

# データベースによる地震の予測など

尾形良彦

統計数理研究所

共同研究; 庄建倉、桂康一、熊澤貴雄、野村俊一、  
近江崇弘、他、の地震予測解析グループ



## 点過程とは

突発的な事象の発生時刻や発生場所や規模（スカラー）や各種属性（ベクトル）などを、時間・空間・時空間上に発生を示す事象を数学的に「点」として記述する確率過程。

### 時間軸上の点過程の事象例

#### 災害

地震  
噴火  
火事  
山火事  
地滑り  
洪水  
犯罪  
事故

#### 故障・事件

システム  
ハードウェア  
ソフト・バグ  
疾患  
死亡  
感染症  
誤信号  
破産・倒産

#### サービス

通信（SNS）  
予約解約  
顧客到着  
交通渋滞  
金融取引  
保険

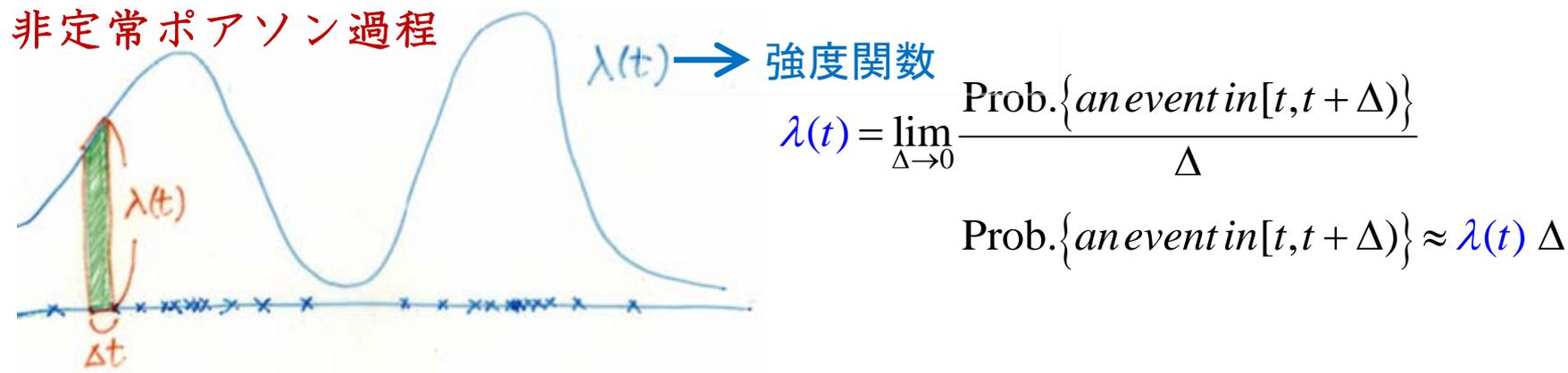
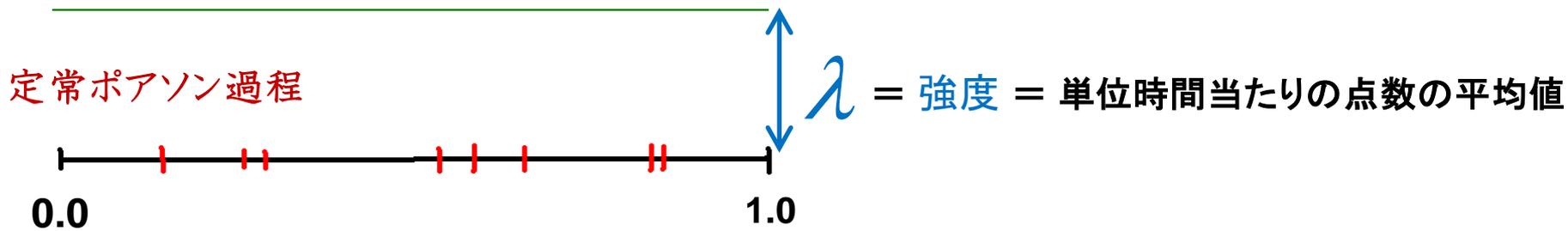
#### 情報

神経spikes  
心拍  
メール  
インターネット  
異常現象  
異常値

# 地震震源カタログ データベース

年	月	日	時	分	秒	経度	緯度	深さ	Mag
2011	3	11	14	46	18.12	142.8610	38.1035	23.74	9.0
2011	3	11	14	50	7.94	139.1827	34.3835	10.13	4.7
2011	3	11	14	51	20.56	142.2375	37.3107	33.00	6.8
2011	3	11	14	54	31.32	141.3532	37.5080	34.12	6.1
2011	3	11	14	54	42.13	140.5815	36.7133	9.53	5.7
2011	3	11	14	54	42.18	137.6905	36.5537	0.00	4.1
2011	3	11	14	55	3.69	137.5893	36.2530	2.70	2.7
2011	3	11	14	55	53.47	141.7728	36.4925	55.00	6.0
2011	3	11	14	55	54.19	139.1123	34.3173	11.18	3.5
2011	3	11	14	56	23.78	137.6860	36.1132	5.88	2.7
2011	3	11	14	57	1.12	137.6117	36.4700	0.23	3.3
2011	3	11	14	57	1.13	141.1218	37.4020	22.13	5.2
2011	3	11	14	57	17.71	137.5817	36.2495	2.29	4.7
2011	3	11	14	57	20.29	130.2267	33.7130	6.09	2.8
2011	3	11	14	57	25.93	142.3468	39.2083	31.94	5.7
2011	3	11	14	57	33.82	137.5773	36.2560	2.76	3.4
2011	3	11	14	58	5.58	141.9338	37.6890	35.20	6.6
2011	3	11	14	58	15.06	139.2237	34.2955	0.00	2.9
2011	3	11	14	58	22.52	137.5712	36.2628	2.21	2.6
2011	3	11	14	59	4.13	137.5737	36.2608	2.22	2.5
2011	3	11	14	59	9.14	139.1357	34.3165	10.35	3.2
2011	3	11	14	59	18.06	137.6223	36.5062	2.35	3.2
2011	3	11	14	59	28.66	139.1968	34.2832	9.77	3.3

# 点過程への「強度」によるアプローチ



履歴付き点過程

条件付強度関数

$$\Pr\{N(t, t + \Delta t) = 1 \mid F_t\} = \lambda(t \mid F_t) \Delta t + o(\Delta t)$$

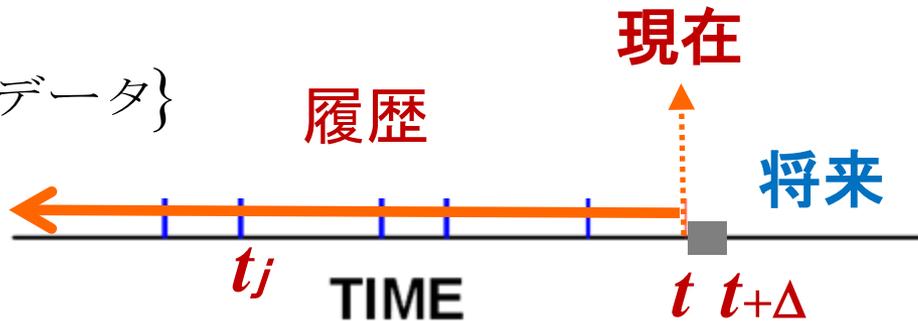
$$F_t = \{t_j; t_j < t, \text{発生履歴その他のデータ}\}$$

$$\lambda(t \mid F_t) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{\text{Prob.}\{an\ event\ in\ [t, t + \Delta) \mid F_t\}}{\Delta}$$

$$\frac{\Pr_{\theta} \{ \text{an event in } [t + \Delta t] \mid F_t \}}{\Delta t} \approx \lambda_{\theta}(t \mid F_t)$$

条件付強度関数モデル

$F_t = \{t_j; t_j < t, \text{ 発生履歴のデータ}\}$



事象時刻データ  $\{t_1, t_2, \dots, t_n\}$

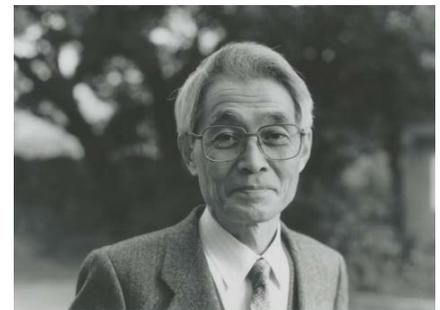
対数尤度

$$\log L_{[S, T]}(\theta) = \sum_{S < t_i < T} \log \lambda_{\theta}(t_i \mid H_{t_i}) - \int_S^T \lambda_{\theta}(t \mid H_t) dt$$

→ 最大化(最尤法)  $\Rightarrow \hat{\theta}$  最尤推定値

赤池情報量基準

$$AIC = (-2) \max_{\theta} \log L_{[S, T]}(\theta) + 2 \dim(\theta)$$



# Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) model

$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{\{j:t_j < t\}} e^{\alpha M_j} \nu(t - t_j)$$

$t_j$ : 地震  $j$  の発生時刻

$M_j$ : 地震  $j$  のマグニチュード

パラメータ ( $\mu, K, c, p, \alpha$ )

$$\nu(t) = \frac{K}{(t + c)^p}$$

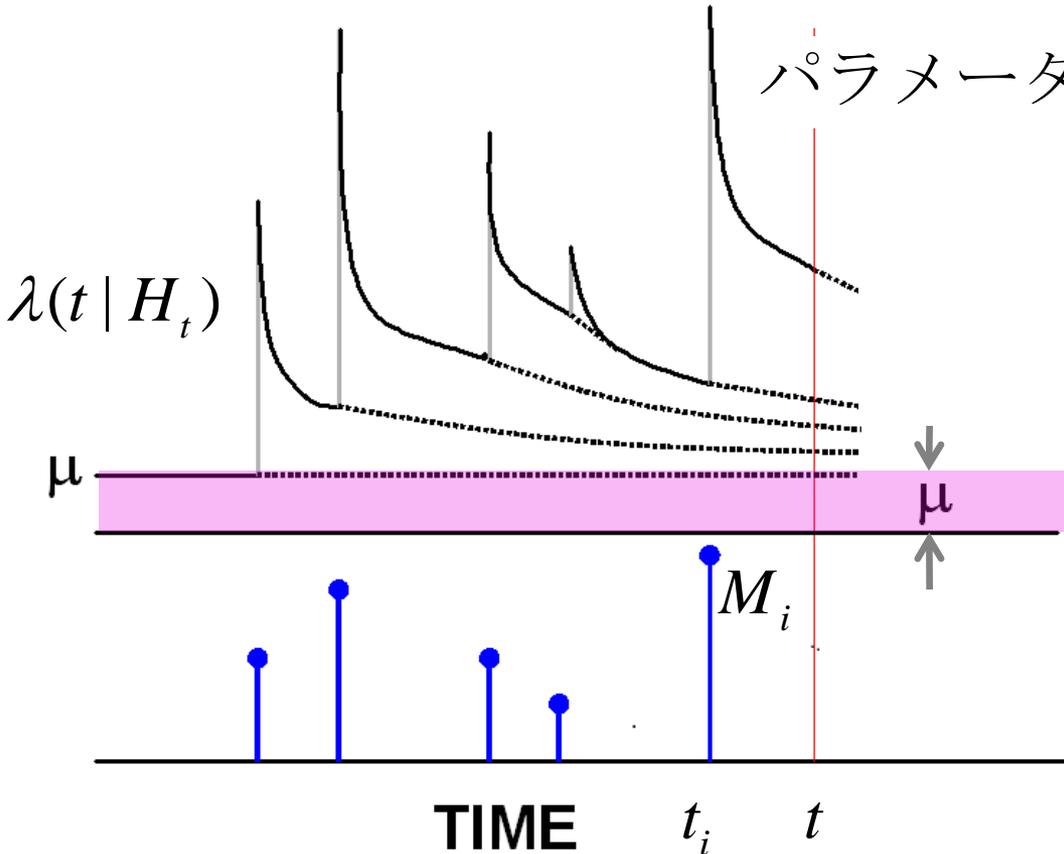
大森・宇津の  
余震減衰法則



1894

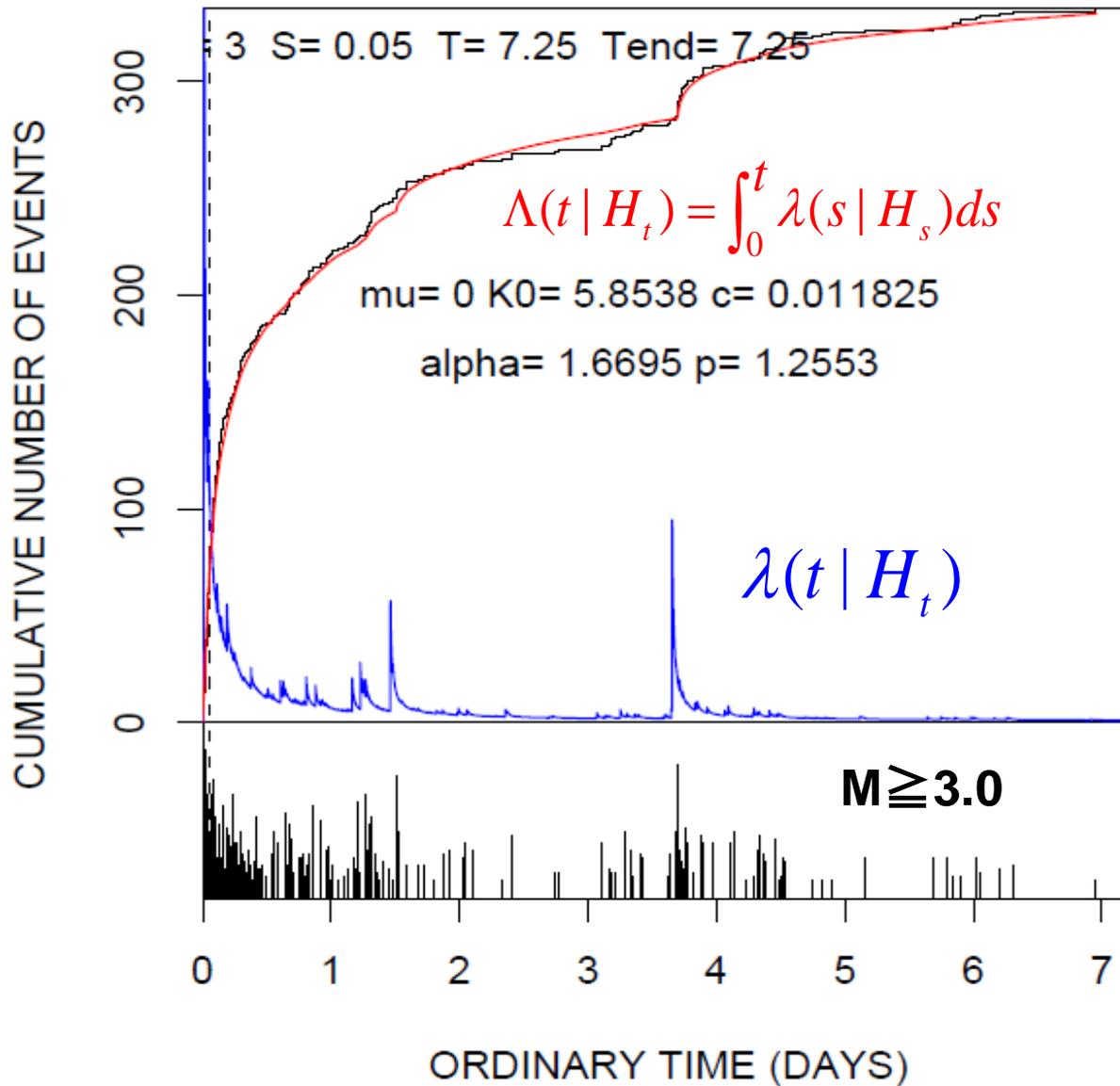


1969



# ETAS model

$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{t_i < t} \frac{K_0 e^{\alpha(M_i - 6.8)}}{(t - t_i + c)^p}$$

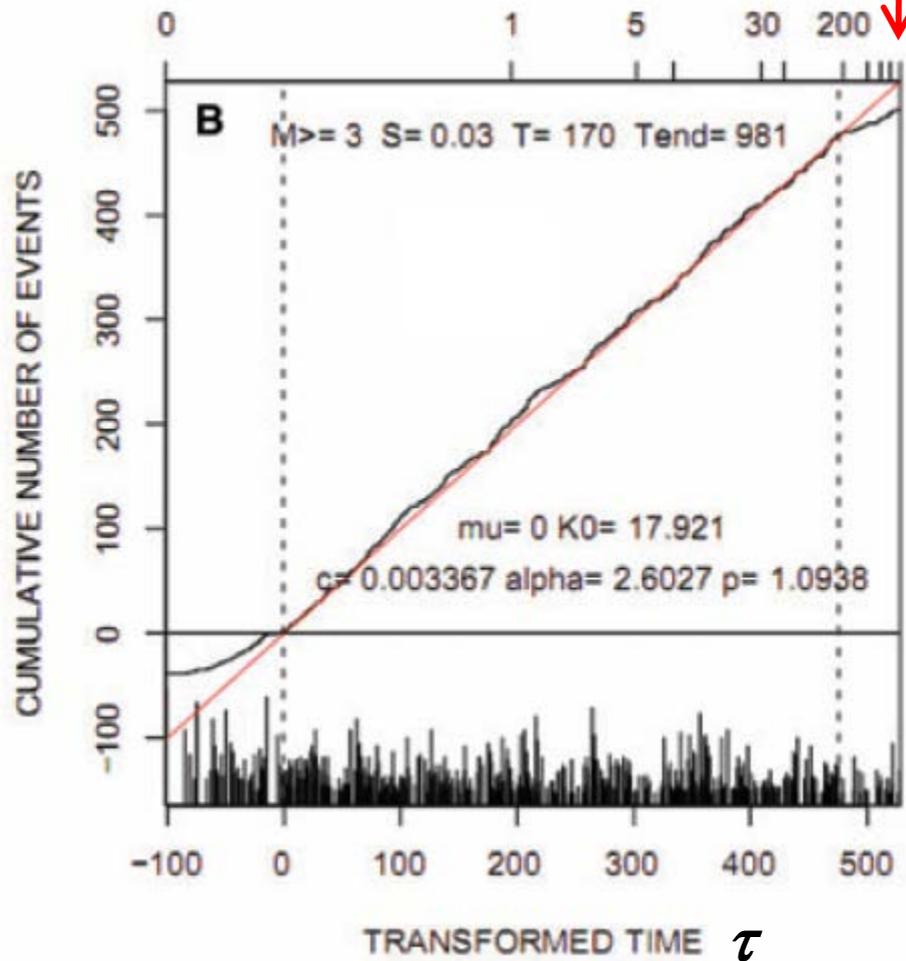
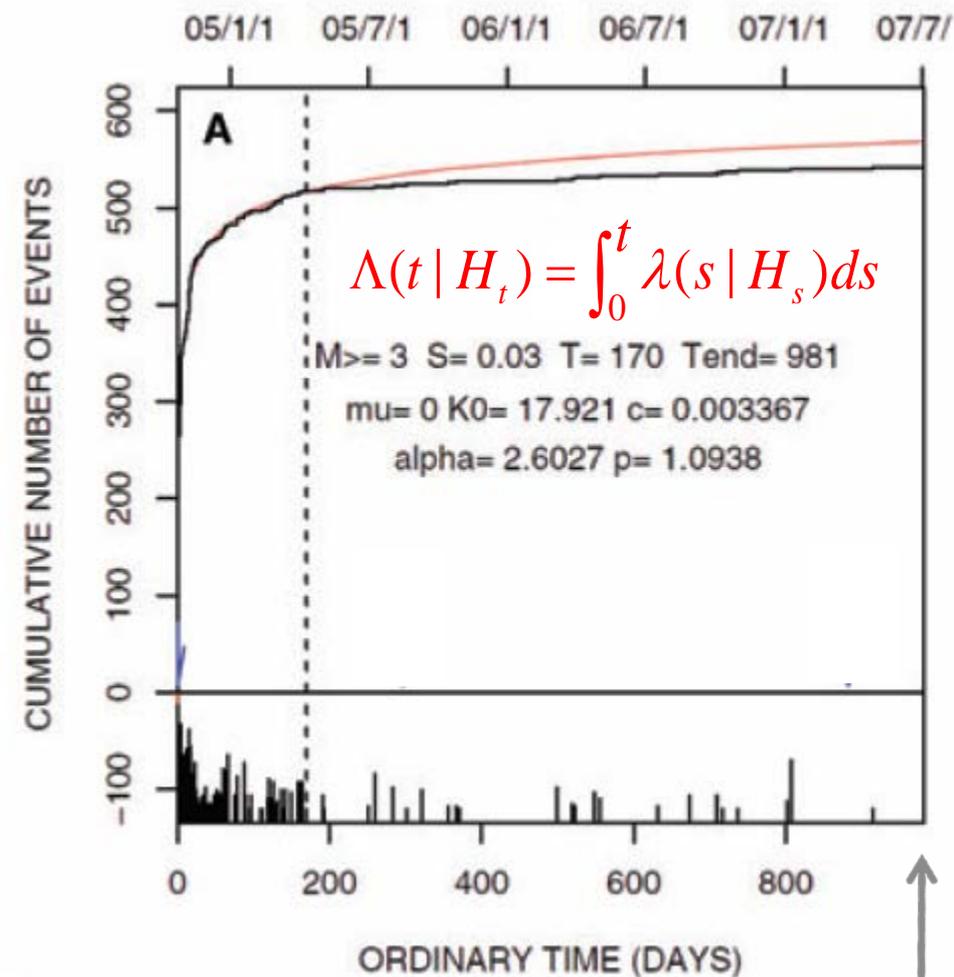


