

# 共通オッズ比とランク累積分布関数による ランキングデータ解析：世界大学ランキングを事例に

樊 怡舟<sup>†</sup>

(受付 2025 年 6 月 26 日；改訂 12 月 31 日；採択 2026 年 1 月 7 日)

## 要 旨

高等教育国際化が進んできている中、大学ランキングに大変注目が集まっており、実際の大学運営や政策形成に関わる重要な指標とされてきている。本稿は、こうしたランキングデータの解析方法として、世界大学ランキングにおける各国のランクイン状況を「世界平均水準」と比較可能な形で定量化するためのノンパラメトリックな枠組みを提案する。具体的には、Top100, Top200, ..., Top500 といった複数のベンチマークに対応する  $2 \times 2$  分割表を構成し、共通オッズ比(Common Odds Ratio, COR)を抽出する手法と、ランク累積分布関数(Cumulative Distribution Function of Rank, CDFR)を導入し、ランキング構造の比較と要約を可能にする。

さらに、CDFR に単峰性仮定を導入することで、各国のランキング分布を「極度先進国型」「中堅先進国型」「発展途上国型」に分類し、国ごとの構造的特徴を明らかにする。分析においては、世界大学学術ランキング(Academic Ranking of World Universities, ARWU)過去 14 年分の Top500 データを用い、中国・アメリカ・イギリスの 3 か国を事例に、ランクイン数・COR・CDFR の年次推移を比較した。

その結果、中国は CDFR が凸型を示し、年を追うごとに COR も上昇する比較的「発展途上国型」、アメリカは明確な凹型と高い COR を持つ「極度先進国型」、イギリスは S 字型の CDFR を示す「中堅先進国型」として特徴づけられることが示された。本研究は、国際ランキングの持つ構造的制約や母集団の仮定による限界も併せて議論しつつ、統計的に理論整合性のある「世界平均水準」の定式化と国際比較の可能性を示唆する。

キーワード：ノンパラメトリック手法、比較的発展途上国型、先進国型、ARWU、共通オッズ比。

## 1. はじめに

1990 年代後半以降、学術研究と教育活動の国際化が進展する中、各国の高等教育システムのパフォーマンスを国際的に可視化する試みとして、世界大学ランキングは急速に発展・普及してきた (Rauhvargers, 2011, 2013)。現在では、Times Higher Education (THE), QS World University Rankings, ARWU などが広く知られる。これらのランキングは、高等教育機関の国際的な位置づけを示すものとして、大学経営や政策決定に大いに活用される (El Gibari et al., 2018; Williams et al., 2013)。

一方で、ランキングをめぐるのは、「どの国の高等教育システムが相対的に台頭しているの

<sup>†</sup> 広島大学 高等教育研究開発センター：〒739-8512 広島県東広島市鏡山 1-2-2; fanyizhou921106@yahoo.co.jp

か」という、個別の順位づけを超えたマクロな関心が生じる。高等教育システムの成熟段階が異なれば、ランクインの分布や占有の様式が同一であるはずはなく、構造そのものが異なる。政策制定の情景から考えると、個別大学の順位変動よりも、そういったランキングに内在する構造として現れる地域間の差異を把握することが重要である。

世界大学ランキングを用いて国レベルのプレゼンスに着目した分析としては、Top500 や Top100 にランクインした大学数を国別に集計し、GDP や人口との関連を検討する研究 (Günay, 2022; Marginson, 2007), 順位に応じてスコアを割り当てて各国の合計スコアを算出する方法 (Pietrucha, 2018), あるいはランクイン大学数を人口で割ることで効率性を測定する試み (Benito et al., 2020; Lu, 2014) などが挙げられる。

しかし、これらの試みには限界がいくつかある。まず、順位に割り当てるスコアの関数形に理論的根拠が乏しく、分析者の裁量に大きく依存する。また、アメリカなど GDP・ランクイン大学数ともに突出して大きい国が存在し、相関の分析が安定ではない。さらに、スコアの合計や平均といった操作は、ランキングの順序尺度的性質と必ずしも整合しない。

