

連続最適化および関連分野に関する夏季学校 2026

松井担当講義
演習

東京科学大学 松井 知己

時間割

松井担当講義(とポスターセッション)

1 日目: 9 月 1 日 (火)

13:00--13:05 オープニング

13:05--14:05 講義

14:15--15:15 講義

15:25--16:25 講義

16:35--17:05 演習

(17:20--19:00 ポスターセッション ―現地のみ―)

2 日目: 9 月 2 日 (水)

10:00--10:30 演習

10:40--11:40 演習の発表・解説および総括

11:40--13:30 休憩

演習問題

[1] 下記の主張に関する「Farkasの補題」のような主張を作りなさい。「どうやって考えた」あるいは「なぜ正しそうか」の話をしてください。証明は、「両方は成り立たない」に対応する部分はきちんと書いてください。「少なくとも1つ成り立つ」の部分は、だいたいのアイデアで十分です。線形計画の基本定理を使って良いとします。

(1) $Ax < b$

(2) $Ax \leq b, c^T x < d$

(3) $Ax \leq b, Ax \neq b$

(4) $Ax \leq b, x \geq 0$

(5) $Ax = b, x > 0$

(6) $Ax = b, x \geq 0, x \neq 0$

[2] P: $\max c^T x$ s.t. $Ax \leq b$, D: $\min. y^T b$ s.t. $y^T A = c^T, y \geq 0$.

線形計画の基本定理を使って良いとしたとき、Farkasの補題を使って、上記の主双対問題に対する強双対定理を証明してください。

(調べてみよう) 線形計画の基本定理を使わずに、Farkasの補題を使って、強双対定理を証明してください。

松井のOR記事(2000)は、
誤記があります！

演習問題

注1: ベクトル間の不等式 $p < q$ は、 $p_i < q_i$ ($\forall i$) の意味。

注2: 例えば下記も『Farkasの補題のような主張』とする。

(1) PとDの内、丁度1つだけが必ず解を持つ

$$P: A^{(1)}x \leq b^{(1)} \text{ または } A^{(2)}x \leq b^{(2)}$$

「または」もOK

$$D: y^T A^{(1)} = 0^T, y^T b^{(1)} < 0, z^T A^{(2)} = 0^T, z^T b^{(2)} < 0$$

(2) P1,P2,P3内、丁度1つだけが必ず成り立つ

$$P1: A^{(1)}x \leq b^{(1)}, A^{(2)}x \leq b^{(2)}$$

$$P2: y^T A^{(1)} = 0^T, y^T b^{(1)} < 0$$

$$P3: A^{(1)}x \leq b^{(1)}, z^T A^{(2)} = 0^T, z^T b^{(2)} < 0$$

「○個の内丁度1つ」
もOK