2004年中越地震  
の余震列の  
最初の1週間

# 2004年中越地震の余震列の(相対的)静穏化

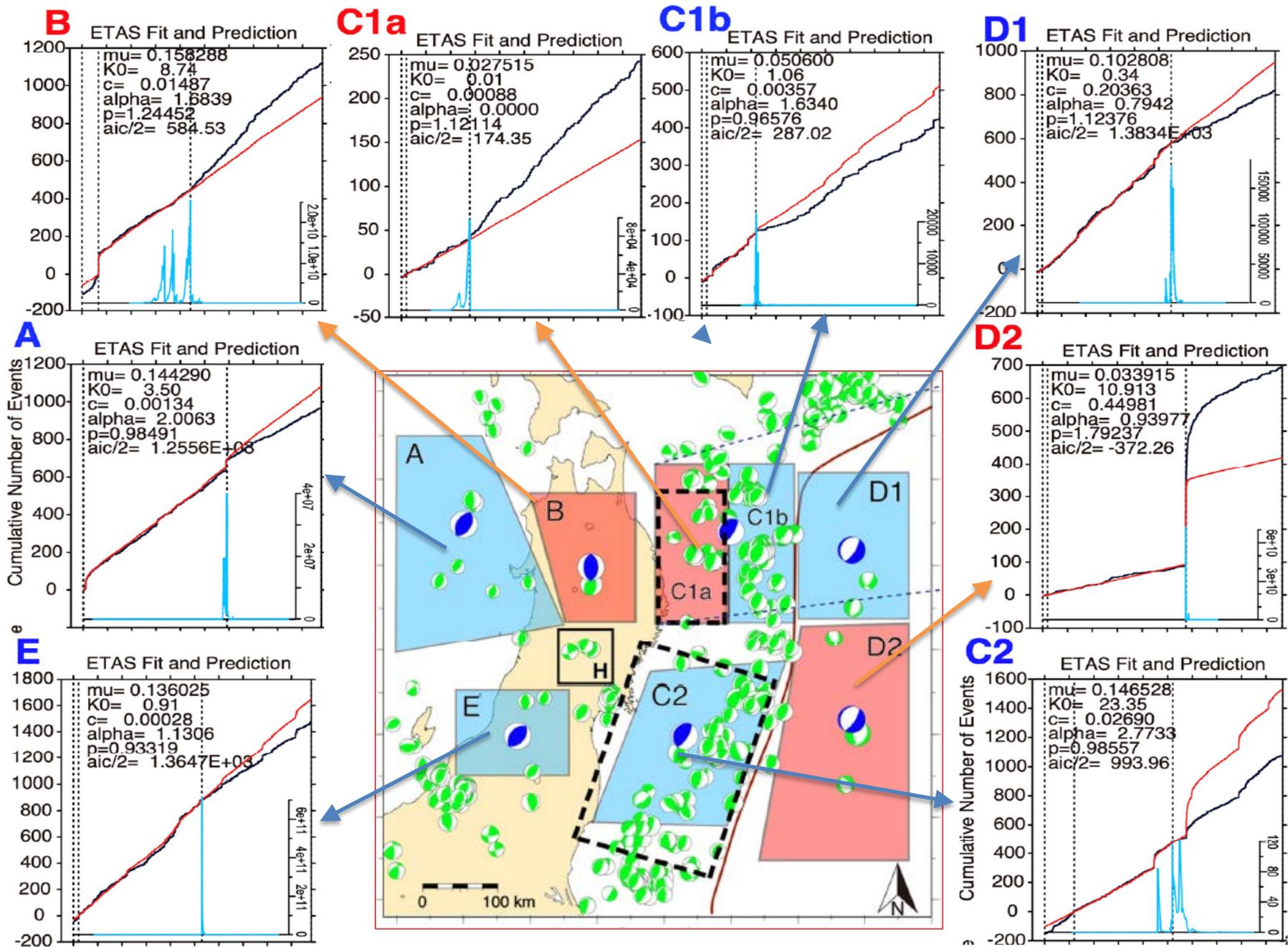
通常的时间

ETASモデルによる時間変換



2007年中越沖地震

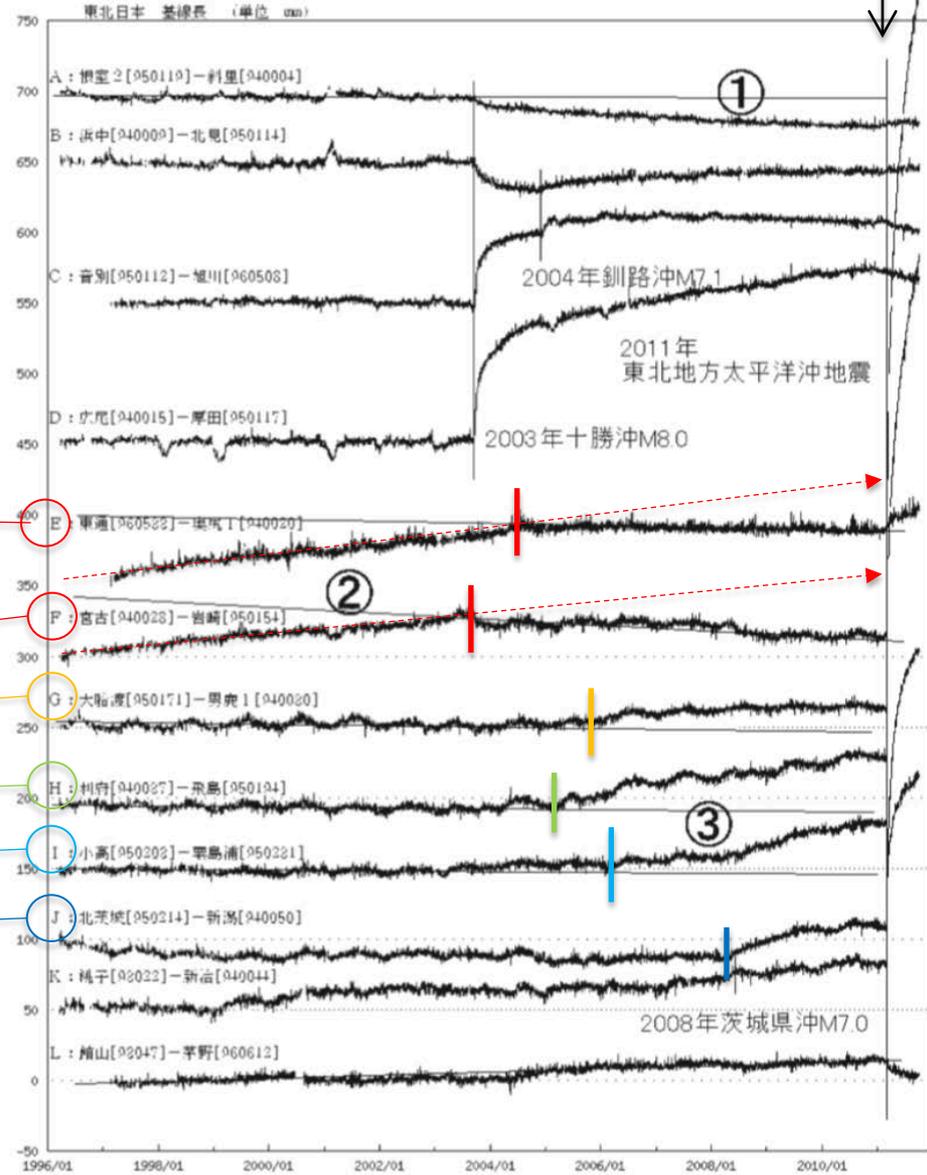
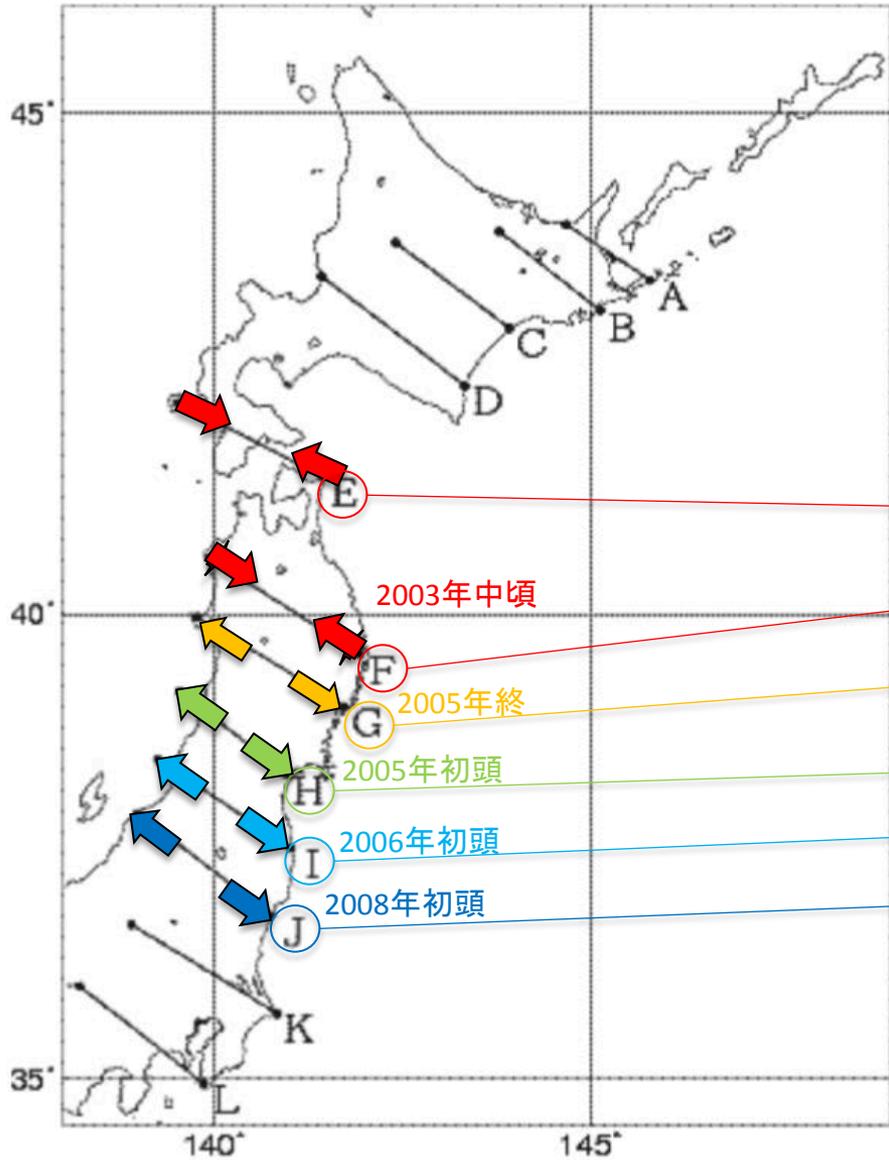
$$\tau = \Lambda(t | H_t) = \int_0^t \lambda(s | H_s) ds$$



Kumazawa, Ogata, Toda (2020, *Geophys. J. Int.*)

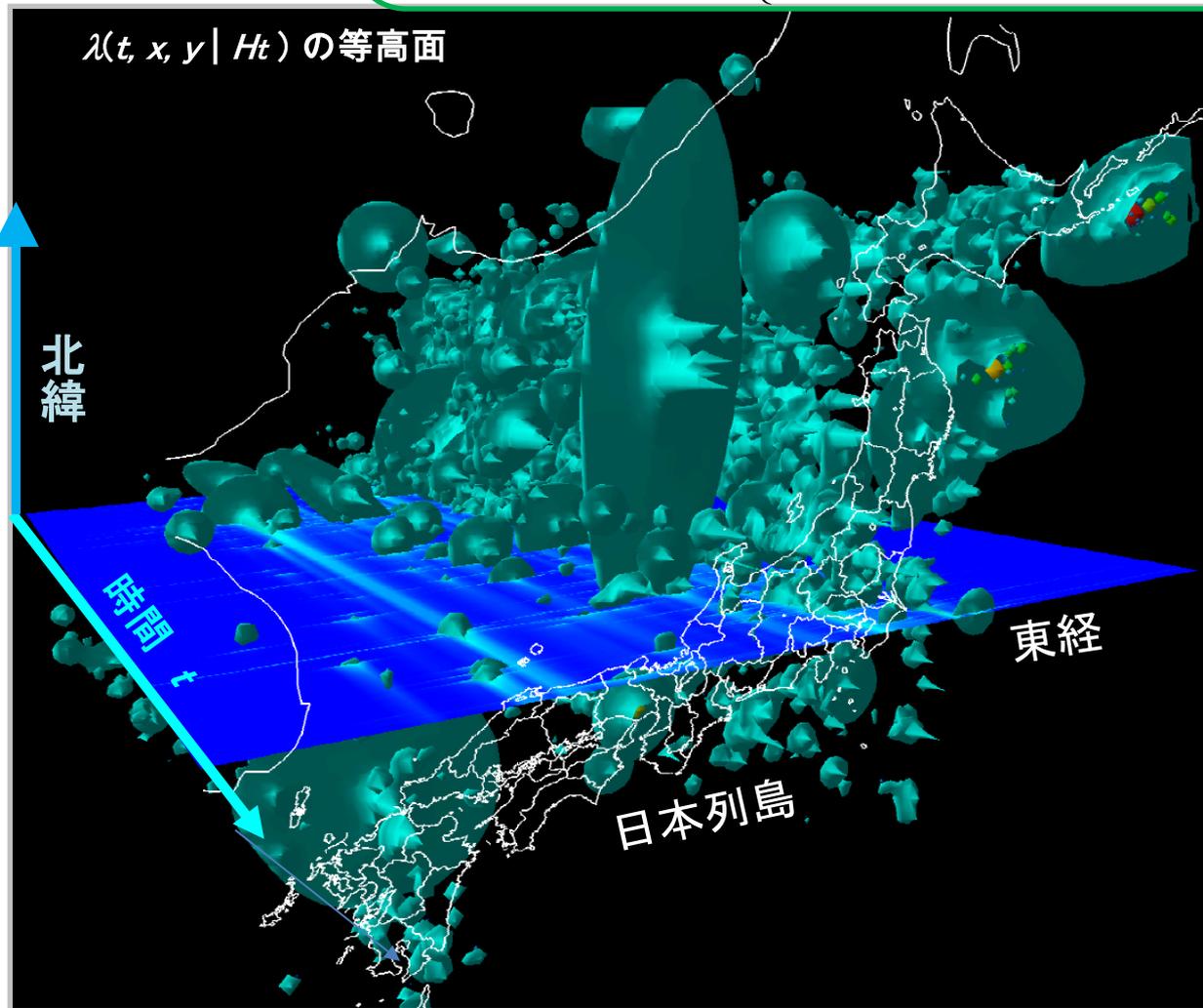
# 東北地方の基線長変化

予知連第87巻 気象庁「海溝と直交する方向の全国の基線長変化」より



# 時空間 ETAS モデル

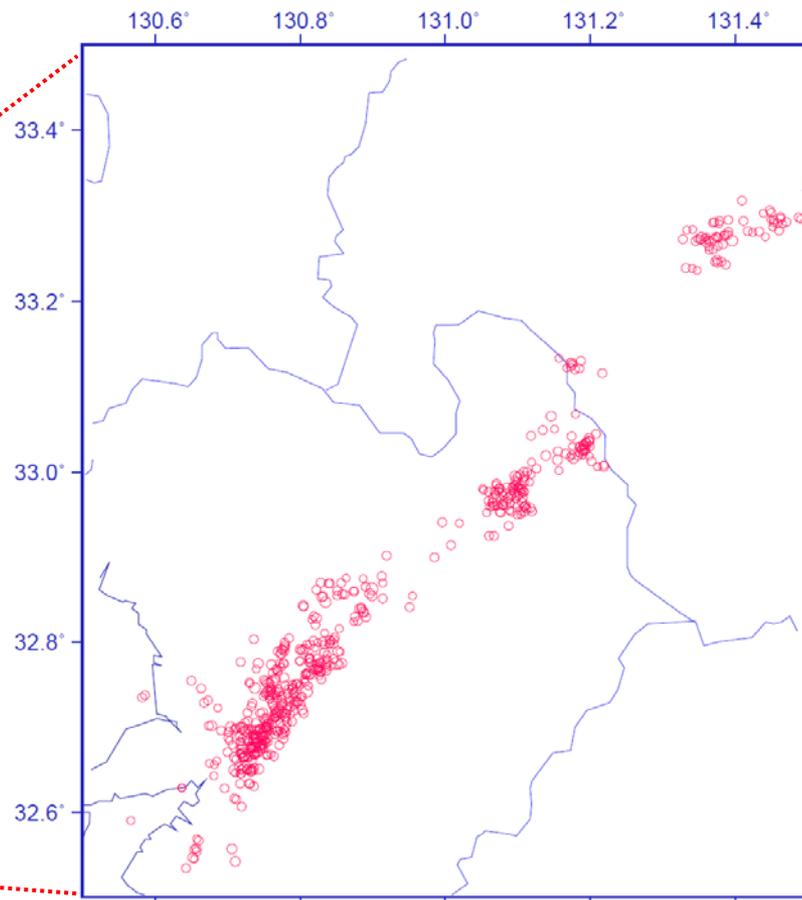
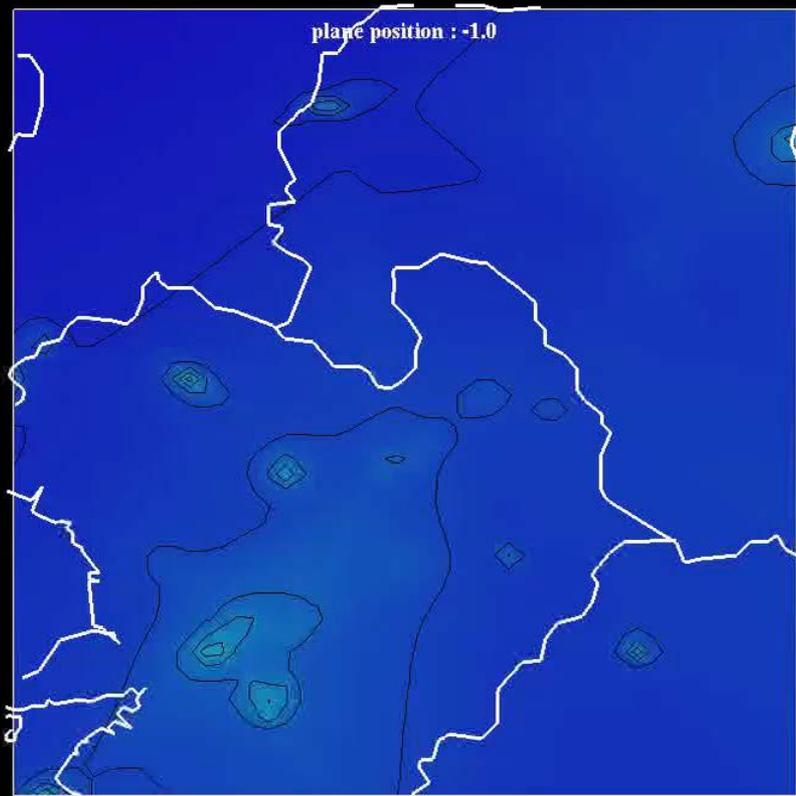
$$\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{\{j; t_j < t\}} \frac{K_0}{(t - t_j + c)^p} \left\{ \frac{(x - x_j, y - y_j) S_j \begin{pmatrix} x - x_j \\ y - y_j \end{pmatrix}}{e^{\alpha (M_j - M_c)} + d} \right\}^{-q}$$



# 時空間 ETAS モデル

$$\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{\{j; t_j < t\}} \frac{K_0}{(t - t_j + c)^p} \left\{ \frac{(x - x_j, y - y_j) S_j \begin{pmatrix} x - x_j \\ y - y_j \end{pmatrix}}{e^{\alpha (M_j - M_c)} + d} \right\}^{-q}$$

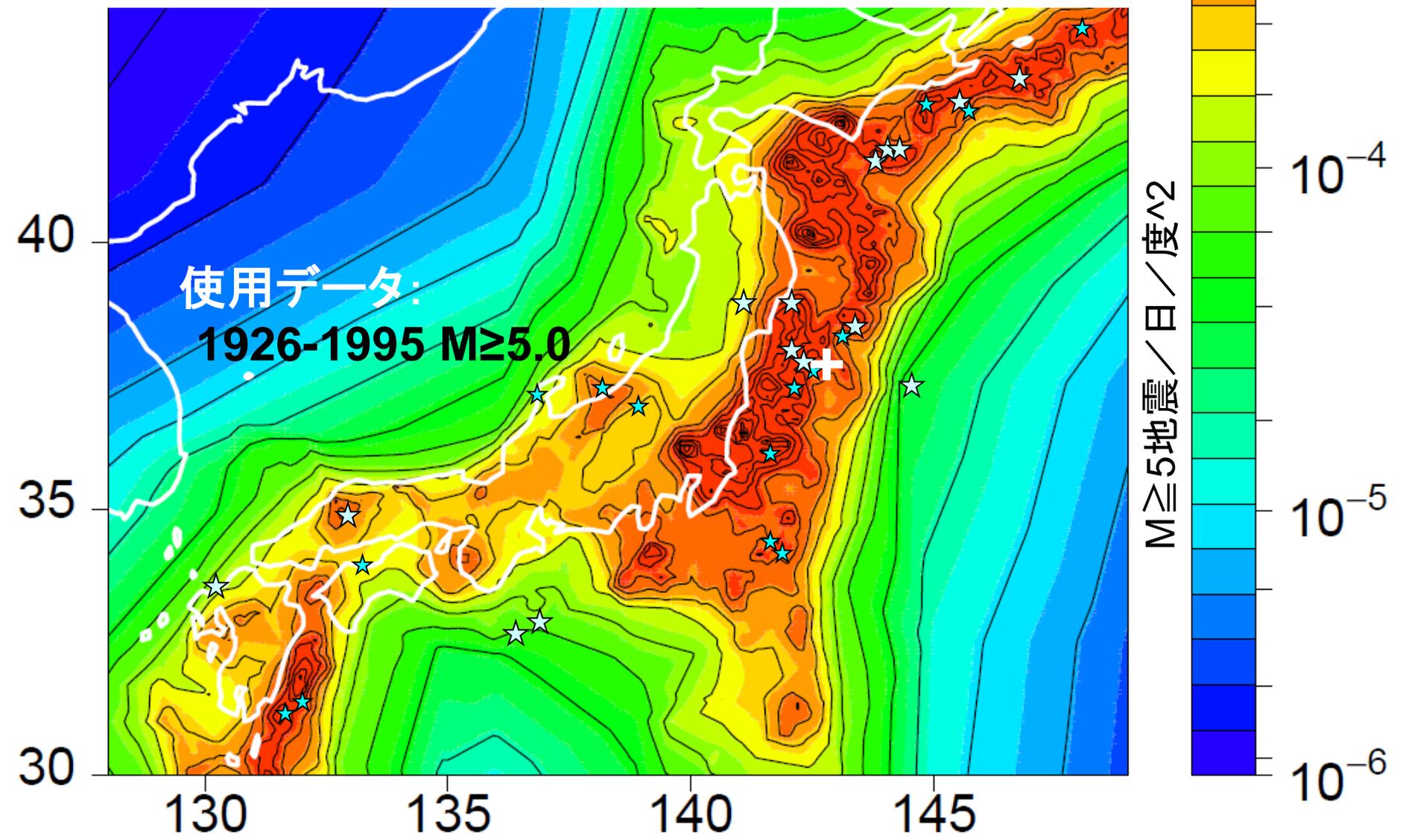
2016/04/14 18:00-2016/04/17 24:00 N= 591  
H : 0.0-100.0km M: 3.0-8.5