そこで本稿は、個々の大学のランク情報というマイクロデータを出発点とし、国・地域レベルでのランクイン情勢及びその経年変化を記述する枠組みを提案する。具体的には、共通オッズ比 (Common Odds Ratio: COR) およびランク累積分布関数 (Cumulative Distribution Function of Rank: CDFR) を導入し、先進国型の成熟したシステムと新興国型のシステムとの対比を念頭に、アメリカ、イギリスと中国を代表的事例として分析を行う。

## 2. 本稿の使用データ

本稿はデータとして ARWU を取り上げる。ARWU は 2003 年に上海交通大学によって開発された大学ランキングであり、論文被引用数、Nature および Science 誌への論文掲載数、Highly Cited Researchers (HiCi) の数など、客観指標から算出する点で、QS や THE といった他の主要なランキングと一線を画している<sup>1)</sup>。本稿では、2011 年から 2024 年までの各年度の Top500 を対象とし、Top100, Top200, Top300, Top400, Top500 という 5 つのベンチマークを設定し、各国のランクイン割合の推移を分析していく。

図 1 は各ベンチマークにおけるアメリカの大学のランクイン割合の推移を、図 2 は中国の大学について示したものである。両国のランクイン構造において水準・推移・層別配置の三点で明確な違いが観察される。①どのカテゴリーにおいてもアメリカのシェアが高い。②アメリカ

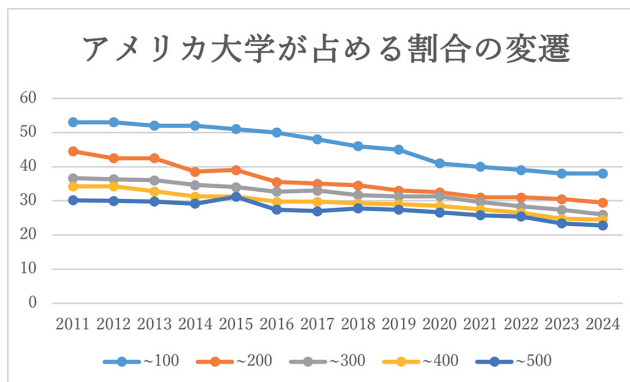


図 1. カテゴリー別 ARWU におけるアメリカの大学の割合推移.

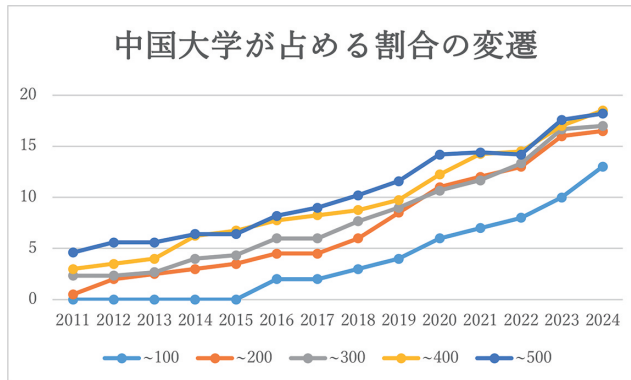


図 2. カテゴリー別 ARWU における中国の大学の割合推移。

は緩やかな減少傾向を示すが、中国は比較的急速な増加を示す。③中国は Top100 から Top500 にかけてベンチマークが下位になるにつれてシェアが拡大する構造に対し、アメリカは逆に上位カテゴリーの方が高いシェアを持つ構造となっている。

次節より、このような構造の違いを読み取るためのツールを導入していく。

### 3. 共通オッズ比

大学ランキングにおける各国の上位入選状況は分割表として記述することができる。例えば、A 国の Top100 のランクイン事情は以下ようになる。なお、全世界の大学数を  $N$ 、A 国の大学数を  $N_1$  とし、Top100 にランクインできた大学のうち  $t$  校が A 国の大学とする。

A 国の入選率を  $p_A$ 、そしてその他の国の入選率を  $p_R$  とおくと、表 1 の各行はそれぞれ二項分布  $B(N_1, p_A)$  及び  $B(N - N_1, p_R)$  に従う<sup>2)</sup>。A 国とその他の国の間に差が全く存在しないという状態、すなわち  $p_A = p_R$  の場合を世界平均水準にあるとする。つまり、入選オッズ比を確認することで、A 国が世界平均水準以上か以下かを記述できる。

