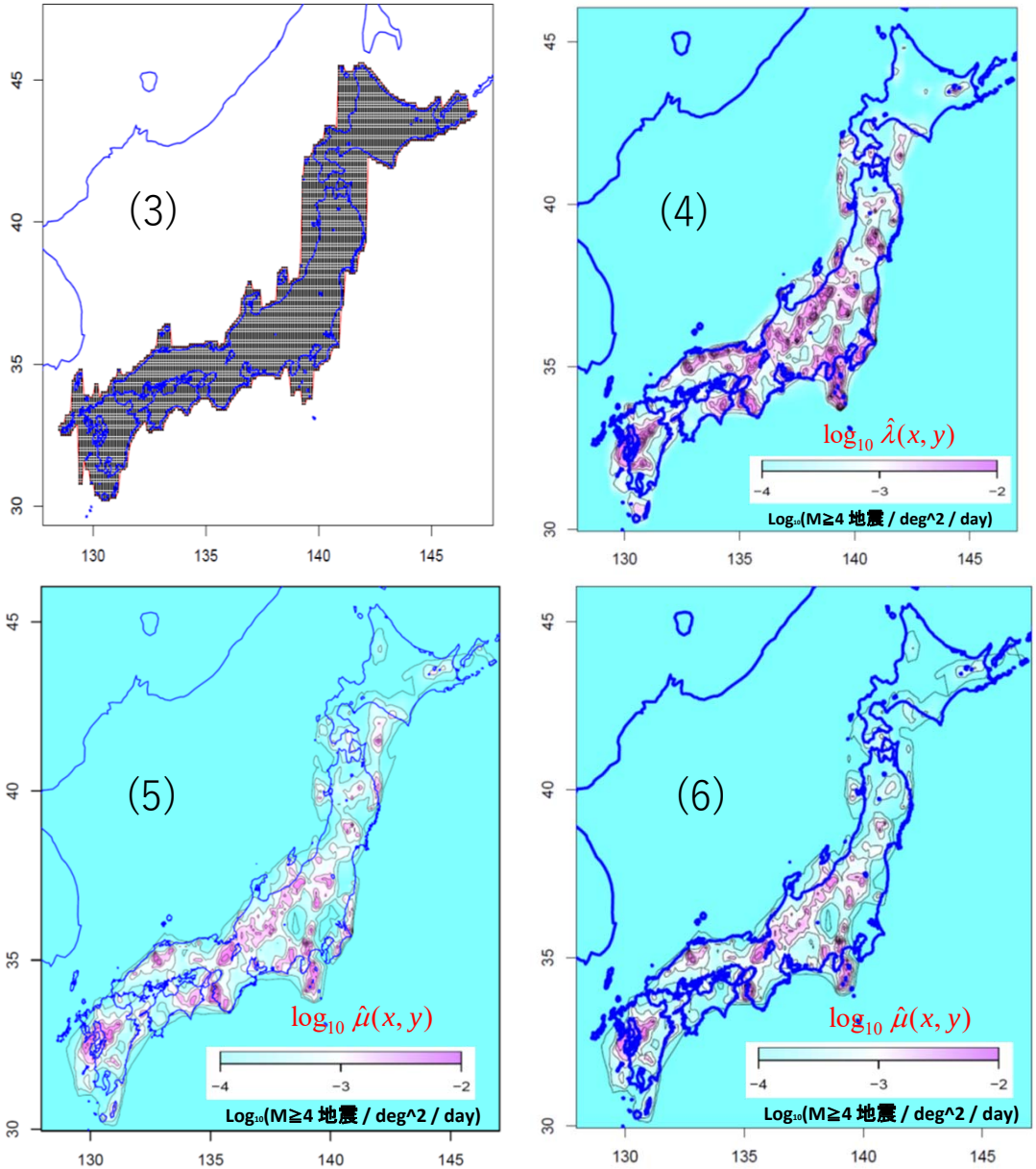
ABIC最小で求めたMAP解

(5) $\lambda(x,y) \propto \hat{\mu}_{\mu M}(x,y),$

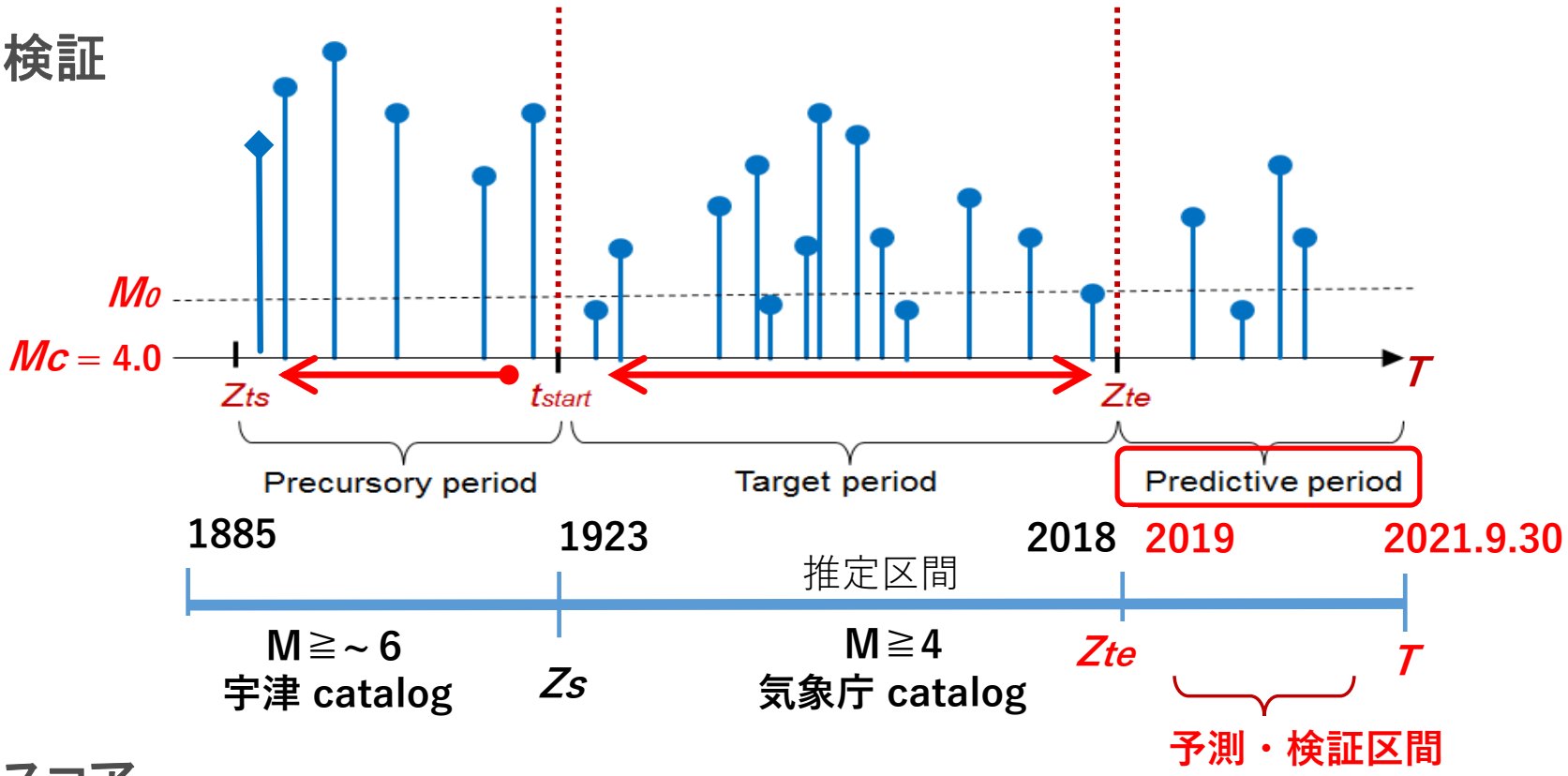
HIST-ETAS-μK モデルの常時活動度

(6) $\lambda(x,y) \propto \hat{\mu}_{5pa}(x,y),$

HIST-ETAS-5pa モデルの常時活動度



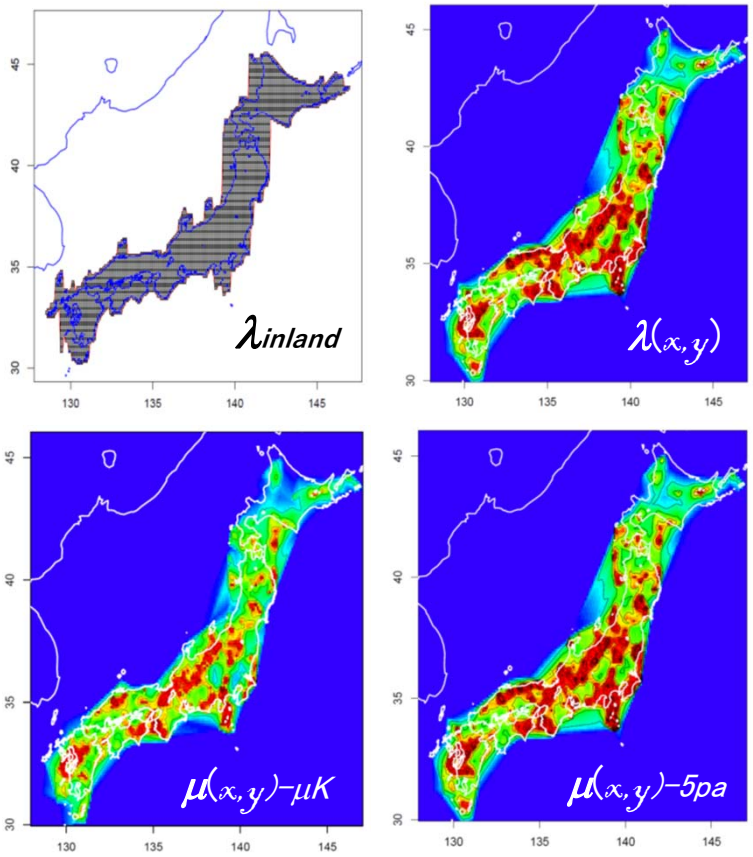
予測結果の検証



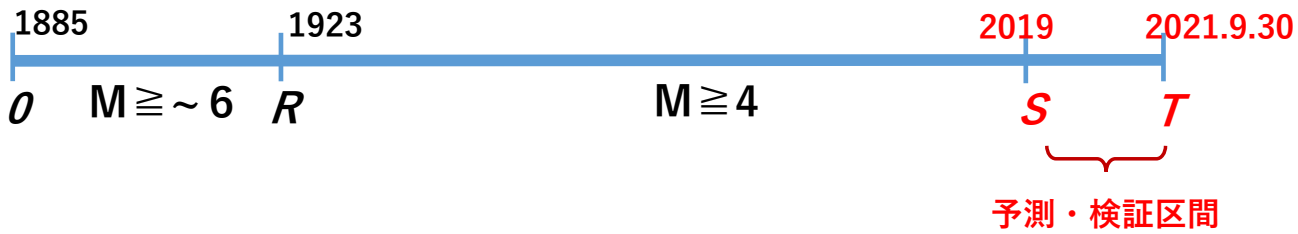