128 130 132 134 136 138 140 142 144 146 148

★ = 1996年-2011年3月まで発生した  $M \geq 6.7$  地震

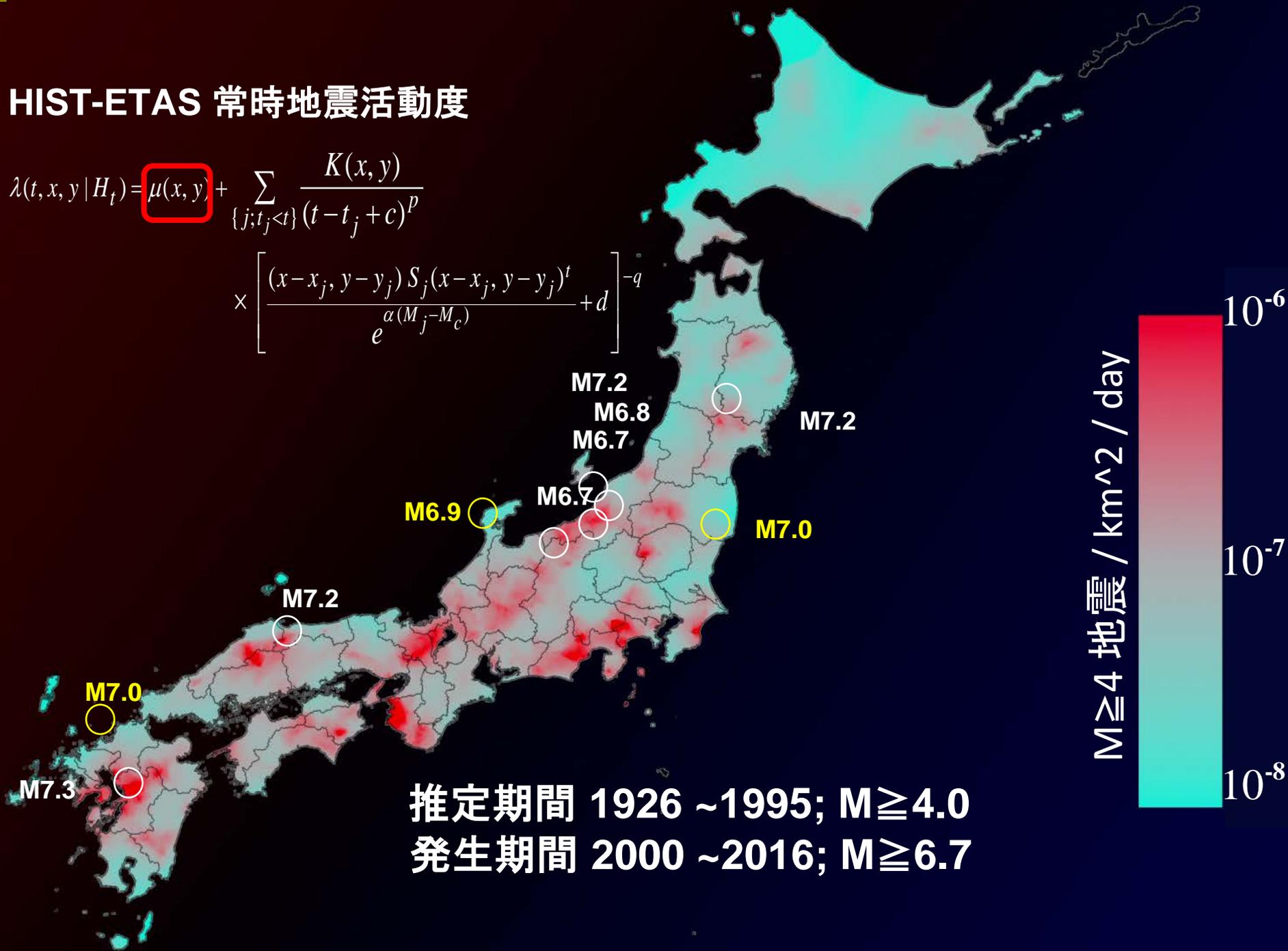
$$\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{\{j; t_j < t\}} g(t - t_j, x - x_j, y - y_j; M_j)$$



# HIST-ETAS 常時地震活動度

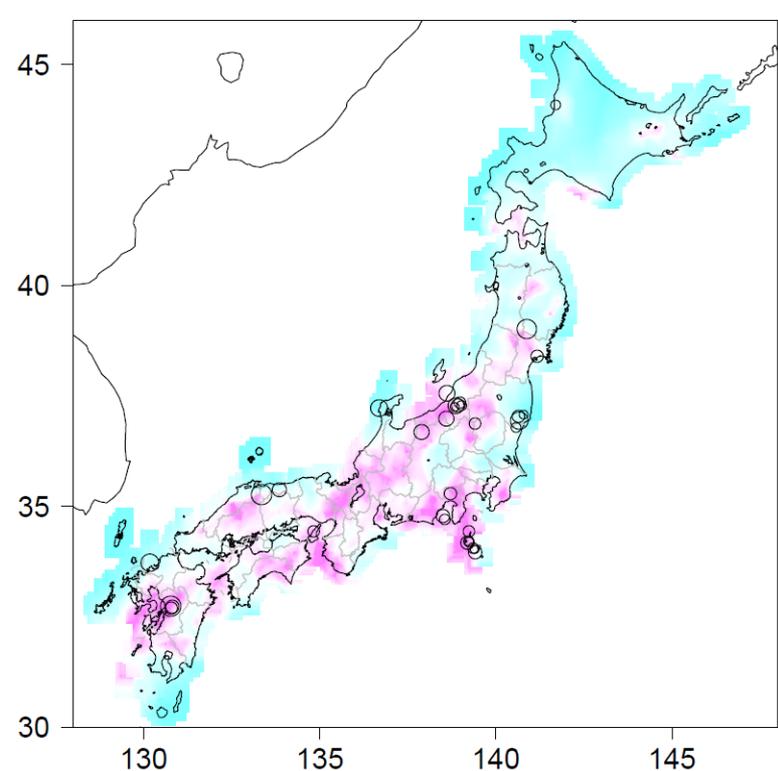
$$\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{\{j; t_j < t\}} \frac{K(x, y)}{(t - t_j + c)^p}$$

$$\times \left[ \frac{(x - x_j, y - y_j) S_j(x - x_j, y - y_j)^t}{e^{a(M_j - M_c)}} + d \right]^{-q}$$

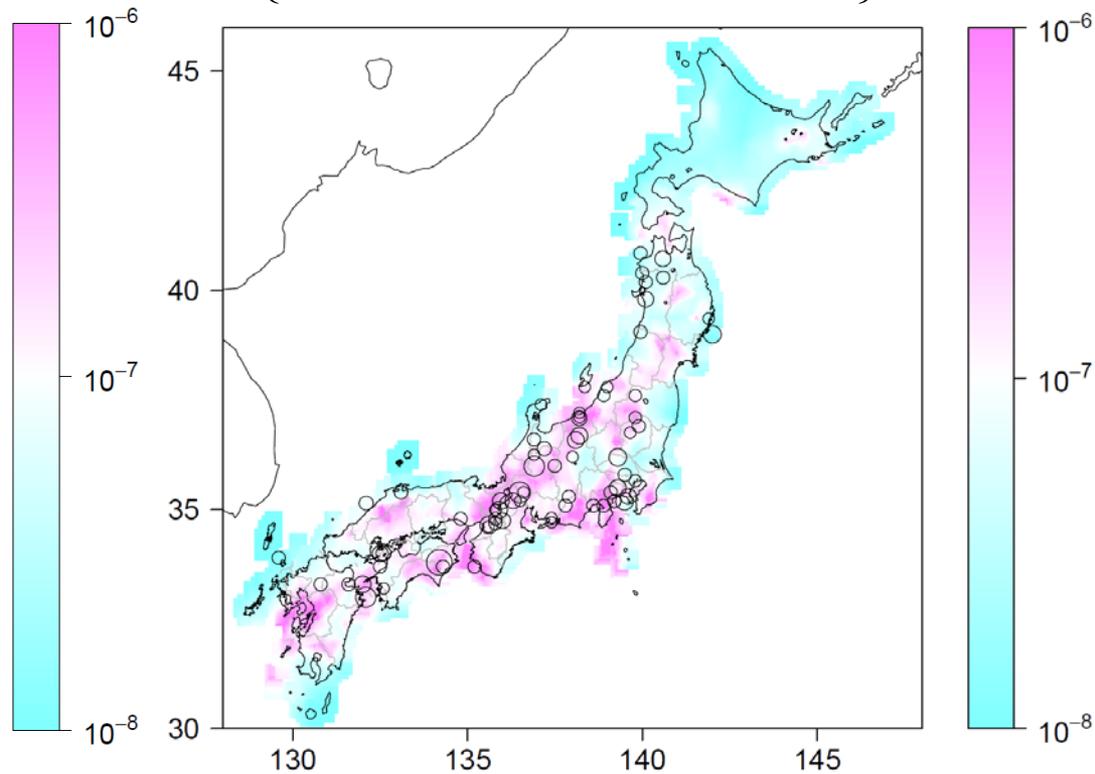


# HIST-ETAS 常時地震活動度 (推定期間データ 1926 ~1995; $M \geq 4.0$ )

$$\lambda(t, x, y | H_t) = \mu(x, y) + \sum_{\{j; t_j < t\}} \frac{K_0}{(t - t_j + c)^p} \left\{ \frac{(x-x_j, y-y_j) S_j \begin{pmatrix} x-x_j \\ y-y_j \end{pmatrix}}{e^{\alpha(M_j - M_c)} + d} \right\}^{-q}$$



○:  $M \geq 6.0$  地震, 発生期間 2000 - 2016



○:  $M \geq 6.8$  歴史被害地震, 599 - 1884

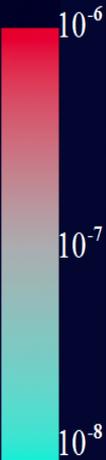


# Nishimura (2017, Newton) 2005—2009 Max. Shear Strain Rate

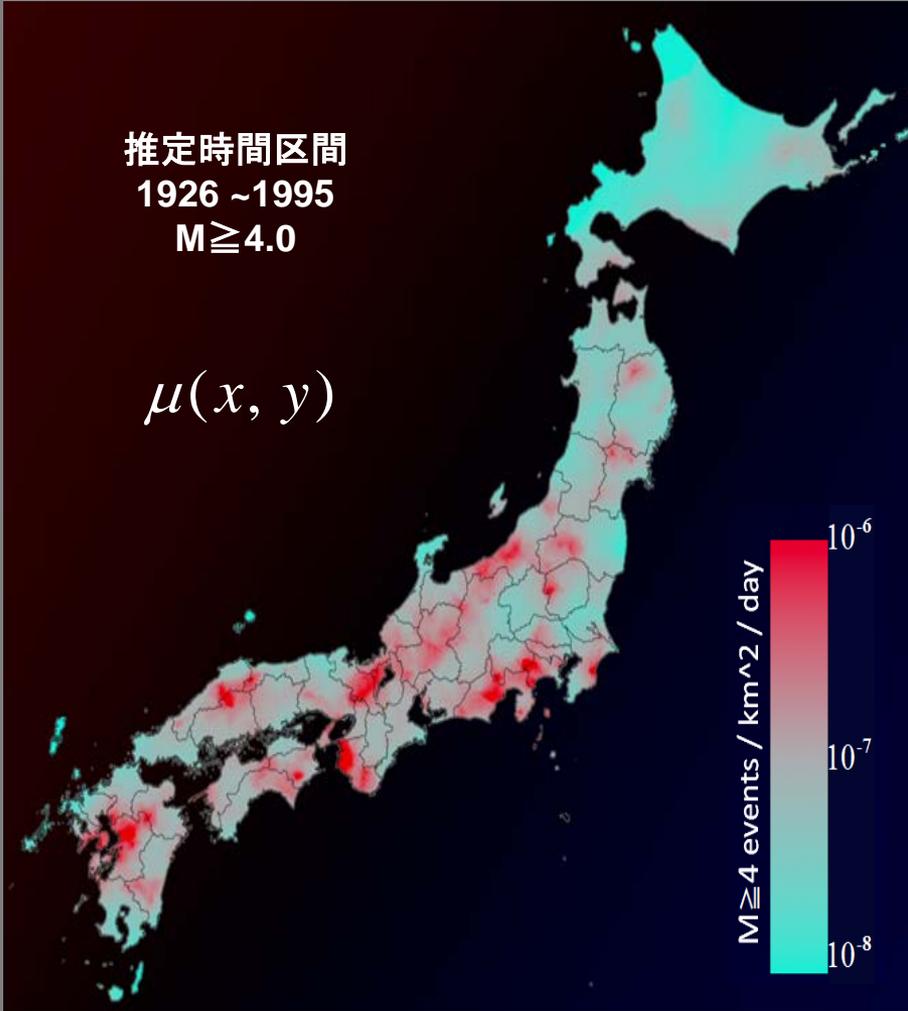
推定時間区間  
1926 ~1995  
 $M \geq 4.0$

$$\mu(x, y)$$

$M \geq 4$  events / km<sup>2</sup> / day



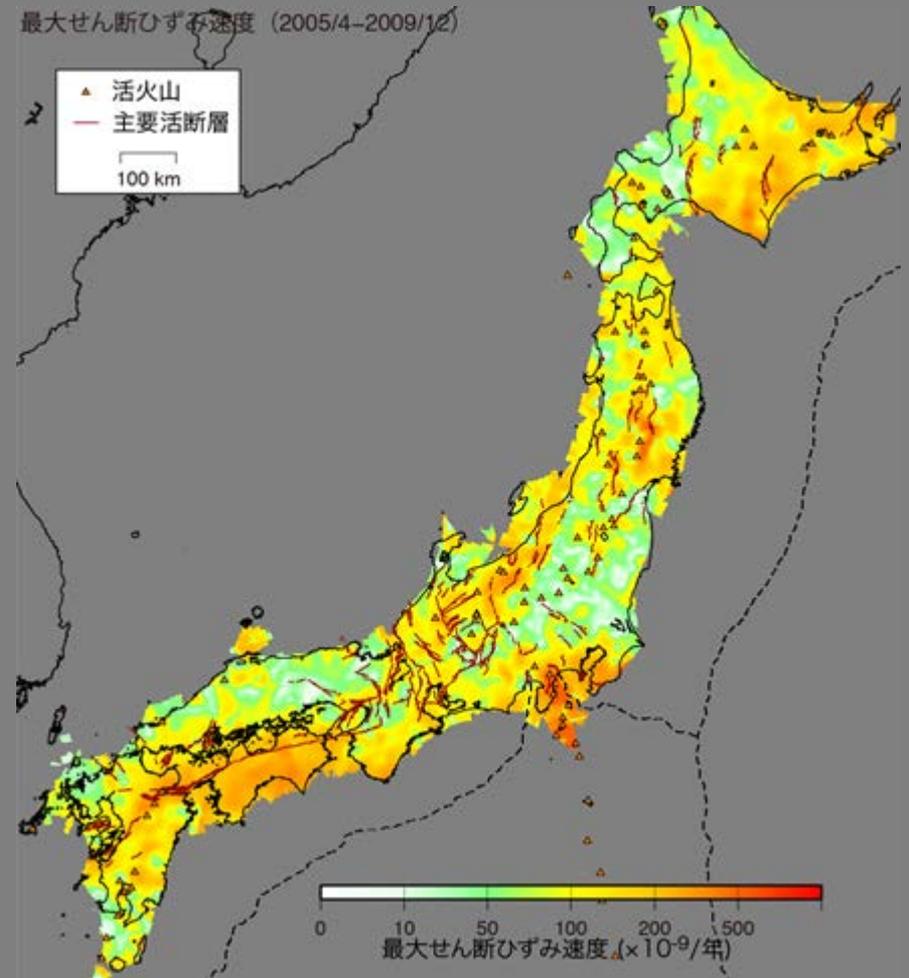
10<sup>-6</sup>  
10<sup>-7</sup>  
10<sup>-8</sup>



最大せん断ひずみ速度 (2005/4-2009/12)

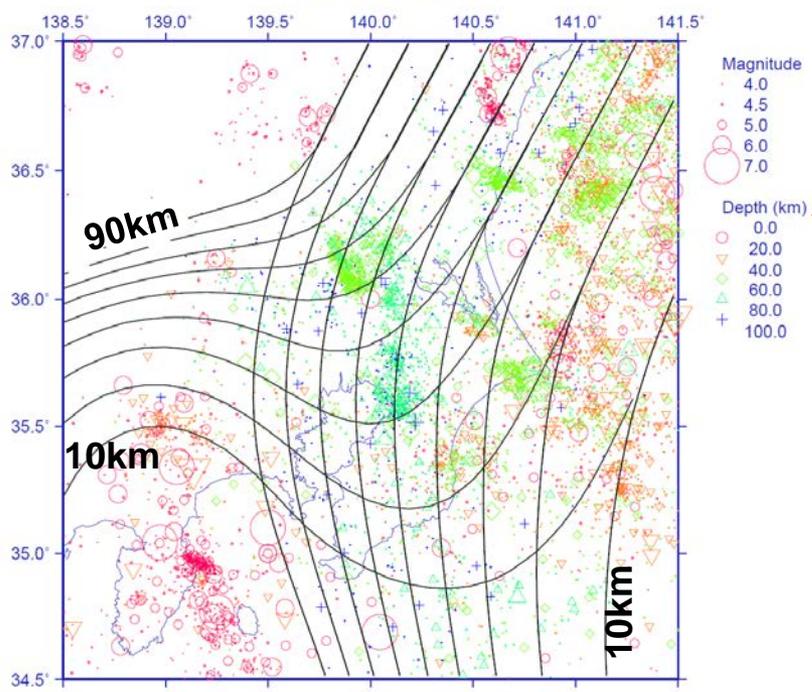
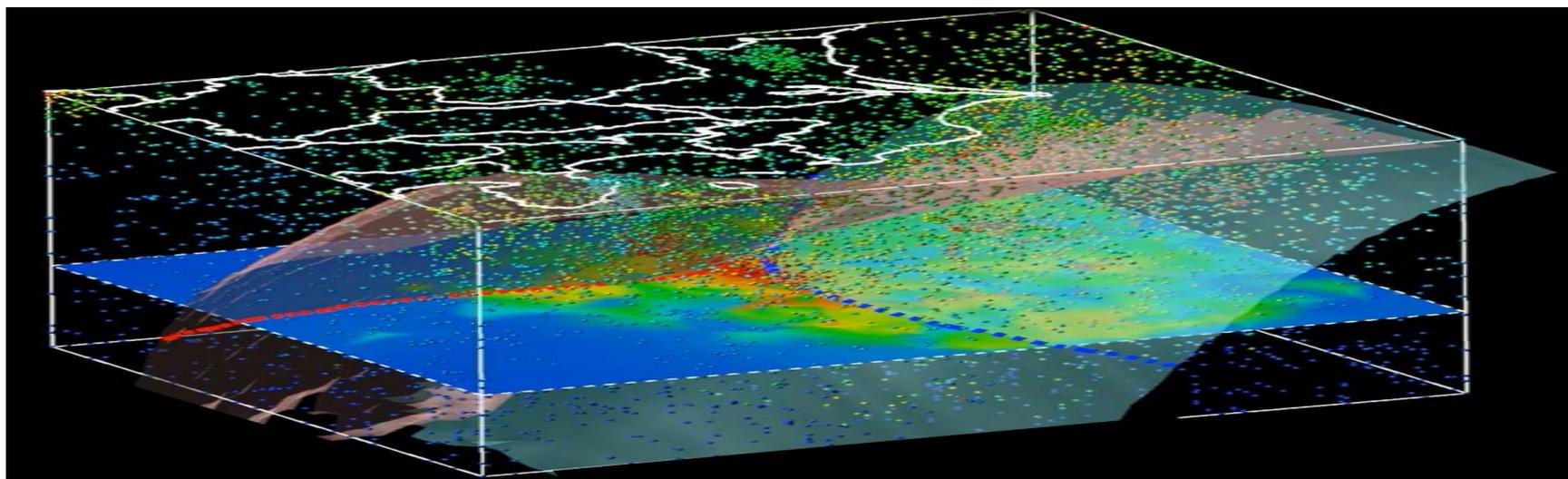
▲ 活火山  
— 主要活断層  
100 km

0 10 50 100 200 500  
最大せん断ひずみ速度 (×10<sup>-9</sup>/年)





# 関東直下 1923-2015; 深さ ≤ 100km M ≥ 4)



## 3次元階層時空間ETASモデル

$$\lambda(t, x, y, z | F_t) = \mu(x, y, z) \quad \text{常時活動}$$

$$+ \sum_{\{j: t_j < t\}} g(t - t_j, x - x_j, y - y_j, z - z_j; M_j - M_c) \quad \text{余震活動}$$

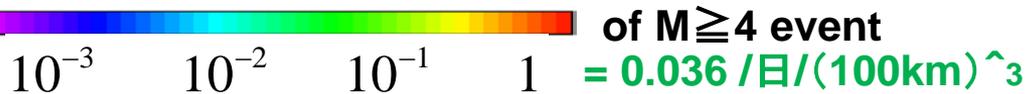
$$+ \frac{K_{M9}(x, y, z) I(t > t_{M9})}{(t - t_{M9} + c_{M9})^{p_{M9}}}$$