一方、本稿のデータは、Top100, Top200, ..., Top500 など複数のカテゴリーから構成されるため、各層の状況から全体のランクイン事情を要約する必要がある。例えば、Top100 に 5 点、Top101-200 に 4 点、以下 3 点、2 点、1 点という順にウェイトづけで各層を評価する。このようなスコア化は計算上の簡便さや直感的理解といった利点を持つ一方、ウェイト設定について

表 1. Top100 ランクイン事情に関する 2×2 の分割表。

	Top100	落選	
A 国	$t$	$N_1 - t$	$N_1$
その他	$100 - t$	$N - N_1 - 100 + t$	$N - N_1$
	100	$N - 100$	$N$

表 2. 第  $j$  カテゴリー (Top $K_j$ ) に対応する 2×2 分割表。

	Top $K_j$	落選	
A 国	$t_j$	$N_1 - t_j$	$N_1$
その他	$K_j - t_j$	$N - N_1 - K_j + t_j$	$N - N_1$
	$K_j$	$N - K_j$	$N$

は客観的な基準が存在せず、恣意的判断に大きく依存する。

表2は、 $j$ 番目のベンチマークカテゴリー  $\text{Top}K_j$  までのランキングにおいて、A国が保有する大学総数  $N_1$  のうち、 $t_j$ 校がランクインしている状況を表している。ここで、各  $\text{Top}K_j$  を一つの層とみなす。本稿では、ノンパラメトリックな層別解析の枠組みから、次のような COR を定義する。

$$\text{Common Odds Ratio} = \frac{\sum_j \frac{t_j(N - N_1 - K_j + t_j)}{N}}{\sum_j \frac{(K_j - t_j)(N_1 - t_j)}{N}}$$

COR がちょうど1となる際に、次の式が成り立つ。

$$\sum_j \frac{t_j}{N_1} = \sum_j \frac{K_j}{N}$$

つまり、A国のランクイン数の合計が、その大学数の世界シェアと各カテゴリーの総枠数に比例している時に、世界平均と等しい水準と判断されることになる。

ただ、層別解析の場合、層ごとに重複しないサブグループを前提とするが、ランキングデータと構造的に異なる。しかし逆に、この「重複構造」は、上位層をより強く評価するスコア化法と類似した機能を果たしている。さらに、スコア化法に比べて、CORは恣意性を制御しながらもランキングの階層構造をある程度尊重できていると言える。

無論、「Top100」「Top101~200」…で区分することで、入選大学が各層において重複にカウントされない分割表を作成できる。その際の共通オッズは以下のように計算される。

$$\text{Common Odds Ratio} = \frac{\sum_j \frac{t_j(N - N_1 - K_j + K_{j-1} + t_j)}{N}}{\sum_j \frac{(K_j - K_{j-1} - t_j)(N_1 - t_j)}{N}}$$

COR がちょうど1になる際に、 $N \sum_j t_j = N_1 K_J$  となり、 $K_J$  は最終層までのランキングとする。この時、各層のランクイン数  $t_j$  の具体的な構成に依存せず、最後の区切りにおけるランクイン状況しか機能しておらず、有効な統合とは言い難い。

表2に基づいた COR で該当国が世界平均水準以上か以下かについて記述可能である。

#### 4. ランク累積分布関数

本節では、カテゴリーを跨いだ占有率の構造変化を視覚的に記述するランク累積分布関数、すなわちA国の何割の大学がある順位までランクインできたかを示す指標を導入する。

世界ランキングの1位から第  $R$  位までA国所属大学の累積数を  $t(R)$  とする。A国の大学数を  $N_1$  とし、順位  $r \in \{1, 2, 3, \dots, R\}$  において、A国のCDFRは次のように定義される。

$$\text{CDFR}(r) = \frac{t(r)}{N_1}$$

$r$ 位までの占有率  $\frac{t(r)}{N_1}$  は、 $(r, t(r))$  と原点を結ぶ直線の傾きである。世界全体を対象としたCDFRは、 $(0, 0)$  から  $(N, 1)$  に至る直線である。これは、どのカテゴリーでも等確率でランクインするという仮想的な世界平均の状況であり、「世界平均水準の基準線」とする。