対数尤度比スコア

$$\log L(\theta; Z_{te}, T, M_0) = \sum_{Z_{te} < t_i < T;\ M_i \geq M_0} \log \lambda_\theta(t_i, x_i, y_i, M_i \mid H_{t_i}) - \int_{M_0}^{\infty} \int_{Z_{te}}^{T} \iint_{Area} \lambda_\theta(t, x, y, M \mid H_t)\, dx\, dy\, dt\, dM$$

短期予測の対数尤度 score: $\ln L(S, T, Mc \mid \mathrm{M} \geqq 4.0 \text{ events})$



時空間点過程モデル 地震数(2019-2021.sept)	Mc4.0 126	Mc4.5 42	Mc5.0 12	Mc5.5 3
HIST-ETAS-5pa	638.7	276.6	55.8	-3.9
HIS-TETAS-μk	551.2	252.5	49.9	-3.2
λ_{inland}: **内陸部 一様 Poisson**	0.0	0.0	0.0	0.0
$\lambda(x,y)$: **非一様 Poisson**	157.9	105.6	41.7	9.3
$\mu(x,y)$-**Poisson** (HIST-ETAS-**5pa**)	64.7	85.2	36.3	8.3
$\mu(x,y)$-**Poisson** (HIST-ETAS-**μK**)	111.5	91.5	35.3	7.9