東北沖巨大地震からの影響

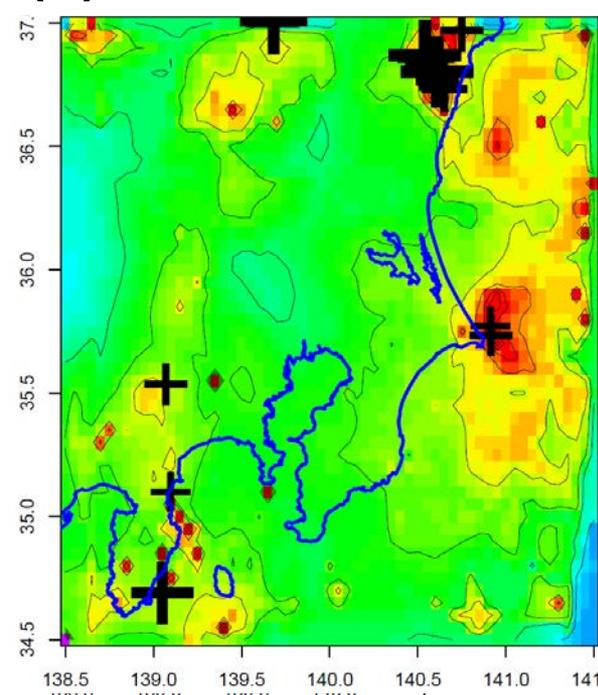


予測日2018.06.22

予測率

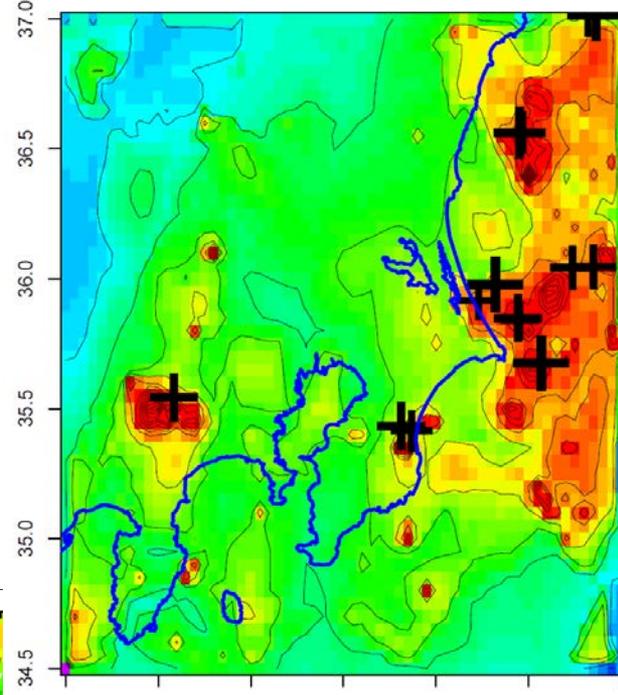


(+)2年後まで起きた  $M \geq 4$  地震



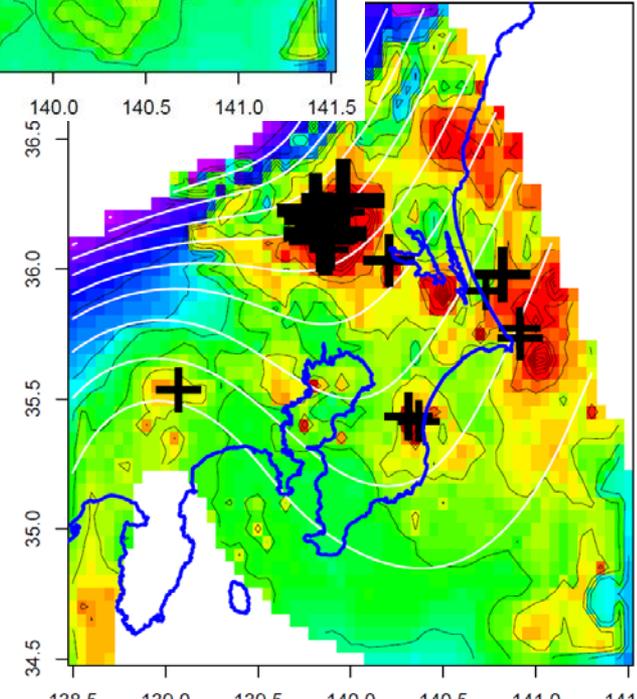
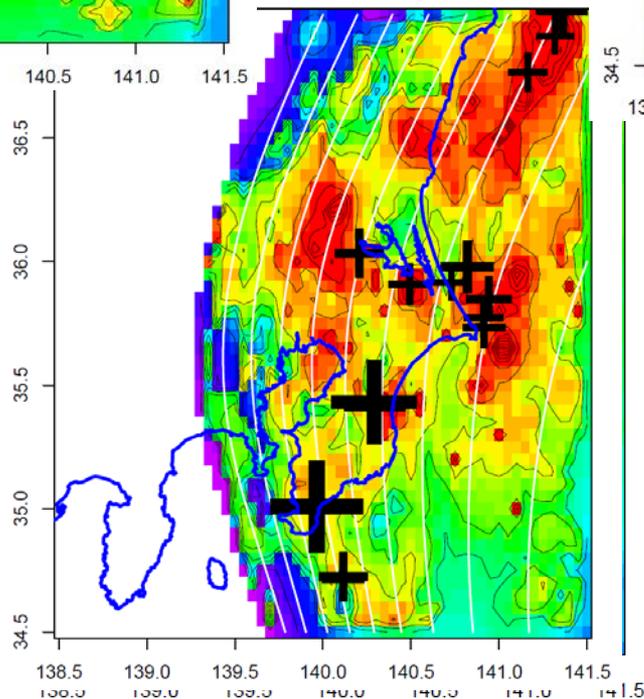
深さ  
10km  
平面

太平洋  
プレート  
上面



深さ  
20km  
平面

フィリピン海  
プレート上面

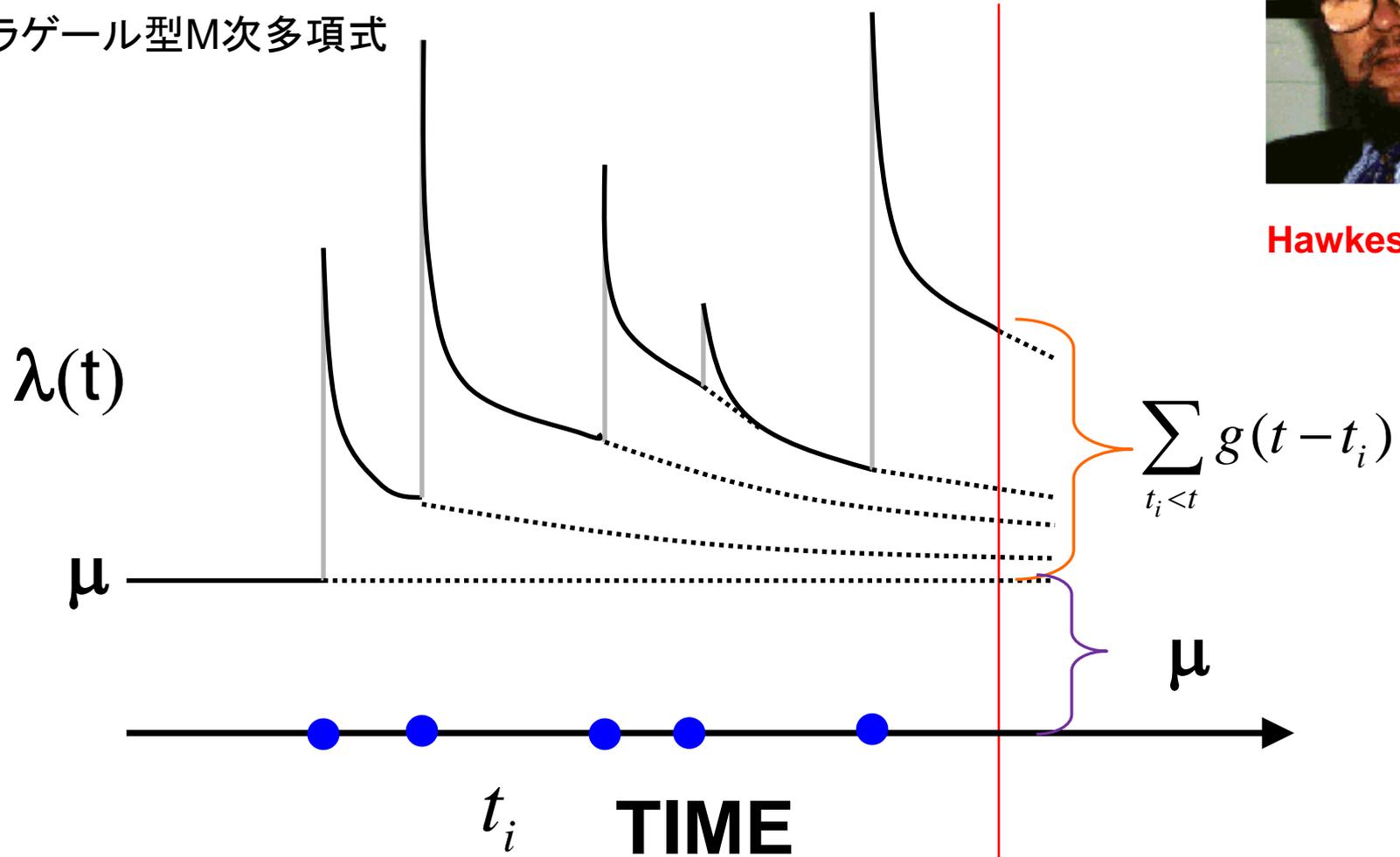




$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i)$$

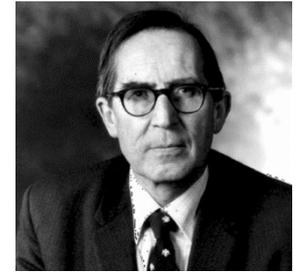
$$g_M(x) = \sum_{m=1}^M c_m x^{m-1} e^{-\alpha x}$$

ラゲール型M次多項式

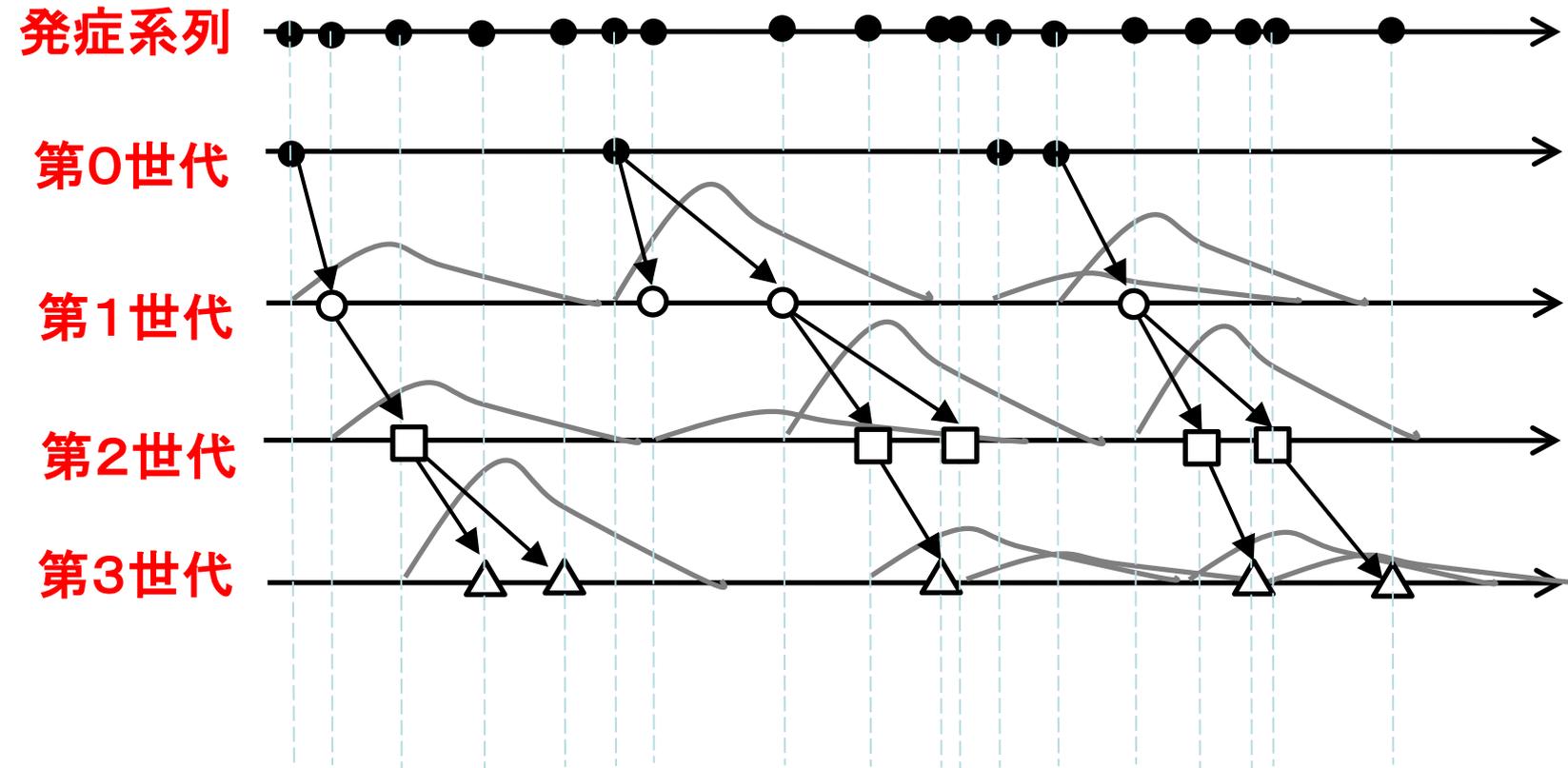


Hawkes (1971)

# 感染症のtoyモデル Hawkes & Oakes (1974)



$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{t_i < t} g(t - t_i) = \mu + \sum_{t_i < t} A \cdot g_0(t - t_i)$$

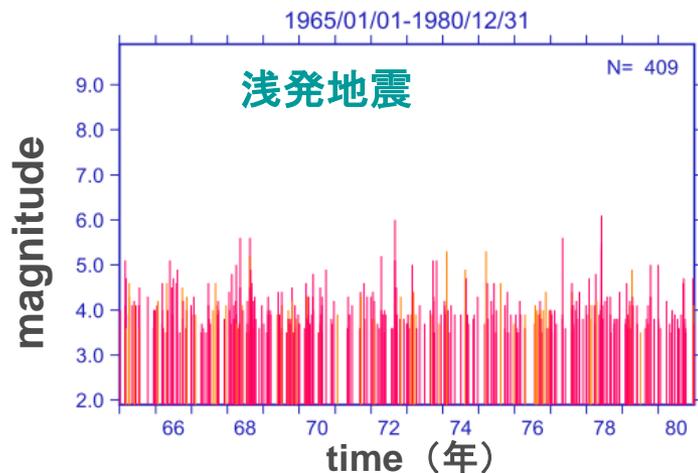
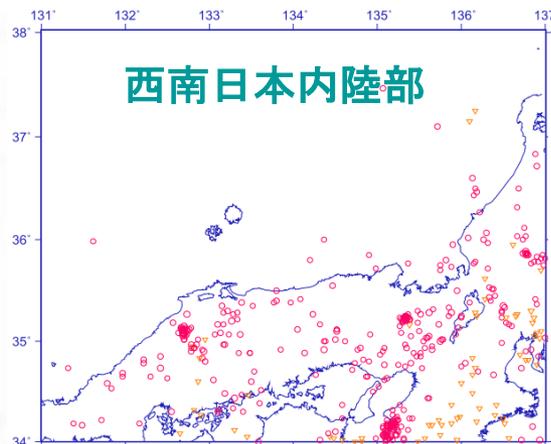
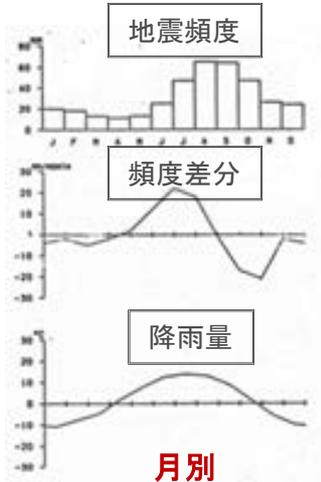


確率的再構成





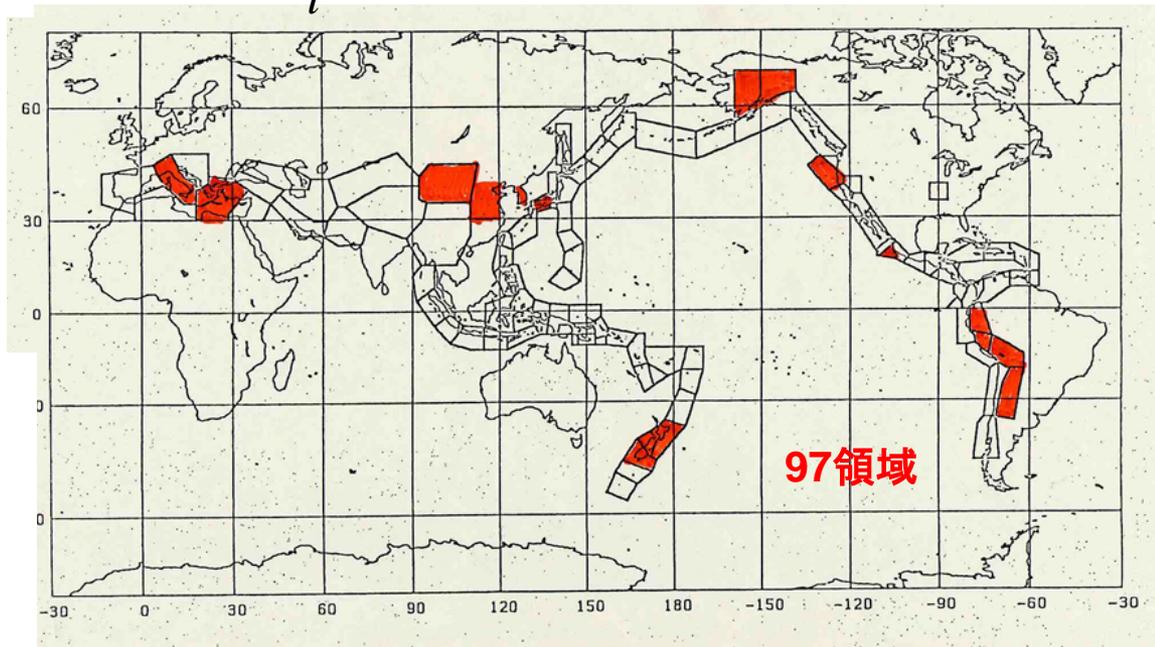
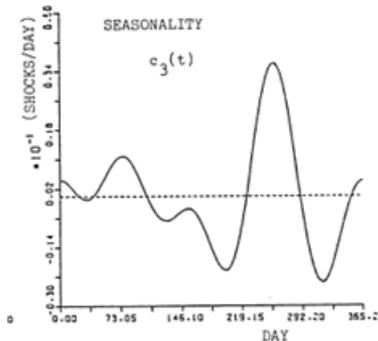
周期性?



$$\lambda_{\theta}(t|H_t) = \text{周期性(Fourier列)} + \sum_{t_i < t} g(t - t_i)$$

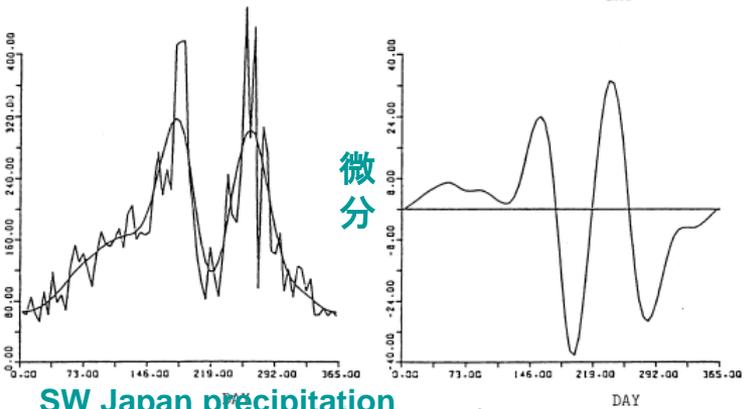
季節性 (1年周期)

西南日本  
平均降雨量



松村・尾池 (1986, 京大防災研彙報)

微分

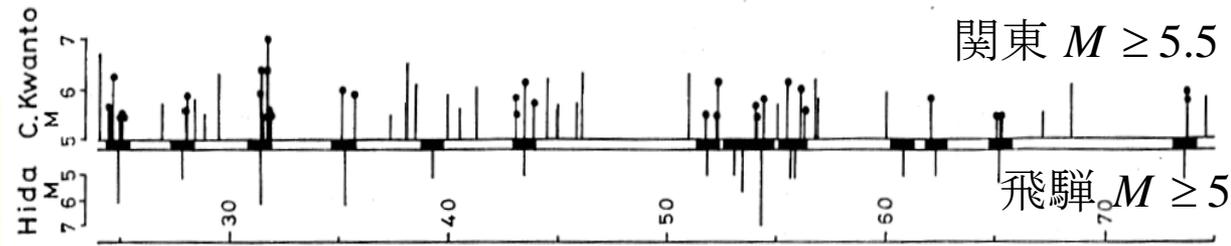
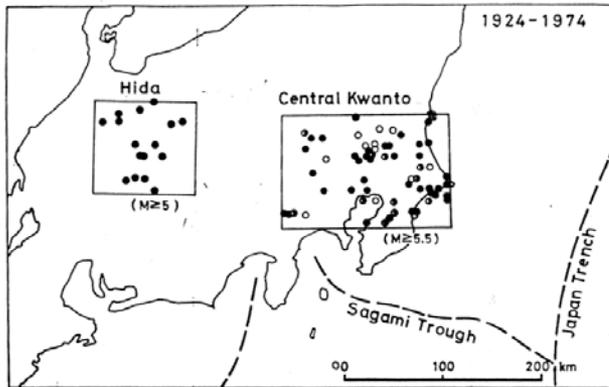
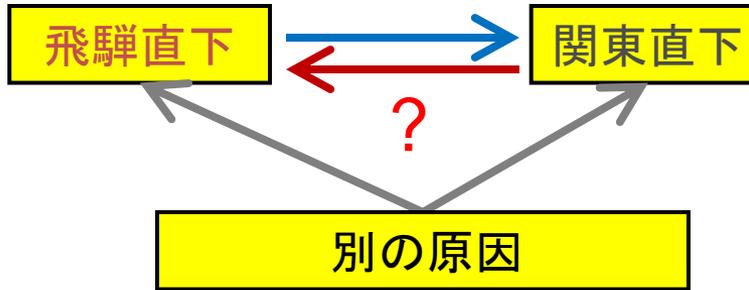


# 地震活動の関連性

Utsu (1975)

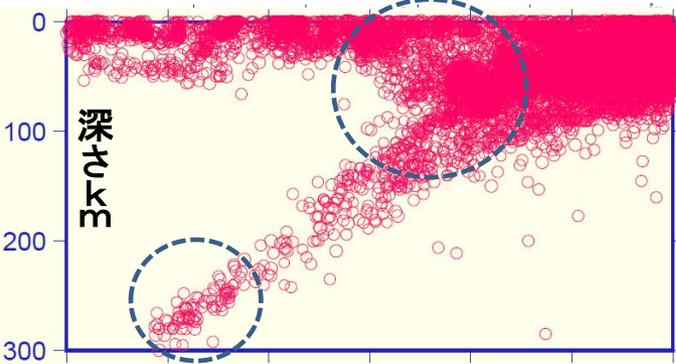


宇津 (1975, 地震)



関東  $M \geq 5.5$

飛騨  $M \geq 5$



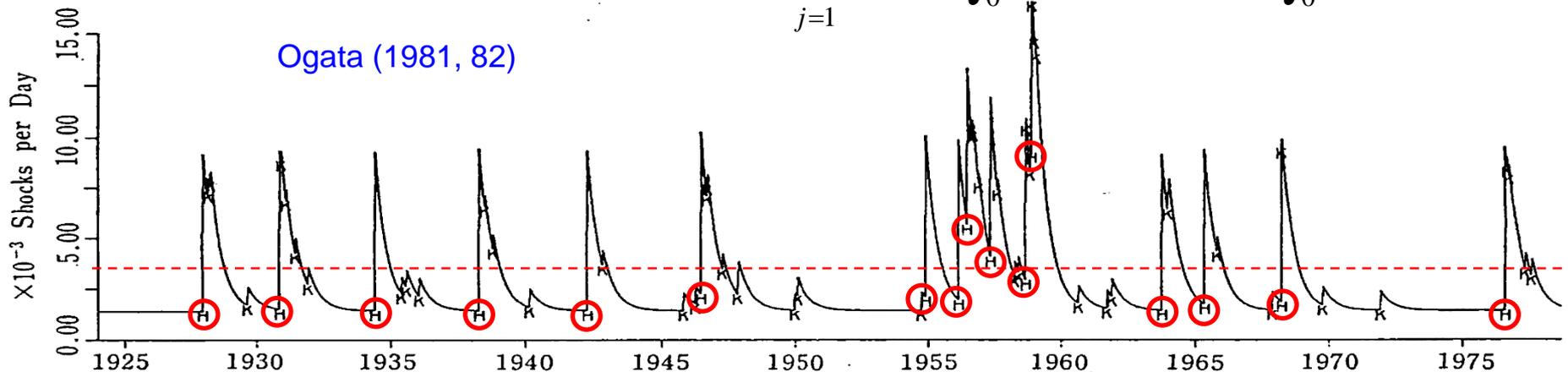
トレンド  
(第三者)

関東地域内地震の  
続発関係

飛騨直下地震から  
の誘発関係

$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{j=1}^J a_j t^j + \int_0^t g(t-s) dN_s + \int_0^t h(t-s) dM_s$$

Ogata (1981, 82)



地震発生率 = (トレンド) + (地震クラスター) + (他領域からの誘発)

$$\lambda(t | F_t) = \mu + \sum_{j=1}^J a_j t^j + \sum_{t_i < t} g(t - t_i) + \sum_{s_j < t} h(t - s_j)$$

(1982, 86, 99; J. Appl. Prob.)