一方、前節では世界平均水準をCORが1として定義したが、このことはCDFRにおいてどう表現されるだろうか。CORが1の場合、

$$\sum_j \frac{t_j}{N_1} = \sum_j \frac{K_j}{N}$$

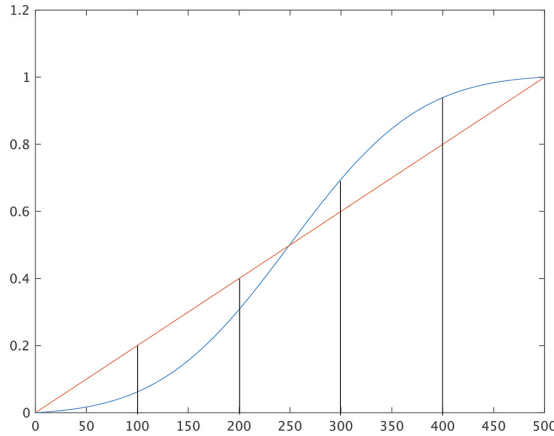


図 3. 共通オッズ比が 1 の集団の CDFR と世界平均水準基準線との関係.

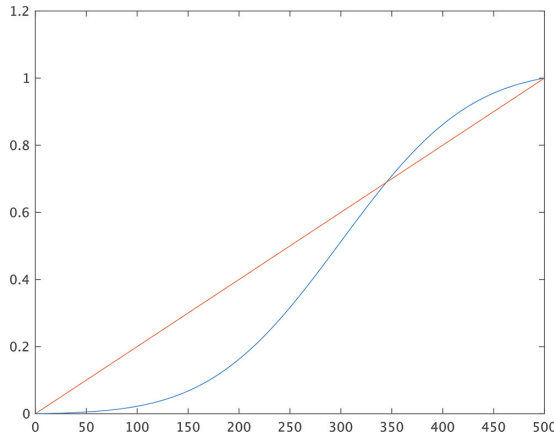


図 4. S 字型 CDFR 曲線.

左辺は各ベンチマークカテゴリー (Top100, Top200, ...) における A 国の CDFR 値の総和, 右辺は対応する世界平均水準基準線上の値の総和である. CDFR 曲線と世界平均基準線との偏差 (上回り・下回り) は全体としてちょうど打ち消し合うことを意味する (図 3).

この関係をさらに細かくみるため, 隣接するベンチマーク  $K_j$  と  $K_{j+1}$  の間, A 国のランキング占有がどのように変化しているかを考える. その差分を次式で定義する.

$$\Delta_{K_j, K_{j+1}} = \frac{t(K_{j+1})}{K_{j+1}} - \frac{t(K_j)}{K_j}$$

ここで, 単峰性の仮定をおくこととする. すなわち, あるカテゴリー  $j^*$  が存在して, 以下の不等式が成り立つ.

$$\Delta_{K_1, K_2}, \dots, \Delta_{K_{j^*-1}, K_{j^*}} \geq 0, \Delta_{K_{j^*}, K_{j^*+1}}, \dots, \Delta_{K_4, K_5} \leq 0$$

$K_{j^*}$  は各国の機関が最も集中する順位帯と解釈でき, その値が大きいくほど, 上位よりも下位に分布しやすいことを意味する. このことに基づいて, CDFR の形を通して該当国が先進国か比較的發展途上かについて記述することが可能である.

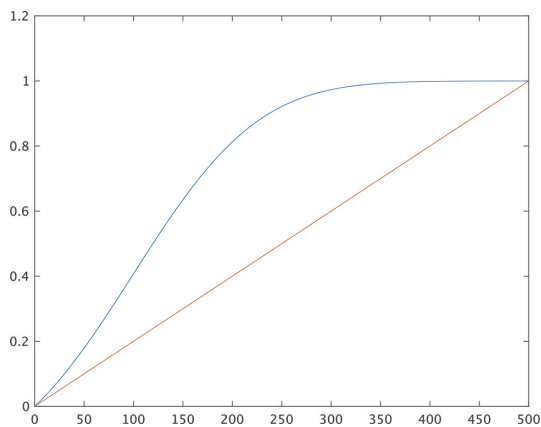


図 5. 凹型 CDFR 曲線.