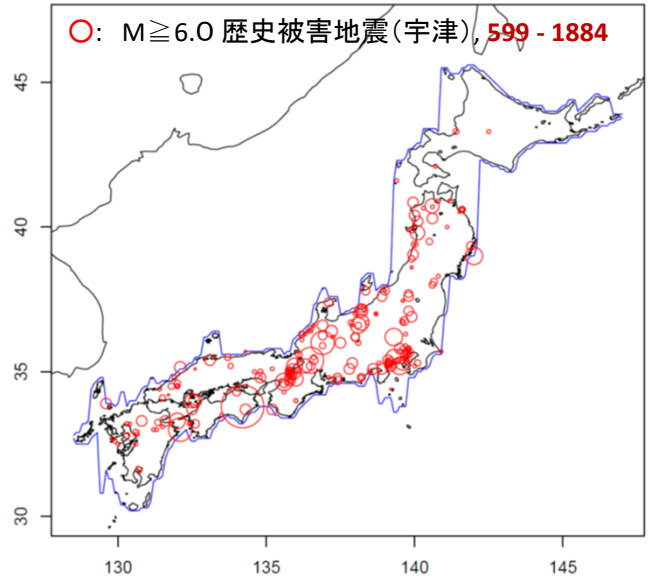


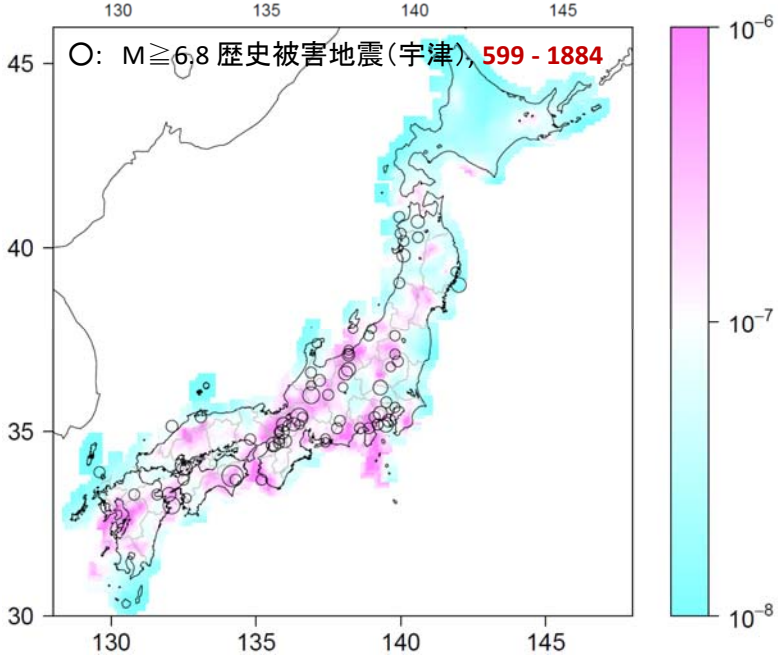
Spatial probability density; log-likelihood score

$$\log L(\hat{\lambda};\, Area, M_c) = \log \prod_{i=1}^{N} \frac{\hat{\lambda}(x_i, y_i, M_i)}{\int_{M_c}^{\infty} \iint_{Area} \hat{\lambda}(x, y, M)\, dx\, dy dM}$$

ただし $\hat{\lambda}$ は下記モデル

$\{(x_j, y_j, M_j);\ M_j \geq M_c\}$ は被害歴史地震 (古代~1884) の配置





Utsu Historical data;					
magnitude thresholds	Mc 4.0	Mc 6.0	Mc 6.5	Mc 7.0	Mc 7.5
number of events	206	185	101	50	8
non-homogeneous (4)	-911.4	-828.0	-411.4	-233.3	-36.4
HIST-ETAS-μK Background (5)	-826.4	-746.8	-412.2	-207.2	-33.7
HIST-ETAS-5pa Background (6)	-820.4	-739.4	-408.1	-205.8	-34.8
uniform in inland Japan(3)	-881.6	-791.7	-432.2	-214.0	-34.2
uniform in all Japan region	-1210.8	-1087.4	-593.7	-293.9	-47.0

まとめ

１．内陸部直下型の地震予測を議論した（海域を含む全日本の予測でも可能である）。

２．2019年以前の宇津カタログと気象庁震源データに基づき、その後の期間の予測との評価を「**対数尤度スコア**」で行い、短期・中期予測の結果の評価した。

３．最近2年9ヶ月間の短期予測結果はHIST-ETAS-5paモデルがM4.0からM5.0までの全ての下限マグニチュードの地震に対する予測結果が一番優れておりHIST-ETAS-μKモデルがそれに次ぐ。それ以上のマグニチュードでは評価すべき予測の地震数が足りない。

４．中期予測に限れば「定常非一様ポアソン」モデルが「内陸部一様」のポアソンモデルより遥かに優れている。

５．過去に向かって長期予測を考えるとHIST-ETAS5paモデルの常時地震活動度（μ値）が優れている。

６．　（次課題）HIST-ETASモデルによる中期予測