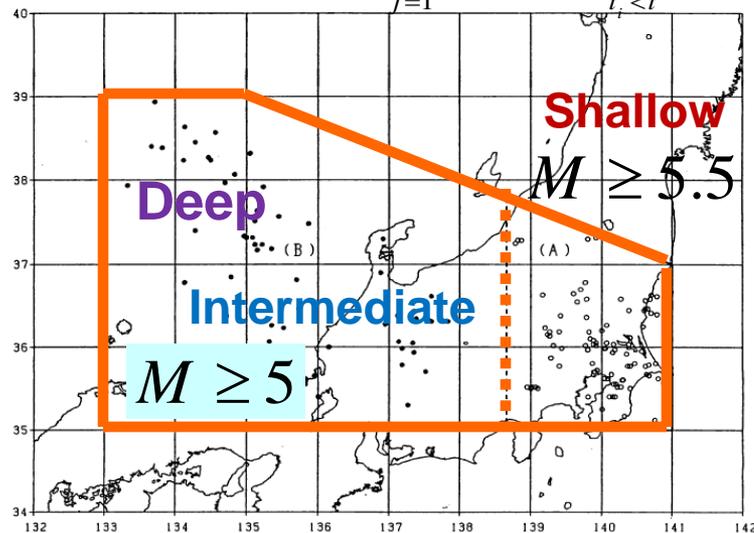
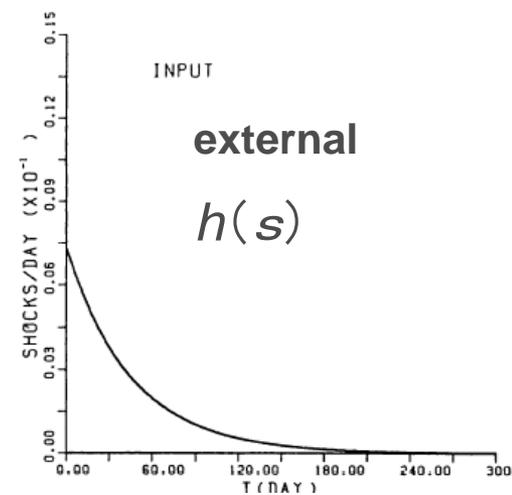
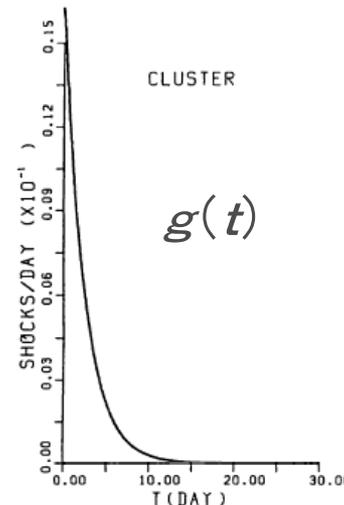
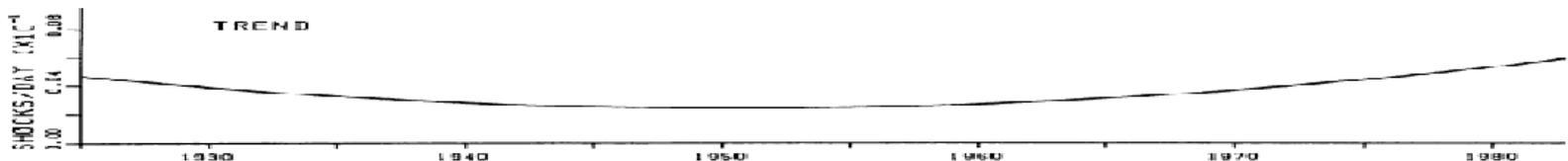
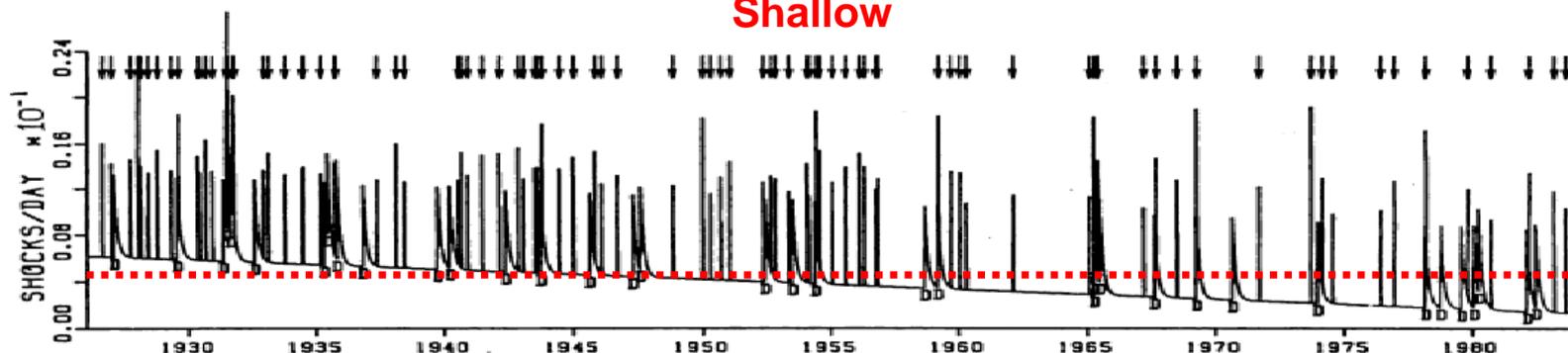


Figure 3. Spatial distributions of the shocks given in Table 6. Open circles and solid circles stand for the shallower and deeper shocks, respectively



Shallow

$\lambda(t | F_t)$

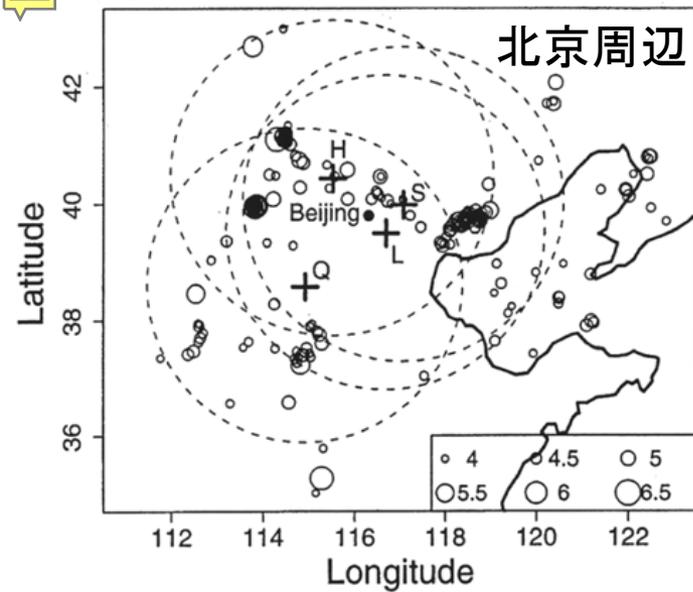


intermediate & deep



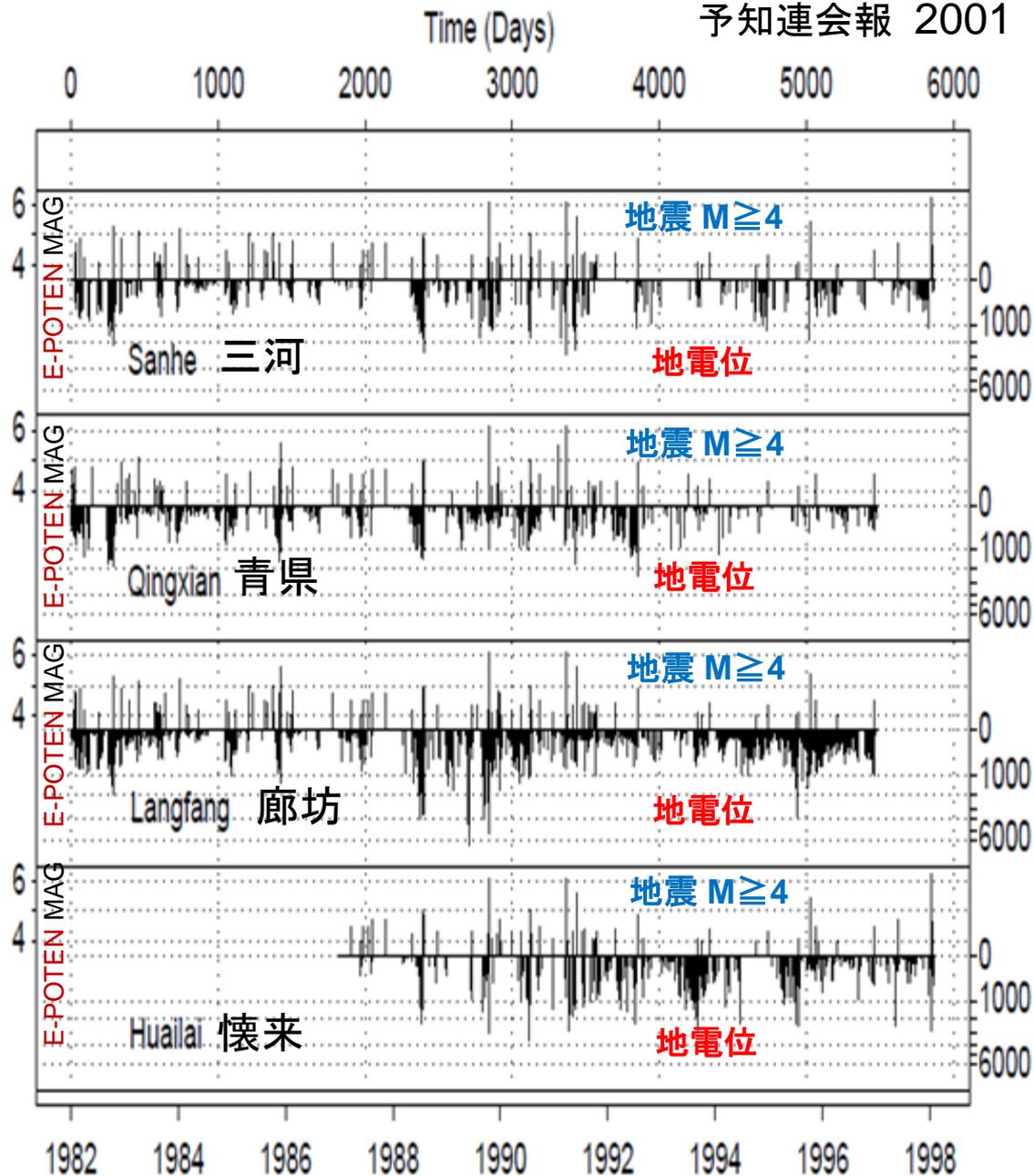


# 北京周辺



# 異常地電位強度の日総量時系列

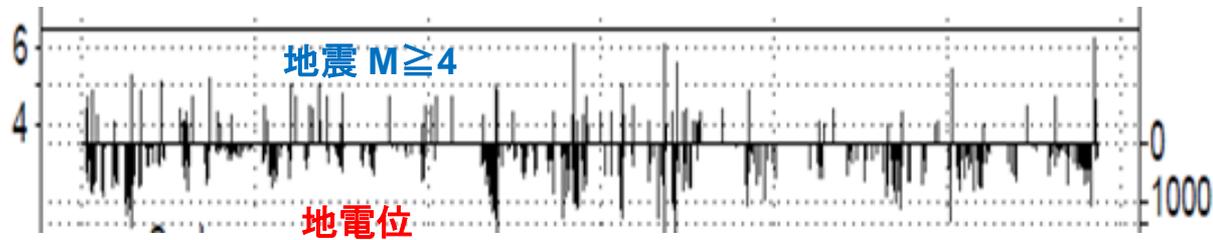
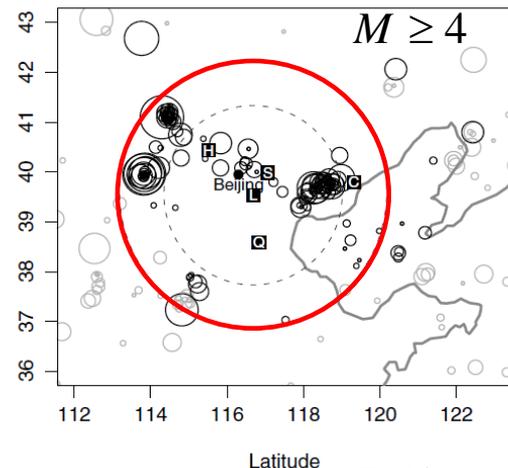
予知連会報 2001





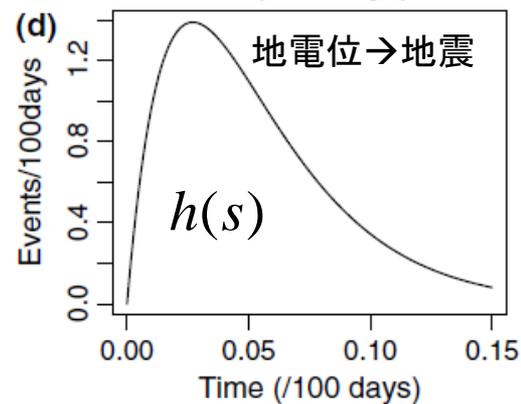
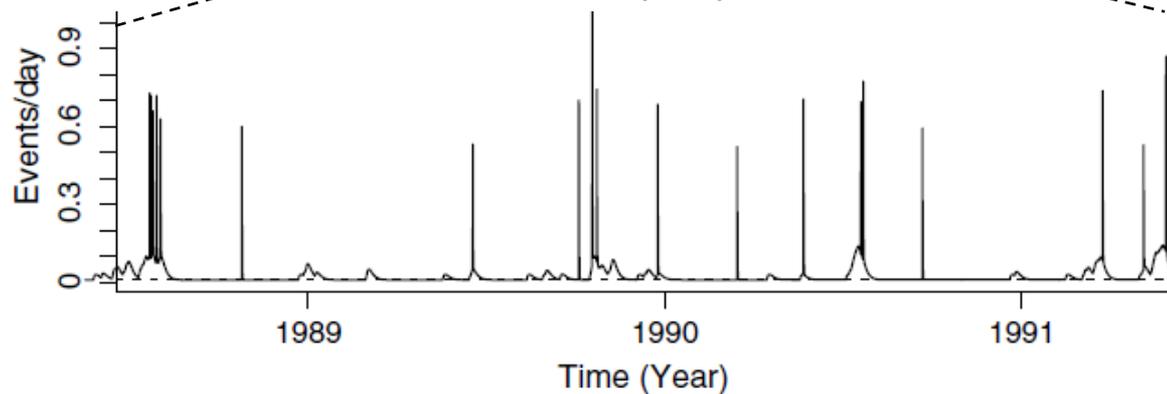
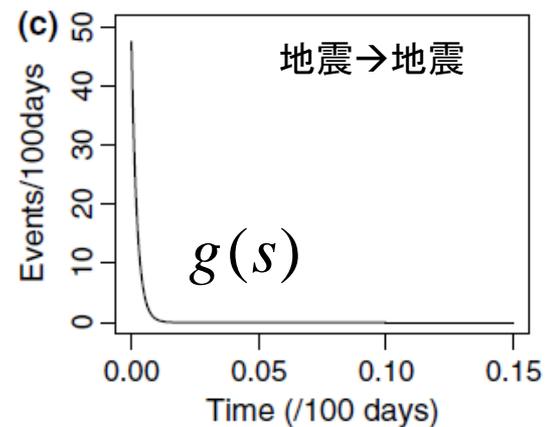
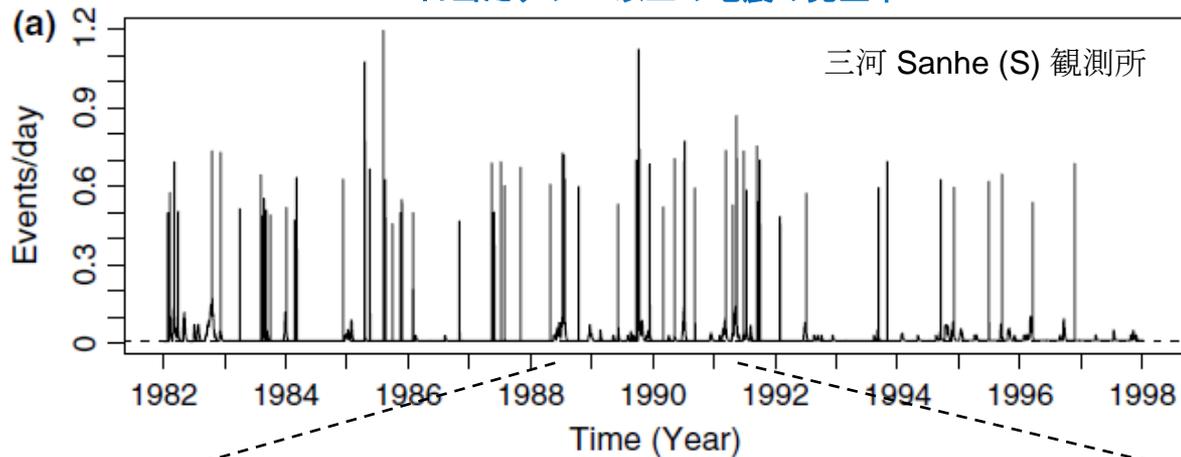
Zhuang et al. (2005, *PAGEOPH*)

懐来  
Longitude

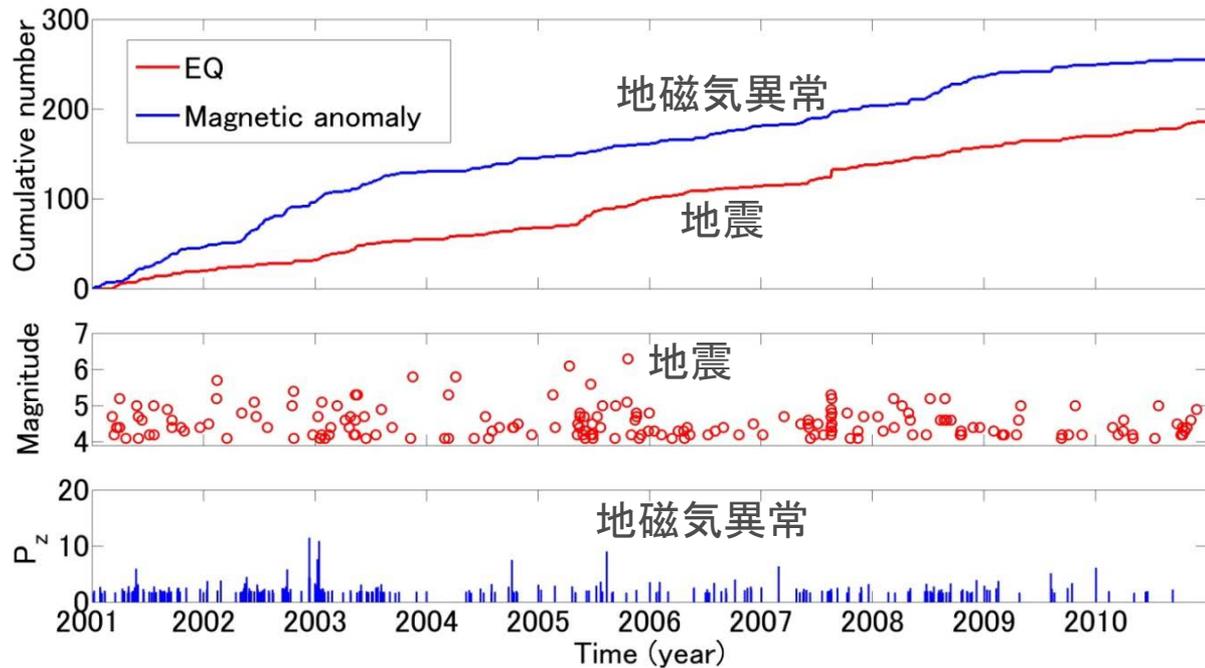
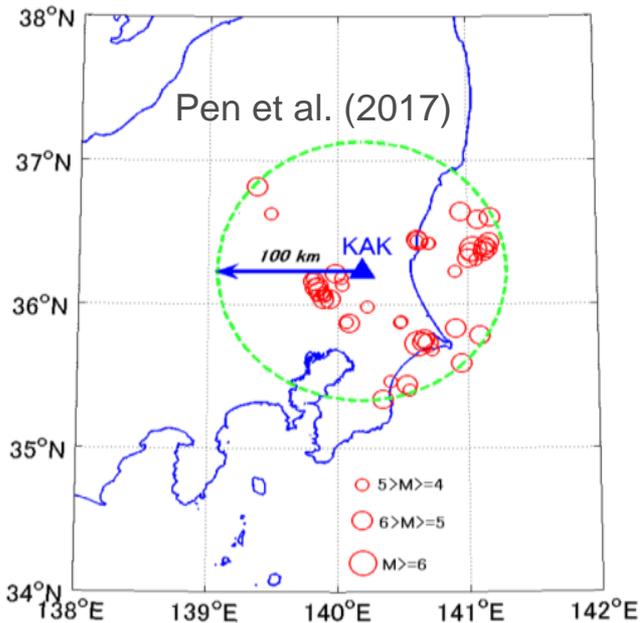


$$\lambda(t | H_t) = \mu + \sum_{\{i; t_i < t\}} g(t - t_i) + \sum_{\{j; \tau_j < t\}} h(t - \tau_j) f(m_j) \Delta$$