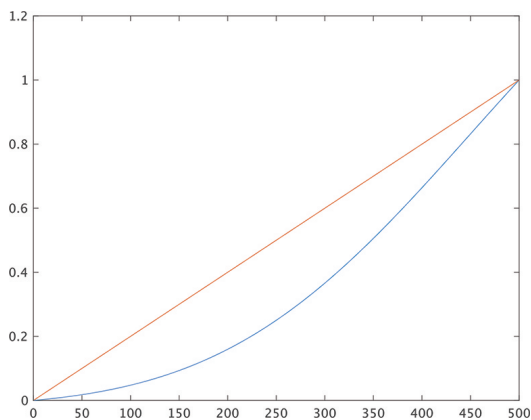


図 6. 凸型 CDFR 曲線.

本稿では 100 位刻みでベンチマーク (Top100, Top200, ...) を設定しているため, 単峰点  $K_{j^*} > 400$  の場合, 観測可能な範囲においてランキング占有率は単調増加関数となる. このときは, A 国の占有割合の単調増加が観測され, CDFR はその区間において凸関数となる (図 4). この凸型 CDFR は「相対的に発展途上」にある国のパターンと解釈できる.

$100 \leq K_{j^*} \leq 400$  であれば, ランキング占有率は単調増加の部分と単調減少の部分とを両方観測できる. A 国の大学のランキング占有率はベンチマークが下位へと進むにつれて一旦上昇し, やがて下降するという推移を示す. CDFR は典型的な S 字型に近い形状を描くと期待される (図 5). そして, 単峰点  $K_{j^*}$  において, CDFR は下に凸から凹に転換する.

一方, 単峰点  $K_{j^*} < 100$  の場合, 観測範囲ではランキング占有率が単調減少関数となる. その結果として, A 国の占有割合が早期から一貫し遞減していくような, 単調減少的な傾向のみが捉えられる可能性がある. このとき, CDFR は全体として凹関数となり (図 6), 初期に急増し, その後漸近的に伸びが緩やかになるような形状を示す.

## 5. 分析

本節では、中国、アメリカ、イギリスの3か国を代表例として取り上げ、本稿が提案したCORとランク累積分布関数という二つの記述統計量を用い、それぞれの国・地域における世界大学ランキング上のプレゼンスを記述・分析する。

具体的には、以下の三つの作業を行う。

①過去14年間(2011~2024年)におけるARWUのTop500にランクインした各国・地域の大学数を集計し、②その上で、Top500のランクイン情報から各年における該当国のCORを計算し、③併せて、CDFR曲線の推移を可視化する。ただし図の可読性を確保するため、本稿では代表年として2011年(分析の起点)、2017年(中間年)、および2024年(直近年)の3時点についてCDFRを描画し、その形状と傾向を定性的に比較・解釈する。

アメリカの過去14年間のCORはいずれも大幅に1を超える(表3)。2011年時点でCORは2.89と極めて高く、CORは緩やかに低下するが、依然として世界ランキングで圧倒的優位を維持している。CDFRはいずれの年も明確な凹型で、単峰点 $K_{j^*}$ が非常に小さい「極度先進国型」である。下位カテゴリーに向かうほどランクイン占有率が遞減する構造的特徴を有し、図1が示した傾向と整合的である(図7)。つまり、アメリカは極めて高い競争力を保ちつつも、「相対的發展途上国」の台頭に伴い、その相対的優位が徐々に縮小するという「極度先進国型」の動態が捉えられる。

対して、中国の過去14年間のCORは1にまだ未達しているものの年々上昇し、中国が「世界平均水準」に接近しつつあることを示す(表4)。CDFRはいずれも凸型で、下位カテゴリーに向かうほど占有率が増加するという傾向を持っており、図2のシェア推移とも一致する。

表3. 年次別ARWUにランクインできたアメリカの大学数.