1日当たりのM4以上の地震の発生率

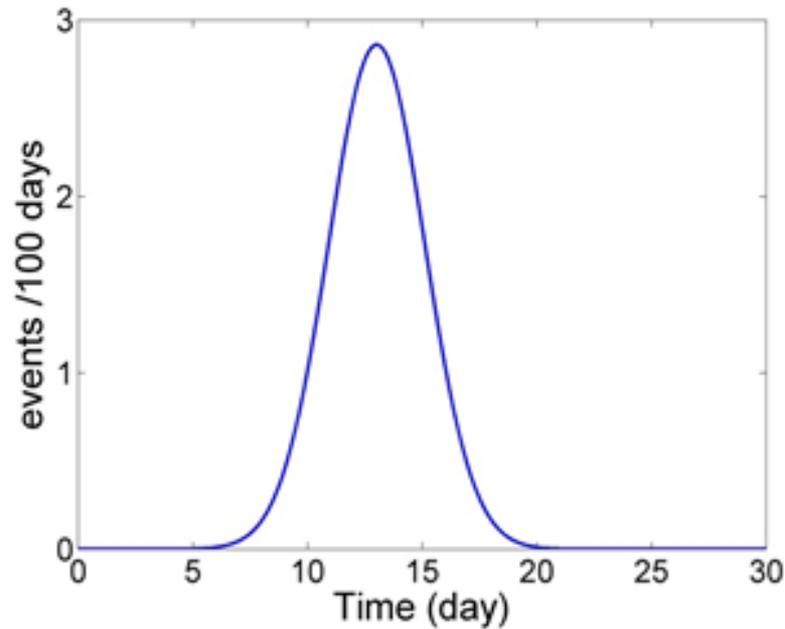


# 気象庁柿岡地磁気観測所

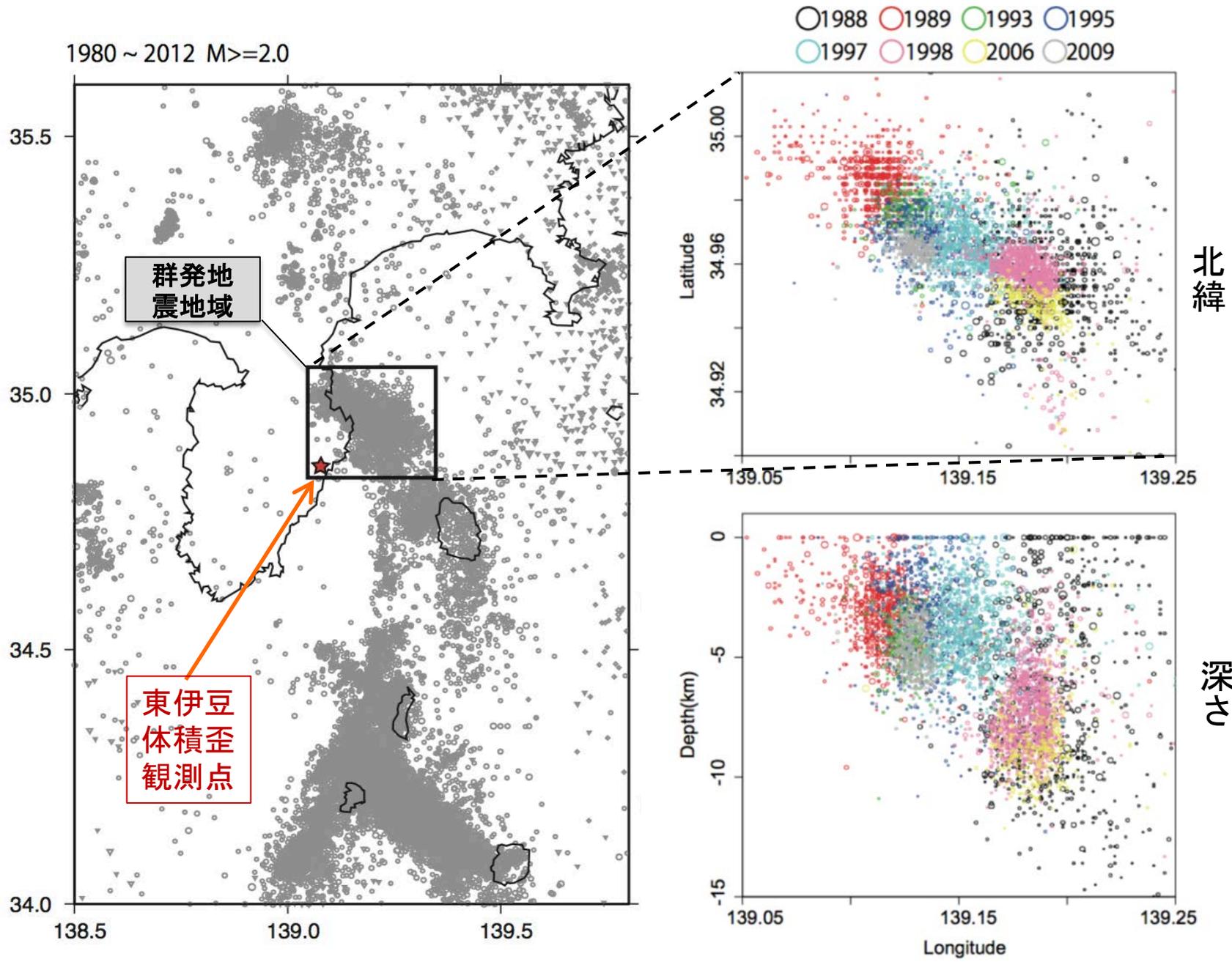


$$\lambda(t/F_t) = (ETAS \text{ model}) + \sum_{v_i < t} A \cdot \varphi_{\mu, \sigma^2}(t - v_i)$$

Model	#p	AIC	$\Delta$ AIC
Poisson model	1	1482.	0
ETAS model	5	1428.	-54
External model	4	1464.	-18
Combined model	8	1417.	-65



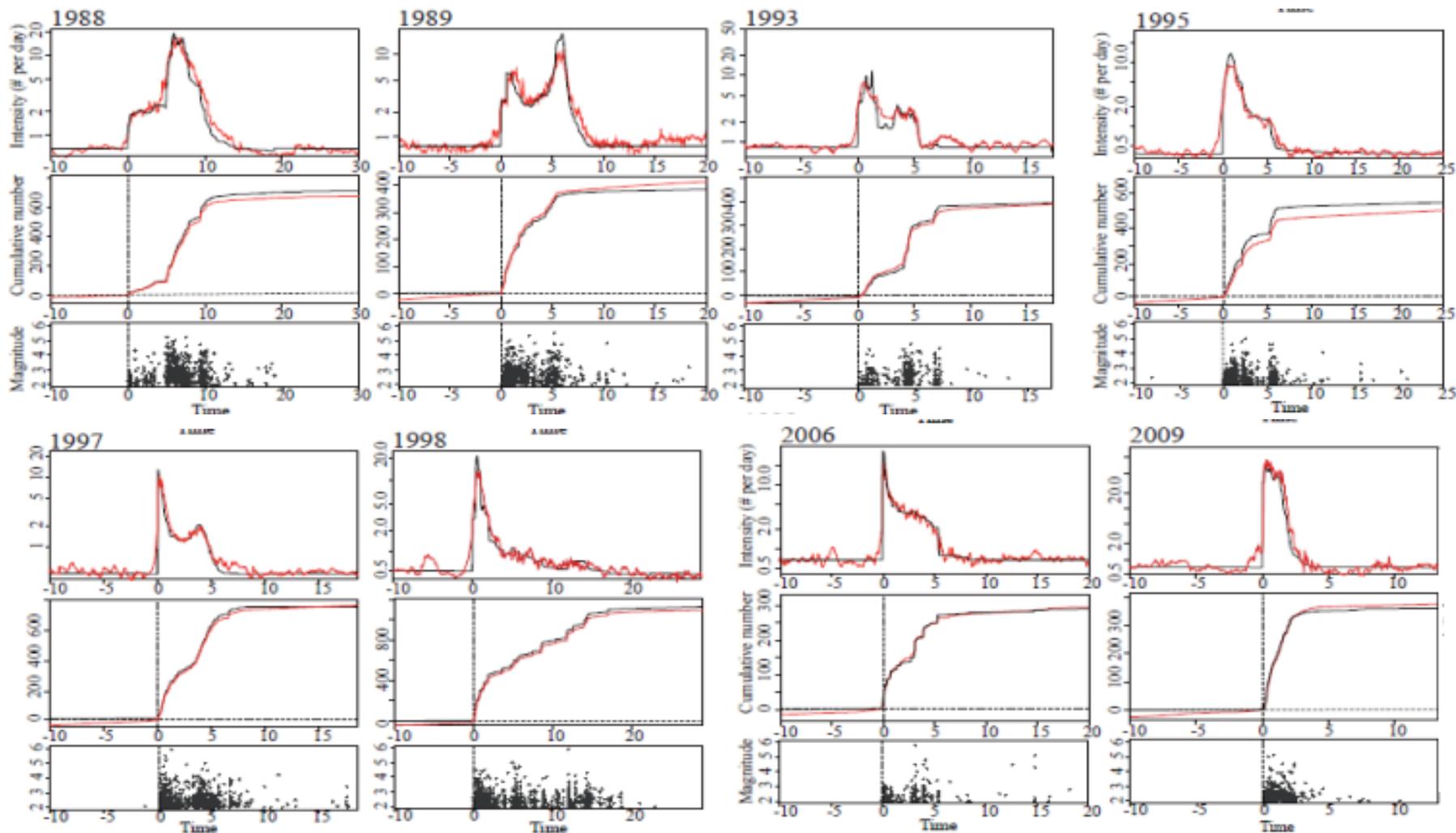
# Kumazawa, Ogata, Kimura, Maeda & Kobayashi (2015, *EPSL*)



# 体積ひずみ変化率で変調されたETASモデル

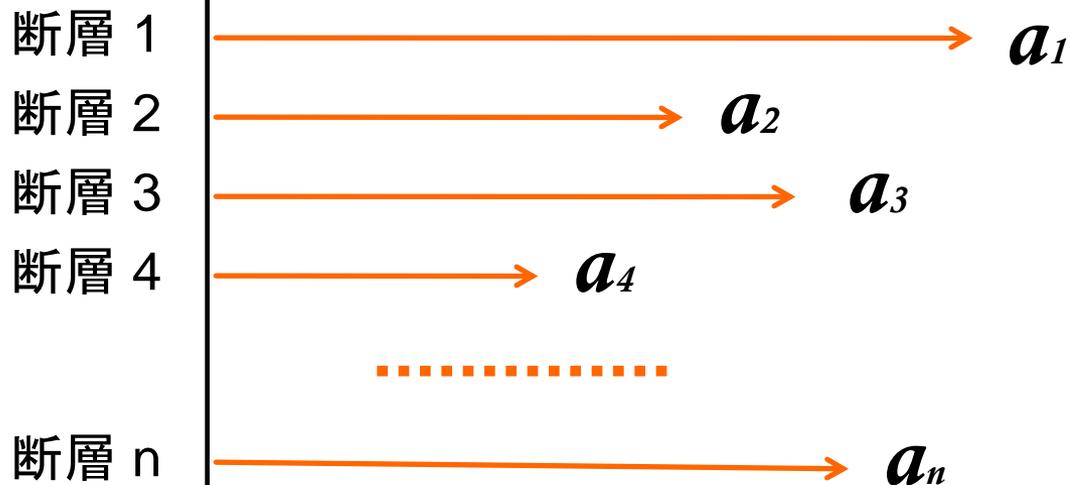
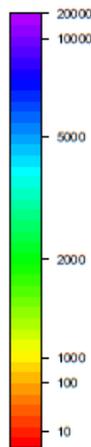
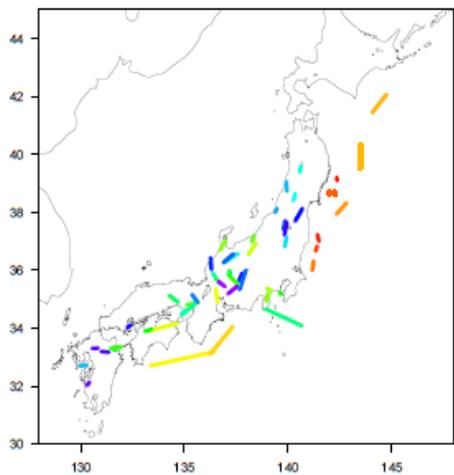
体積ひずみ変化率

$$\lambda_{\theta}(t | H_t) = \mu + \sum_{\{i: S < t_i < t\}} \frac{\hat{K}_0 e^{\alpha(M_i - M_z)}}{(t - t_i + c)^p} + \left( q_1 + \frac{q_2}{d(x, y) + q_3} \right) \sum_{k=0}^K e^{-\sigma k} z_{t-k}$$





# 長期(30年確率)予測

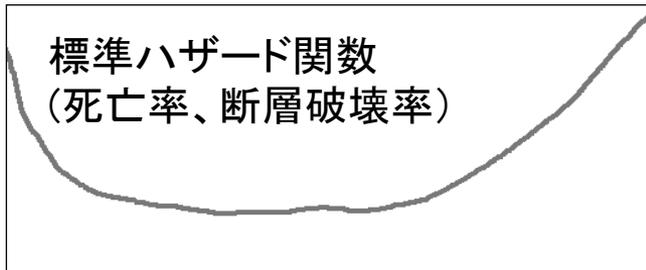


最後の破壊時  
= 出生時

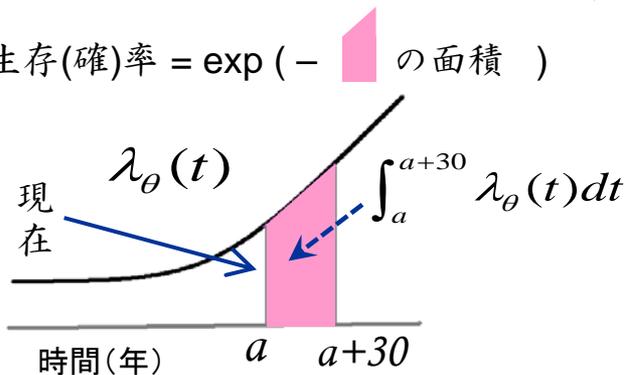
標準ハザード関数  
(死亡率、断層破壊率)

$$\lambda_0(a)$$

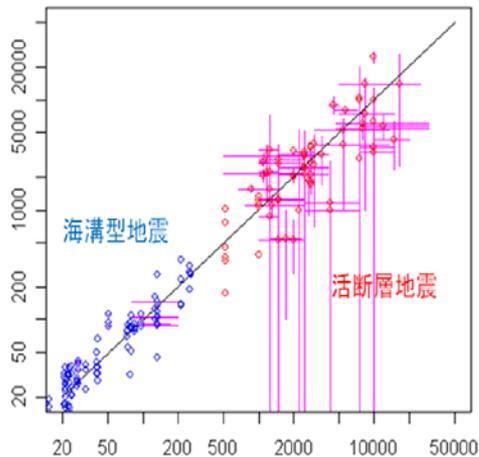
$a$  (年)



生存(確)率 =  $\exp(-$  の面積 )



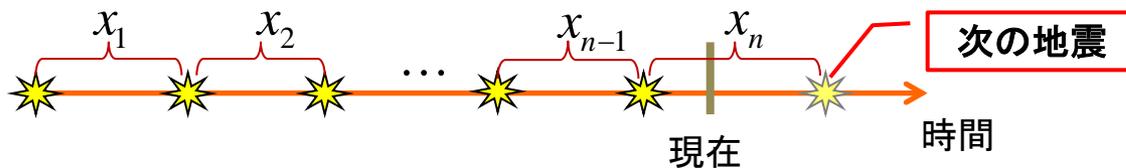
1回の活動間隔



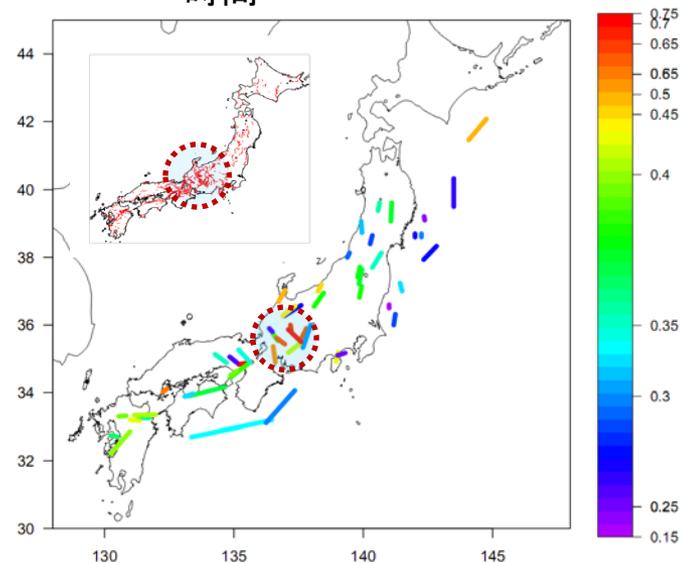
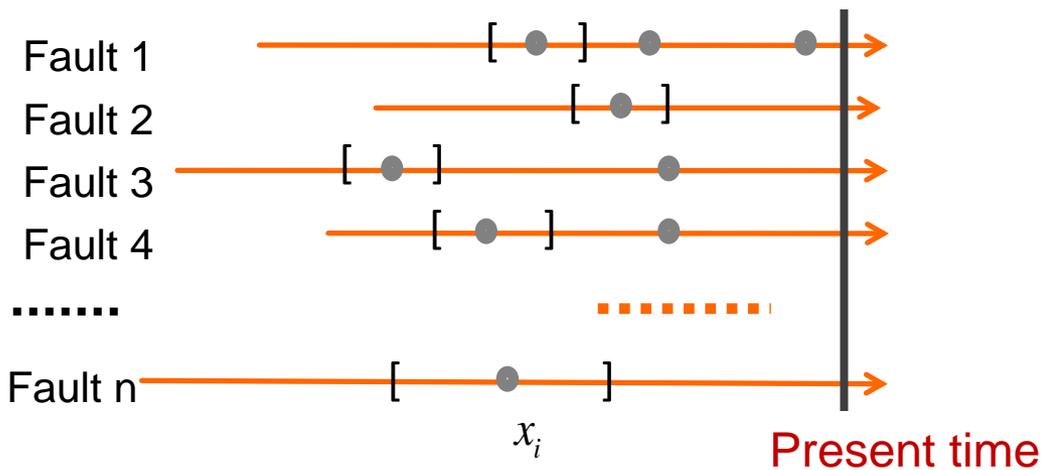
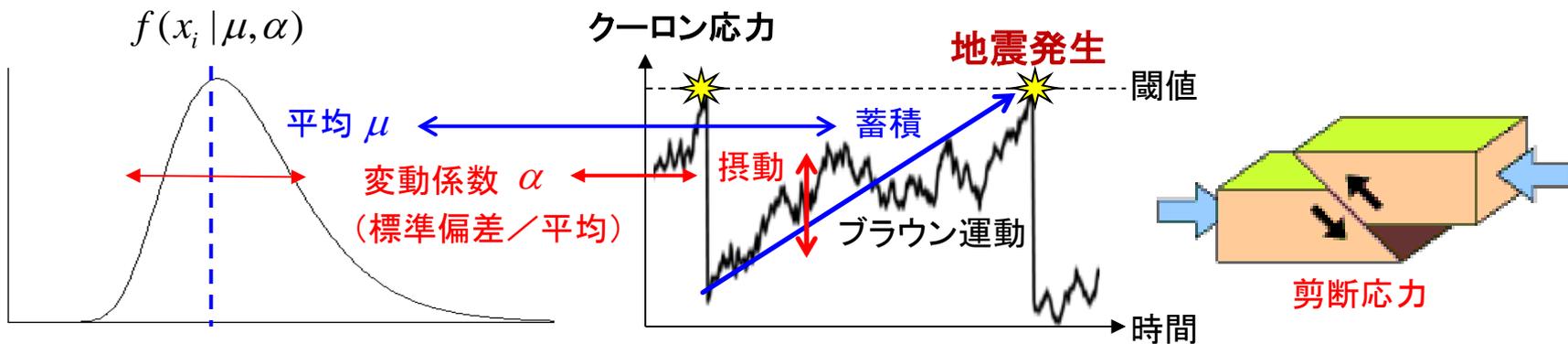
平均活動間隔(1回のずれ/ずれ速度)