アメリカ	~100	~200	~300	~400	~500	COR
2011	53	89	110	137	151	2.8946
2012	53	85	109	137	150	2.8038
2013	52	85	108	131	149	2.5770
2014	52	77	104	125	146	2.2220
2015	51	78	102	125	156	1.6494
2016	50	71	98	119	137	2.2403
2017	48	70	99	119	135	2.3357
2018	46	69	95	117	139	1.8323
2019	45	66	94	116	137	1.7994
2020	41	65	94	114	133	1.8548
2021	40	62	89	110	129	1.7534
2022	39	62	85	106	127	1.6432
2023	38	61	82	99	117	1.8939
2024	38	59	78	98	114	1.8896

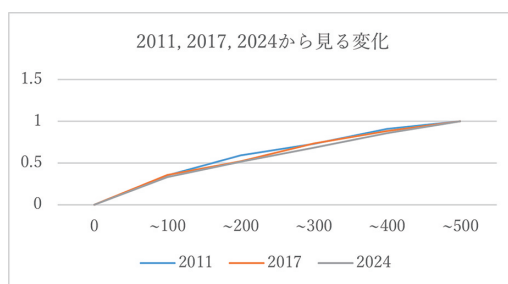


図7. 2011, 2017, 2024におけるアメリカのCDFRの推移.

表 4. 年次別 ARWU にランクインできた中国の大学数.

中国	~100	~200	~300	~400	~500	COR
2011	0	1	7	12	23	0.1685
2012	0	4	7	14	28	0.1868
2013	0	5	8	16	28	0.2387
2014	0	6	12	25	32	0.3686
2015	0	7	13	27	32	0.4460
2016	2	9	18	31	41	0.4530
2017	2	9	18	33	45	0.3941
2018	3	12	23	35	51	0.4332
2019	4	17	27	39	58	0.4823
2020	6	22	32	49	71	0.5001
2021	7	24	35	57	72	0.6434
2022	8	26	40	58	71	0.8087
2023	10	32	50	68	88	0.7544
2024	13	33	51	74	91	0.8280

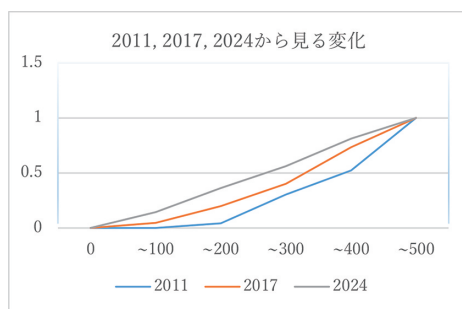


図 8. 2011, 2017, 2024 における中国の CDFR の推移.

表 5. 年次別 ARWU にランクインできたイギリスの大学数.

イギリス	~100	~200	~300	~400	~500	COR
2011	10	19	29	33	37	1.9116
2012	9	19	30	33	38	1.7446
2013	9	19	29	33	37	1.8473
2014	8	20	29	33	38	1.6813
2015	9	21	28	33	37	1.9112
2016	8	21	28	33	37	1.8467
2017	9	20	28	34	38	1.7453
2018	8	21	28	34	39	1.5965
2019	8	21	26	34	36	1.9733
2020	8	20	28	34	36	2.0760
2021	8	20	25	33	38	1.4382
2022	8	21	25	33	38	1.4905
2023	8	20	25	33	38	1.4382
2024	8	20	25	31	35	1.7439

CDFR 曲線の年次推移に注目すれば、2024 年において中国の CDFR 曲線は、世界平均水準の基準線に近接しており(図 8)、つまり、中国は依然平均水準未満ながら、急速に追いつきつつある国として視覚的に確認可能である。

イギリスの過去 14 年間ランクイン数はほぼ横ばいで推移し、COR も 2011 年の 1.91 から 2024 年の 1.74 へと小幅に低下したものの、一貫して世界平均を上回る(表 5)。CDFR はいずれも S 字型を示し、単峰点  $K_{j^*}$  が 100 以上 400 以下、すなわちベンチマークの中間域に位置しており、「中堅先進国型」の分布構造に該当する(図 9)。S 字型の下では占有率が Top200 付近