# Brownian Passage Time (BPT)更新過程

## 更新過程



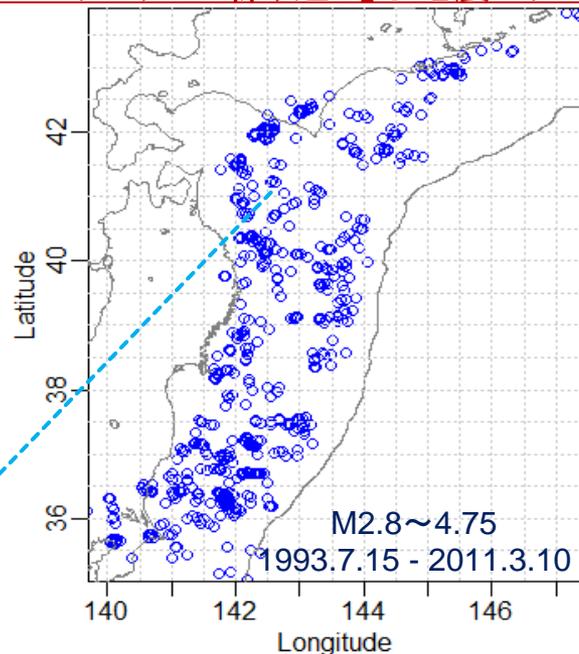
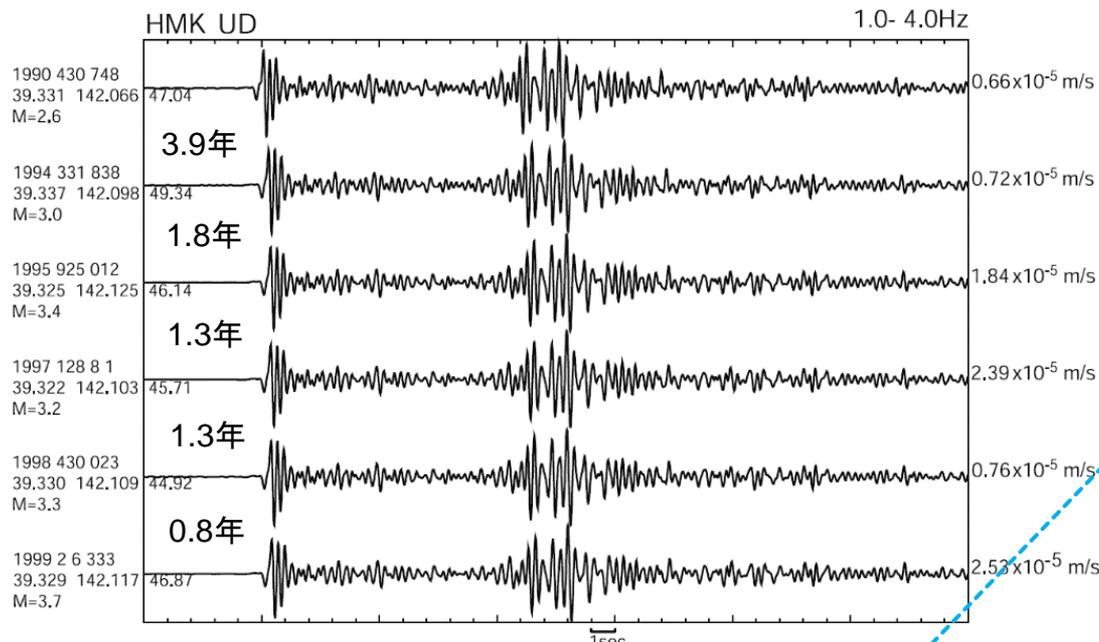
## Brownian Passage Time (BPT)分布 ... 地震の再来間隔の確率分布



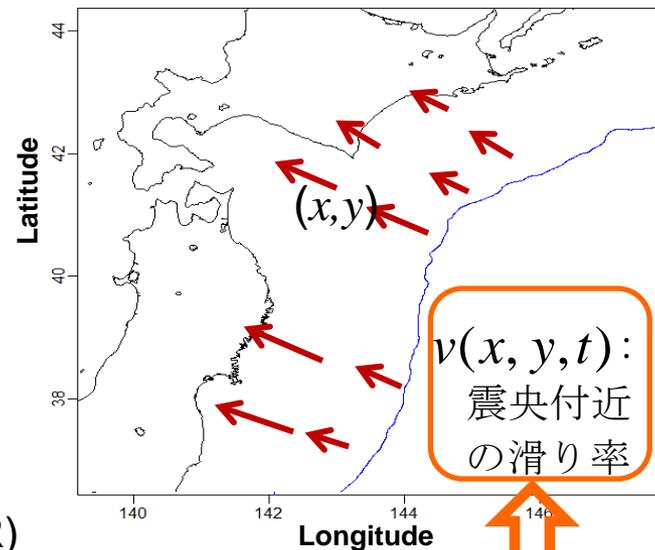
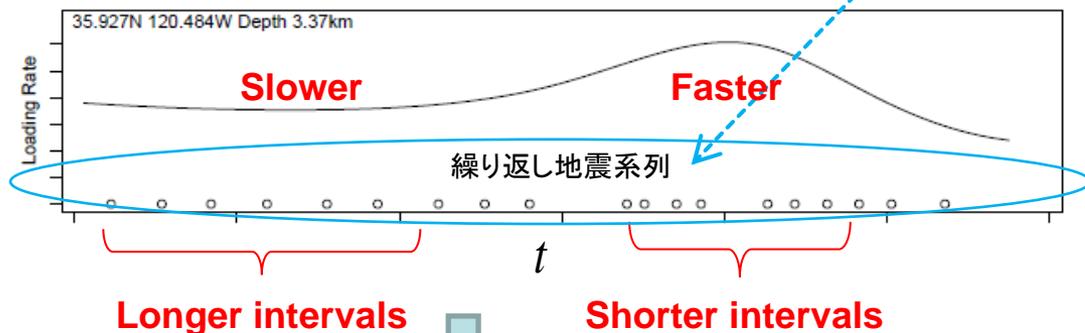
# 沈み込む太平洋プレート上面のスリップ率の解析

## 内田カタログの「繰り返し」小地震マップ

相似地震



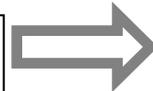
$(x, y)$



Nomura et al (2014, JGR)

非定常 BPT 更新過程

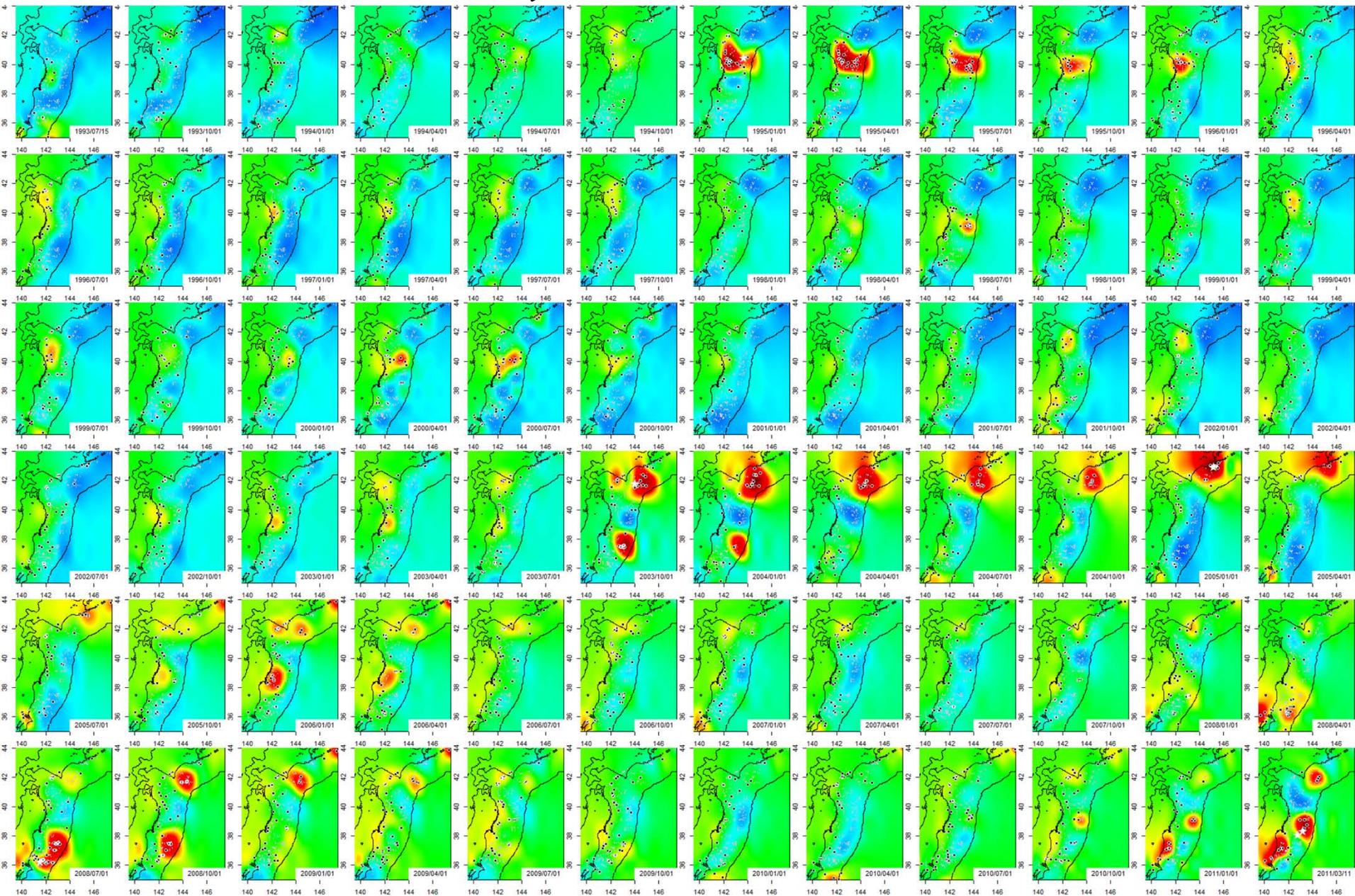
時空間平滑化モデル





# 沈み込む太平洋プレート上面のスリップ率 (Nomura, Ogata, Uchida, Matsu'ura, 2018, JGR)

1993.7.15

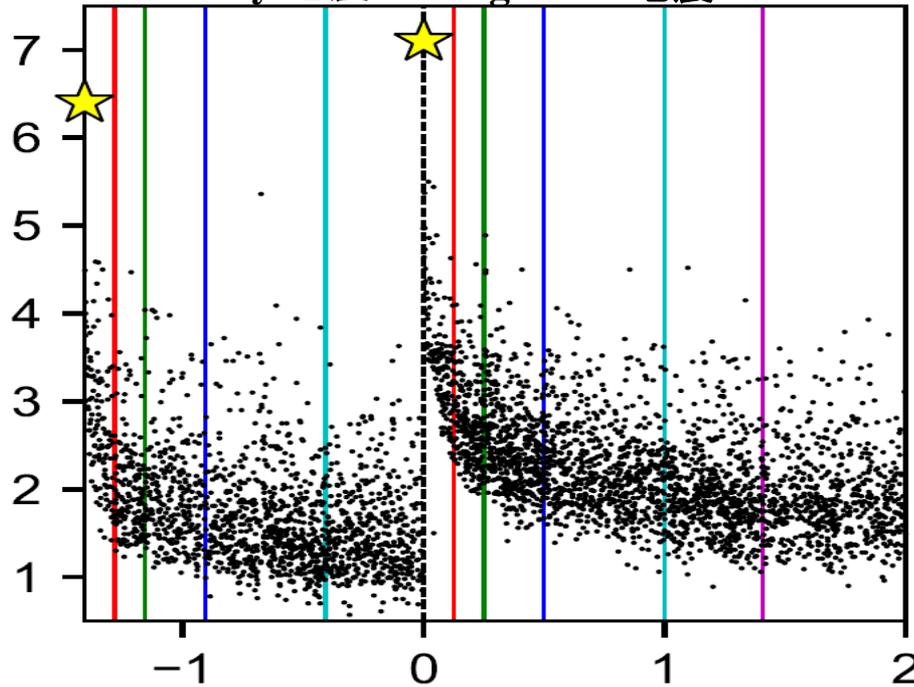


2011.3.10

# 早期余震予測

Searles Valley 地震    Ridgecrest 地震

マグニチュード

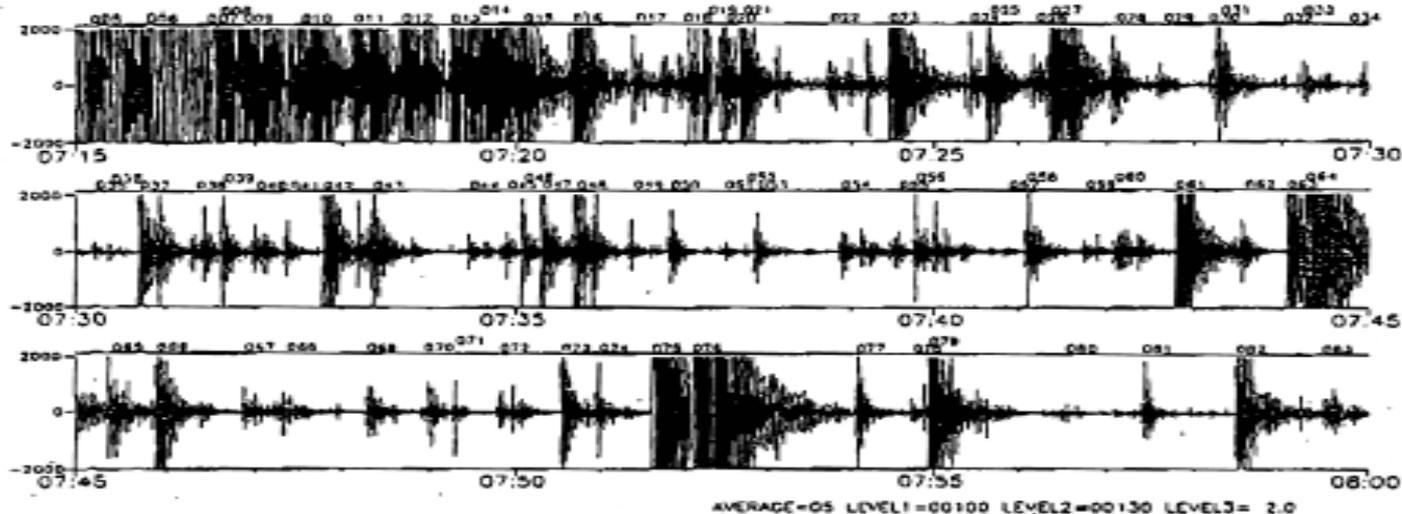


R-J model x 本震後の余震検出モデル

$$\lambda_{\theta}(t, M) = \frac{K \cdot 10^{-bM}}{(t+c)^p} \int_{-\infty}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\{z-\mu(t)\}^2}{\sigma^2}} dz$$

リアルタイム  
余震記録

カルフォルニア・リッジクレスト地震前後の時間(日)



# インスリン依存性糖尿病の発病



膵臓からのインスリンの分泌が極めて低下しているために起こる糖尿病です。おもに小児期に発症するため、若年性糖尿病とも呼ばれます。

日本の小児人口に対するインスリン依存型糖尿病の報告数(有病率)は10万人に約8人といわれています。欧米では、日本の10倍から30倍の有病率を示しています。



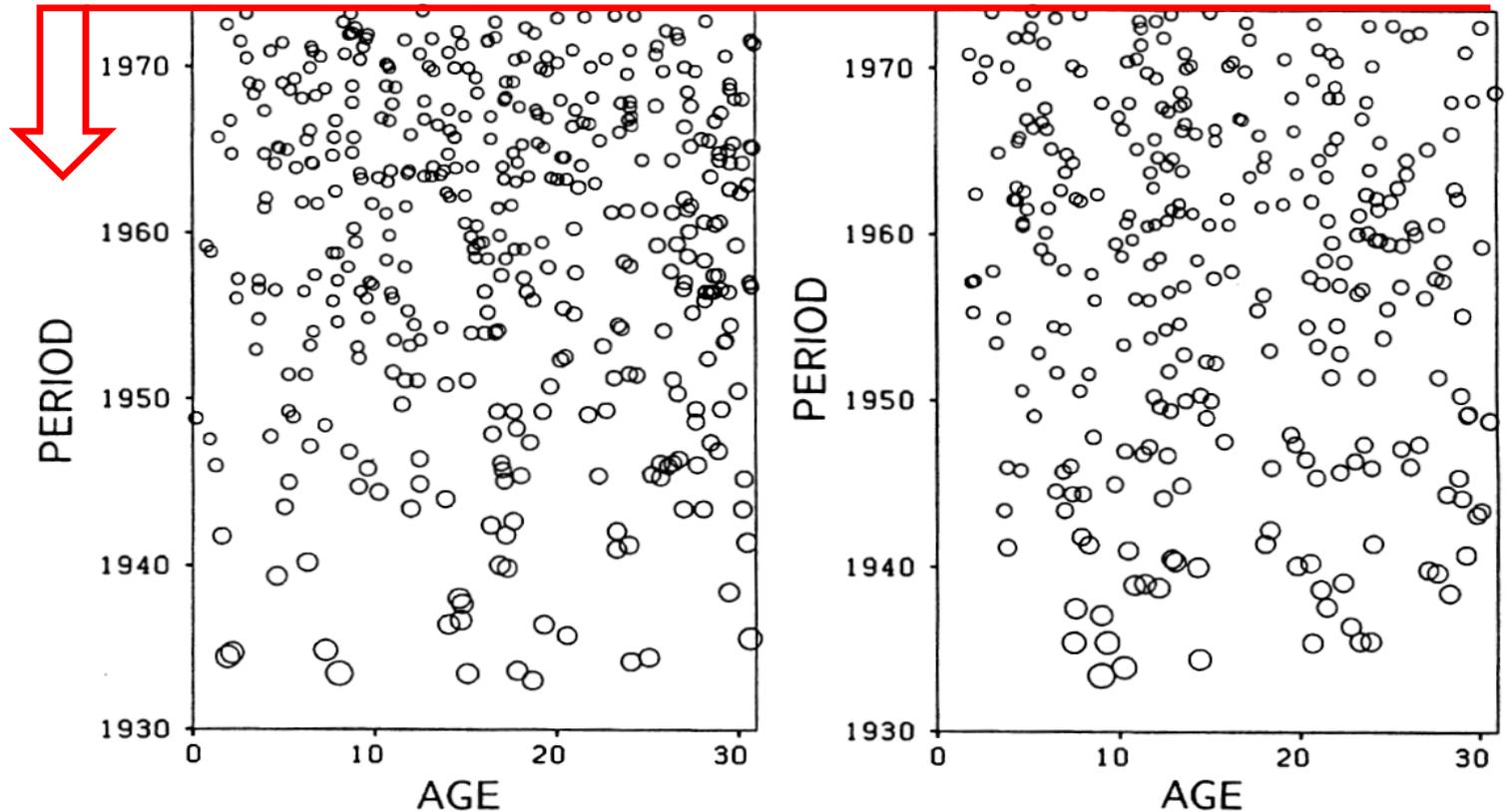
# Keiding et al. (1989)

1973年7月1日に遡及調査

デンマークのフィン郡の拠点病院で診断された糖尿病患者

(a) MALE

(b) FEMALE



糖尿病患者の検出率: (年齢, 時代) = (a, t)

世代:  $c = t - a$

$$\lambda(a, t) = n(a, t) \xi(a, t) \alpha(a, t),$$

観測された強度

人口密度

検出率

真の強度

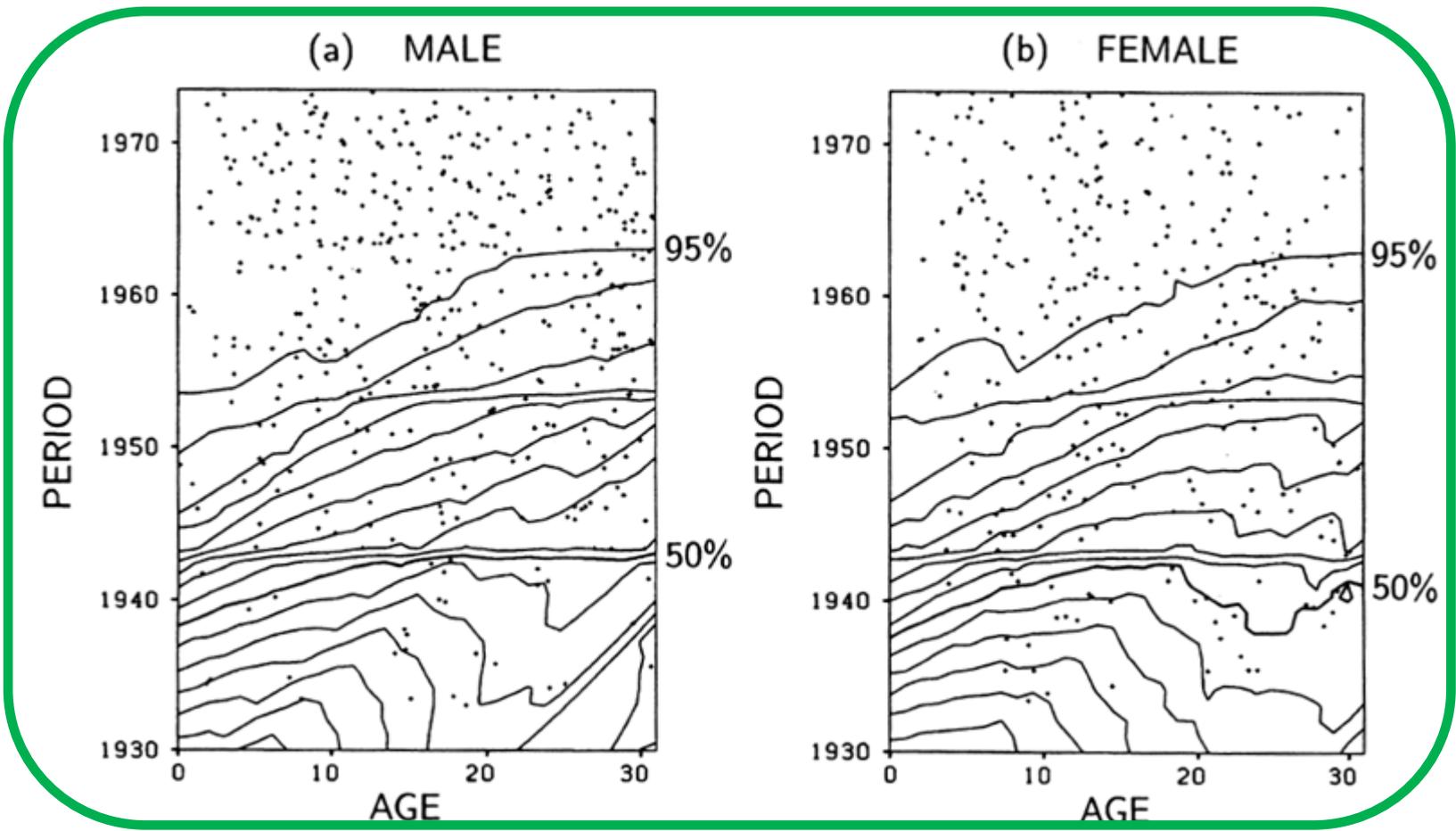
検出率

$$\xi(a, t) = \exp \left\{ - \int_a^{1973.5-c} h(z) M(z, z+c) e^{C(z, z+c; a, t) \cdot \beta'} dz \right\}$$

超過死亡率

通常の死亡率

共変量



糖尿病患者の発症検出率（強度）関数



$$\lambda(a, t | \theta) = \alpha(a, t | \theta) \times \text{検出率}(a, t) \times \text{人口密度}(a, t)$$

↑  
真の発症率関数

# 実際の発症 (*age, time*) の強度関数:

$$\lambda(a, t | \theta) = \alpha(a, t | \theta) \times \text{検出率}(a, t) \times \text{人口密度}(a, t)$$