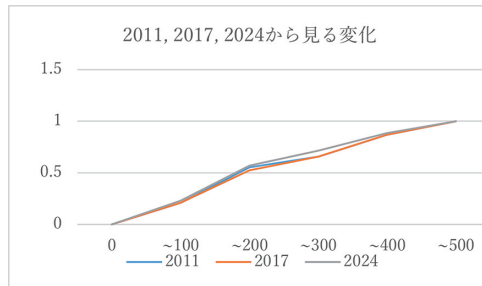


図 9. 2011, 2017, 2024 におけるイギリスの CDFR の推移。

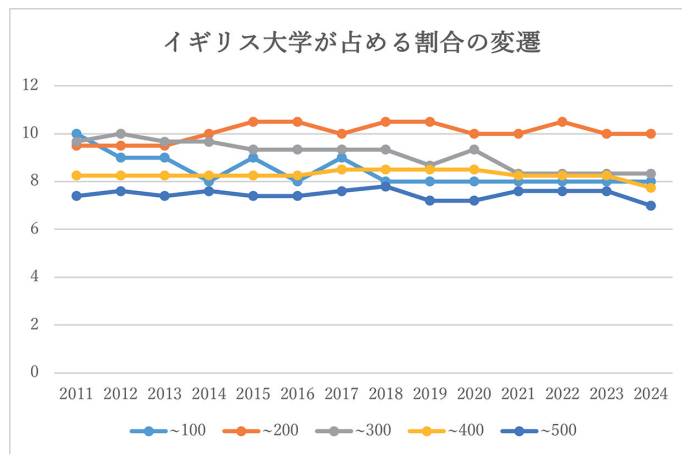


図 10. カテゴリー別 ARWU におけるイギリスの大学の割合推移。

でピークを示し、以降は低下する傾向が観察され、図 10 のシェア推移とも整合的である。以上より、イギリスは長期にわたり世界平均を安定的に上回りつつ、中間順位帯に強みを有する「中堅先進国型」の代表例として位置づけられる。

## 6. おわりに

本稿は、階層構造をもつランキングデータ全般に適用可能な記述的分析を目指し、複数の  $2 \times 2$  分割表で表すランキング事情をまとめる COR、そしてベンチマークカテゴリーごとの占有率変化を視覚的記述するランク累積分布関数を提案した。両ツールは整合的であり、ランキングの階層的構造に対し、COR は非対称的なウェイトづけを内在させた統合指標であり、CDFR との関係は図式的に再解釈できる。

応用例として、提案手法を過去 14 年分の世界大学ランキングデータに適用してみた。単峰性仮定を導入した結果、CDFR は極度先進国型(凹型)、中堅先進国型(S 字型)と比較的發展途上型(凸型)の三類型に分類できる。分析結果では、アメリカは高水準の COR を維持しつつも緩やかに低下し、CDFR が凹型を示すことから、極度先進国型の地位を保ちながら相対的優位が縮小している。中国は年々世界平均に追いついてきているが、未だ COR が 1 に達しておらず、凸型 CDFR から読み取れるように下位層中心の比較的發展途上モデルである。イギリスは安定して COR が 1 を上回り、CDFR が S 字型を描くことから、中堅先進国型としての特徴

が明瞭である。

本稿の分析枠組みは、世界大学ランキングに特化したものではなく、階層構造をもつランキングデータ全般に適用可能な汎用的手法である。例えば、映画ランキング、企業の業績ランキングなど、順位やカテゴリーによって区分されたデータに対して、マクロの特徴を記述する手段として有効な視座を提供するものである。

本稿の分析には、いくつかの限界が存在する。

第一に、本研究のデータでは、Top500外の“落選大学”の分布は観測されない。「世界の研究大学群」の規模  $N$  を大きく想定するほど、CDFR(ランク累積分布関数)の傾斜は緩やかになるため、本稿の分析は、事実上「最上位エリート研究大学群」に絞った相対的比較に位置づけられる。ただし、CDFRの形状は母集団サイズ  $N$  の設定に依存せず保持され、カテゴリーごとの占有率の変化は  $N$  の大小にかかわらず観察可能である。したがって、CDFRを用いた相対的比較は、記述的分析として有効に機能していると言える。

第二に、CORの年次比較には構造的制約が伴う。各年でTop500内の大学構成が変化するため、実質的に母集団が年ごとに異なる。ゆえにCORの上昇や下降が、必ずしも実質的な研究力の向上や衰退を意味するとは限らない。特に、Top401~500のランクイン数が減少すれば、分母構成の変化によってCORが逆に上昇する可能性もある。年次比較を行う場合には、こうした構造的な依存関係を慎重に考慮する必要がある。

第三に、「研究大学」としてカウントされる基準について世界的に統一された定義が存在しない点も留意が必要である。仮に母集団を過度に拡張し、性質の異なる大学群を含めれば、CDFRの単峰性仮定が崩れ、分布構造の比較可能性が損なわれるおそれがある。

最後に、本稿は記述統計の枠組みをとるため、年次変化やカテゴリー間の差異について統計的有意性の検定を行っていない。今後は、Top500ランクイン確率の背後にある母集団分布を仮定できるモデルを構築し、CORやCDFRの変化を推測統計的に検証することが課題である。特に、「ランキングに入る確率分布」を明示的に扱うことで、記述と推測を接続する道が開けるだろう。

注.