観測された患者の発症率 (強度) 関数

Model comparison by ABIC

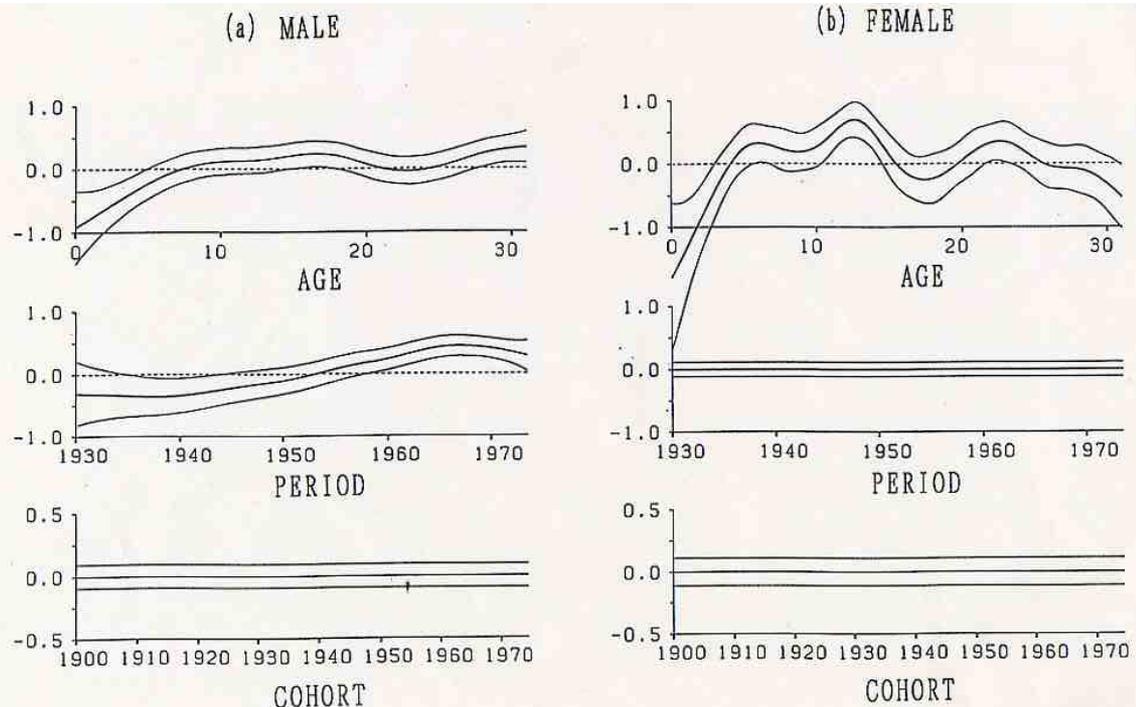
Males				
Models	$(-2)\log L$	$2\#P$	ABIC	Differ.
A+P+C	5685.6	12	5697.6	4.0
A+P	5685.6	8	5693.6	0.0
A +C	5687.8	8	5695.8	2.2
P+C	5695.4	8	5703.4	9.8
A	5709.5	4	5713.5	19.9
P	5703.5	4	5707.5	13.9
C	5725.6	4	5729.6	36.0
const.	5725.6	0	5725.6	32.0

Females				
Models	$(-2)\log L$	$2\#P$	ABIC	Differ.
A+P+C	4375.9	12	4387.9	5.3
A+P	4375.9	8	4383.9	1.3
A +C	4378.5	8	4386.5	3.9
P+C	4401.3	8	4409.3	26.7
A	4378.6	4	4382.6	0.0
P	4402.5	4	4406.5	23.9
C	4402.5	4	4406.5	23.9
const.	4402.5	0	4402.5	22.4

Ogata, Katsura, Keiding, Holst and Green (2000).  
Empirical Bayes age-period-cohort analysis  
of retrospective incidence data, *Scand. J. Statist.*

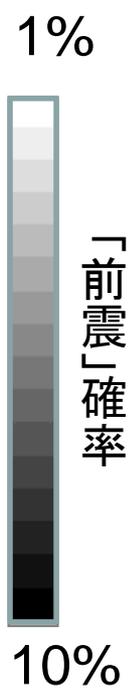
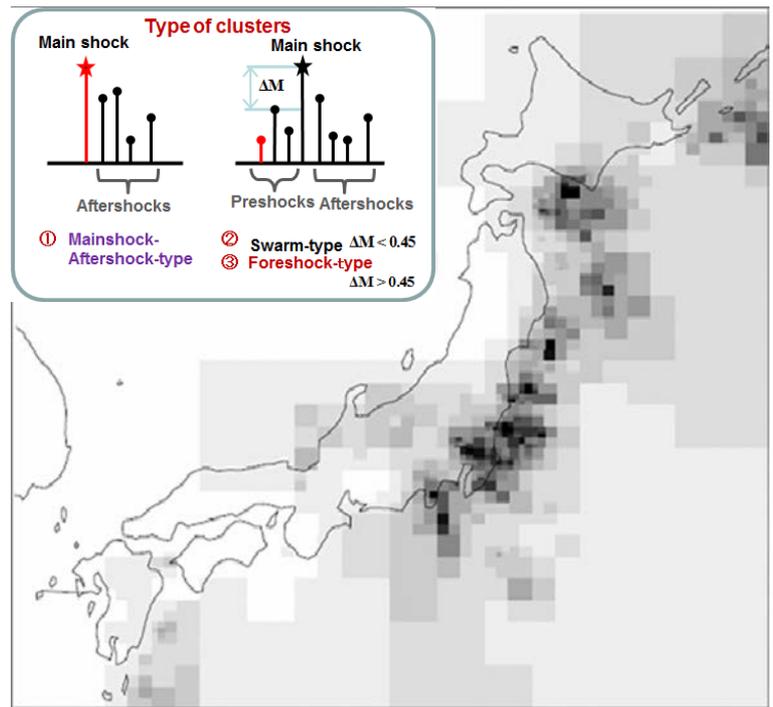
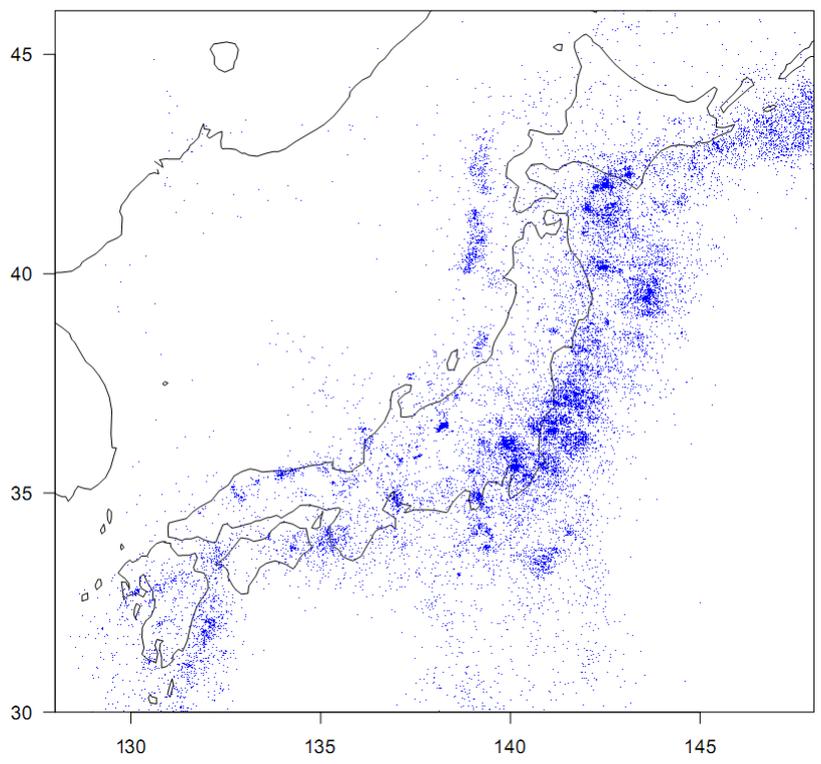
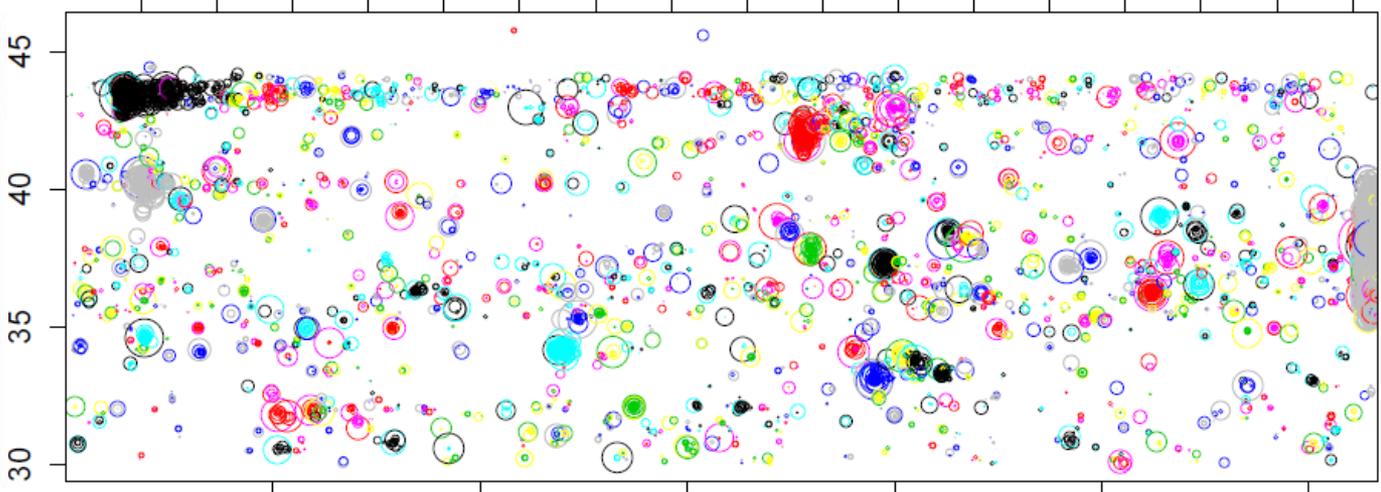
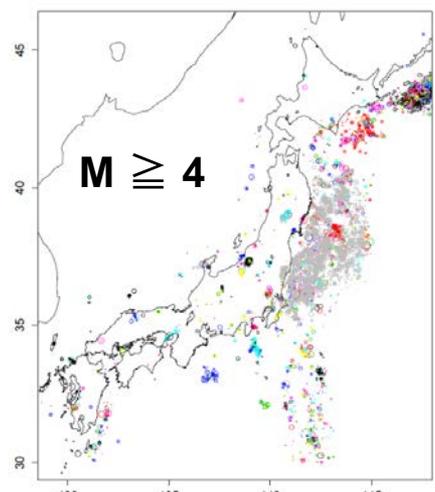
$$\log \alpha(a, t) = \mu + f_A(a) + f_T(t) + f_C(t - a)$$

## 1-dimensional cubic B-spline functions



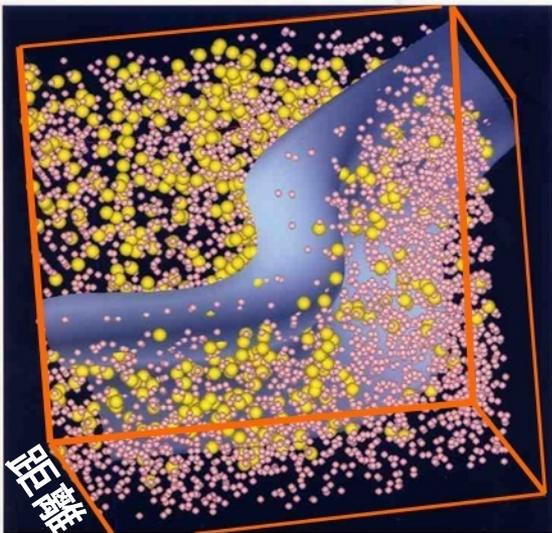
時空間距離  $\sqrt{\Delta_{space}^2 + (c\Delta_{time})^2} \leq 33.33\text{km}$

1995 1997 1999 2001 2003 2005 2007 2009 2011



正規化された時間・距離・  
マグニチュードの差の単位立方体  
黄球: 前震群、紫: その他の群れ

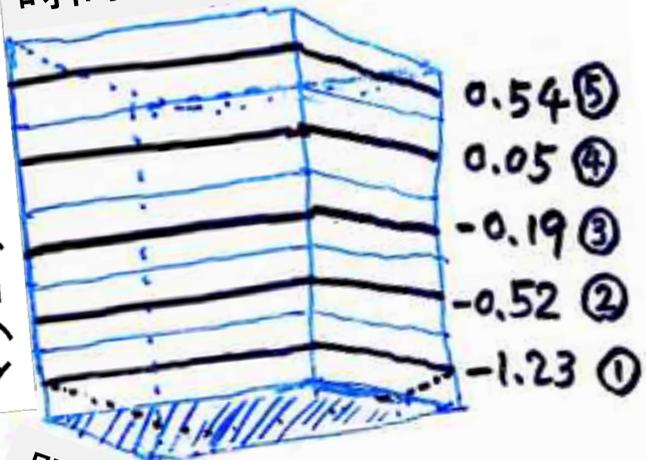
マグニチュード差



時間差

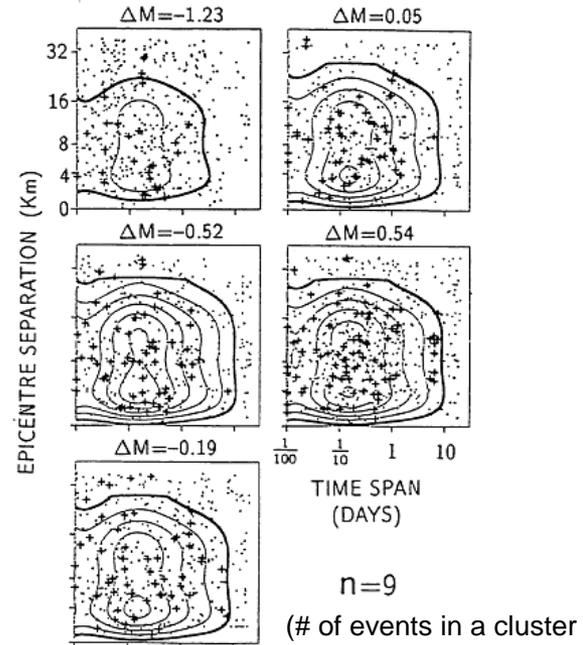
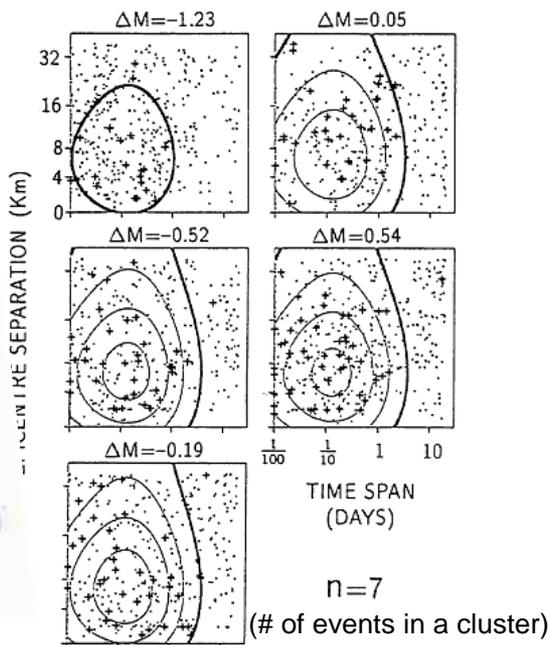
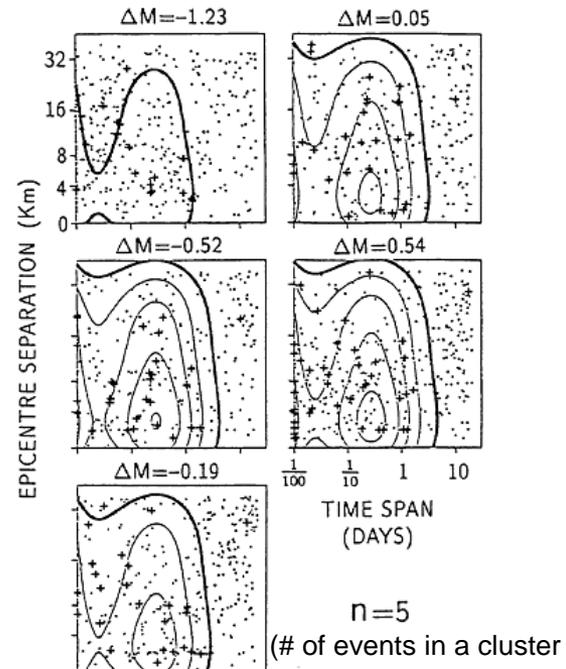
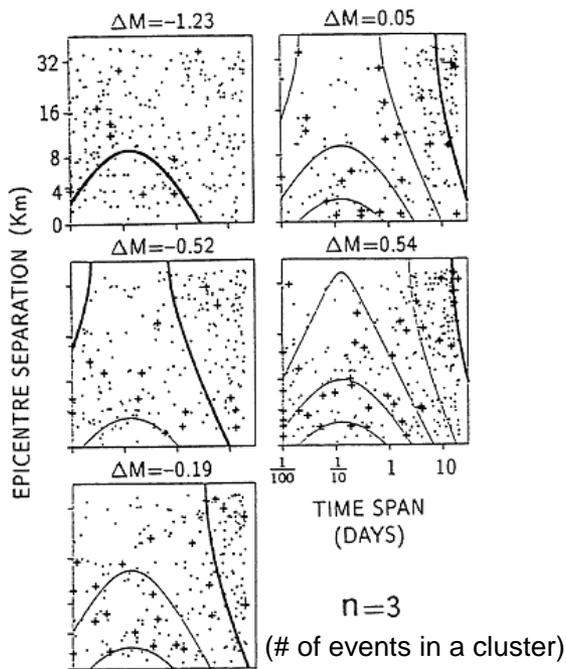
時間差

粗  
グループ  
マグニ  
チュード

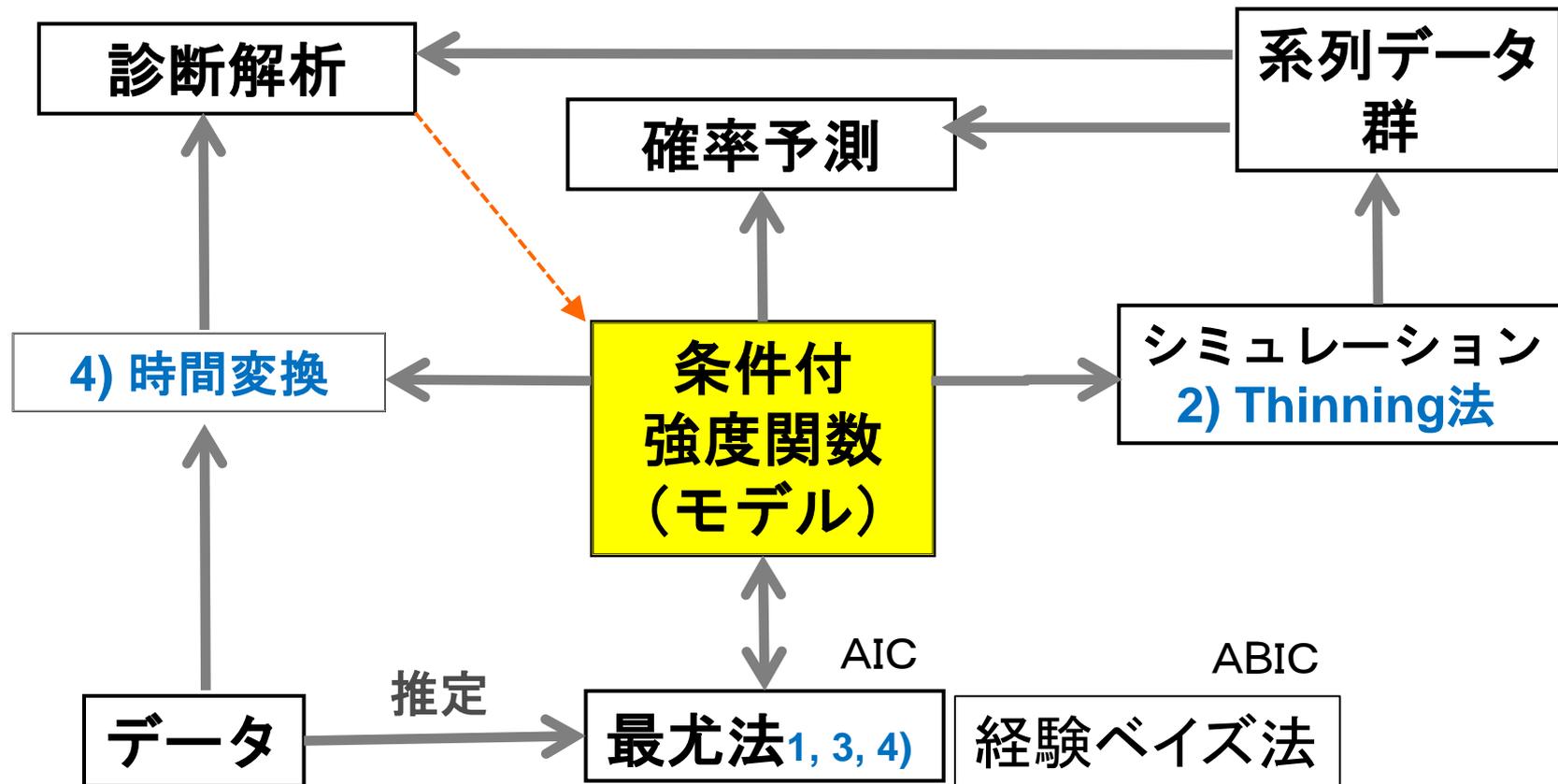


距離

+ 前震型, ・その他: マグニチュード差でスライスされた平面



# まとめ：統計的点過程モデリングと予測と解析



- 1) Ogata, Y. (1978). The asymptotic behavior of maximum likelihood estimators for stationary point processes, *Ann. Inst. Statist. Math.*, 30, 243-261.
- 2) Ogata, Y. (1981). On Lewis' simulation method for point processes, *IEEE Trans. Information Theory*, IT-27, 23-31
- 3) Ogata, Y. (1983). Likelihood analyses of point processes and its applications to seismological data. *Bull. Int. Statist. Inst.*, 50(2), 943-961
- 4) Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *J. Amer. Statist. Ass.*, 83, 9-27.

利用可能なFORTRAN package ; 地震予測解析グループのWEBホームページ参照:  
[https://www.ism.ac.jp/~ogata/Ssg/ssg\\_softwares.html](https://www.ism.ac.jp/~ogata/Ssg/ssg_softwares.html)