- 1) ただし、ARWUが用いる指標の中身は経年的に変化していることに留意しないとイケない。例えば、HiCiやWeb of Scienceの収録範囲は、この20年間で中国発行のジャーナルを多く含むなど、大きく拡大しており、その影響はランキング結果にも反映されている。
- 2) それに加え、表1では、列の周辺度数が制度的に常に100校と固定されており、そして各国の大学数(行の周辺度数)もランキング結果とは無関係に与えられている。A国のランクイン数は超幾何分布  $\Pr(T=t) = \frac{\binom{N_1}{t} \binom{N-N_1}{100-t}}{\binom{N}{100}}$  に従う。

## 参 考 文 献

- Benito, M., Gil, P. and Romera, R. (2020). Evaluating the influence of country characteristics on the Higher Education System Rankings' progress, *Journal of Informetrics*, **14**(3), 101051, <https://doi.org/10.1016/j.joi.2020.101051>.
- El Gibari, S., Gómez, T. and Ruiz, F. (2018). Evaluating university performance using reference point based composite indicators, *Journal of Informetrics*, **12**(4), 1235–1250, <https://doi.org/10.1016/j.joi.2018.10.003>.

- Günay, A. (2022). Analyzing the correlation between university rankings and the economic performance of countries, *Journal of University Research*, **5**(2), 205–211.
- Lu, C. (2014). University rankings game and its relation to GDP per capita and GDP growth, *International Journal for Innovation Education and Research*, **2**(4), 1–33, <https://doi.org/10.31686/ijer.vol2.iss4.166>.
- Marginson, S. (2007). Global university rankings: Implications in general and for Australia, *Journal of Higher Education Policy and Management*, **29**(2), 131–142.
- Pietrucha, J. (2018). Country-specific determinants of world university rankings, *Scientometrics*, **114**(3), 1129–1139, <https://doi.org/10.1007/s11192-017-2634-1>.
- Rauhvargers, A. (2011). Global university rankings and their impact, European University Association, Brussels.
- Rauhvargers, A. (2013). Global university rankings and their impact: Report II, European University Association, Brussels.
- Williams, R., de Rassenfosse, G., Jensen, P. and Marginson, S. (2013). The determinants of quality national higher education systems, *Journal of Higher Education Policy and Management*, **35**(6), 599–611. <https://doi.org/10.1080/1360080X.2013.854288>.

# A Method for Analyzing Hierarchical Ranking Data Using Common Odds Ratio and Cumulative Distribution Function of Rank: Application to World Universities Rankings

Yizhou Fan

Research Institute for Higher Education, Hiroshima University

This paper proposes a statistical framework for analyzing world university rankings by formalizing the notion of the “global average benchmark.” Using the ARWU Top500 data over 14 years, we develop two main tools: (1) the Common Odds Ratio (COR), derived from a series of  $2 \times 2$  contingency tables; and (2) the Cumulative Distribution Function of Rank (CDFR), a nonparametric measure representing the proportion of ranked universities in each country as a function of rank.

We further introduce a unimodality assumption for the rank probability function to classify countries into structural types—such as “highly advanced,” “mid-range advanced,” or “emerging”—based on the shape of their CDFR curves. Empirical analysis reveals that: China shows a convex CDFR with a rising COR, representing an emerging structure; the U.S. maintains a concave CDFR and a high but slowly declining COR, suggesting a dominant yet gradually waning position; and the U.K. displays an S-shaped CDFR, indicating mid-range strength in global rankings.

While the analysis is limited by the lack of information on unranked institutions and the assumption of a fixed Top500 population, the framework offers a theoretically coherent and visually intuitive method for international comparison of university presence in global rankings.