

雲解像粒子フィルタを用いた 積乱雲の非ガウス性に関する研究

川畑 拓矢¹・上野 玄太^{2,3,4}

(受付 2022 年 2 月 10 日；改訂 7 月 12 日；採択 7 月 14 日)

要 旨

積乱雲を陽に解像し、再現可能な気象シミュレーションモデルに対して sampling importance resampling による粒子フィルタを実装した。目的は積乱雲の発生・発達における非ガウス性を評価し、その起源を突き止めることにある。このために統計分布モデルとして、ガウス分布、ガウス混合分布、ヒストグラムの3種を用意し、情報量規準 BIC を用いて客観的な非ガウス性判定を行った。その結果、まず局地前線上端における上昇流が非ガウスとなり、同領域の水蒸気に非ガウス性が伝搬し、積雲の発生、発達に伴い、温位や雲水、雨水も非ガウスとなっていくことが分かった。最終的に積乱雲の発達に伴い、検証領域全体が非ガウスとなり、積乱雲が非ガウスであることを評価できた。さらにその起源が接地境界層における上昇流であることを発見した。

キーワード：粒子フィルタ、非ガウス性、積乱雲、雲解像。

1. はじめに

近年、豪雨の発生回数が増加傾向にあることが報告されている（気象庁, 2021）。豪雨は積乱雲の集合によってもたらされる地上降水であり、構成する積乱雲の水平スケールは 10km 程度、寿命は 1 時間程度である。その発生は大気下層の水蒸気、風速場、安定度などによって決まり、発生後は水蒸気が凝結して水物質（雨、雪、あられなど）を生成するとともに凝結熱を発生することで上昇流が強化され、発達していく。一連のプロセスは非線形およびカオス性が強く、長時間先に対する予測が難しい。

積乱雲の発生・発達を予測するためには、高性能な数値シミュレーションモデルと精度の高い初期値が必要である。精度の高い初期値は、豪雨の要因となる気象要素に対して、さらにその時空間スケールを捉えられる観測データをシミュレーション結果に対して同化することで得られる。

例えば Kawabata et al. (2007) は 10 分ごとの可降水量データと 1 分ごとの気象レーダー動径ベクトルデータを同化することで、積乱雲の発生予測に世界で初めて成功した。これは発生前の大気下層の水蒸気とその水平収束を、両データの同化によって初期値に再現したことによる。

¹ 気象研究所 気象観測研究部：〒305-0052 茨城県つくば市長峰 1-1

² 統計数理研究所：〒190-8562 東京都立川市緑町 10-3

³ 総合研究大学院大学 複合科学研究科統計科学専攻：〒190-8562 東京都立川市緑町 10-3

⁴ データサイエンス共同利用基盤施設 データ同化研究支援センター：〒190-0014 東京都立川市緑町 10-3

また積乱雲の発生・発達プロセスは非線形性が強く、さらに時間的にも急激な変化を伴うため、これに対する観測、予測の誤差は非ガウスを為すと考えられる。天気予報に対して広く用いられているデータ同化システムは、ガウス分布を前提とした観測モデルを設定し、変分法あるいはカルマンフィルタのアルゴリズムで推定しており、このような非ガウス性を扱うことが難しい。

Bocquet et al. (2010)は事前分布における非ガウス性を2種に分類しており、それぞれ予測誤差と観測誤差を起源としている。後者について、非ガウスを為す観測データの典型として降水量データの取り扱いについていくつかの試みが為されている。Koizumi et al. (2005)はその誤差が指数関数に従っていることに着目し、変分法を用いている気象庁現業システムへ導入した。またLien et al. (2013)は非ガウスを為す観測誤差を統計的にガウス変換する手法を開発して、比較的簡単な数値モデルでその効果を実証した。さらにKotsuki et al. (2017)はこの手法を現実的なモデルに適用して降水予報精度の向上を確かめた。

予測誤差の非ガウス性について、例えば非負のみ取り得る状態変数(降水量など)が挙げられ、この場合は対数正規分布を適用することで対応が可能なことが多い(例えばAonashi et al., 2021)。しかし限られた種類の統計分布モデルにしか対応できず、広く対応するためには粒子フィルタを用いる必要がある。

van Leeuwen (2009)は地球物理学における粒子フィルタの適用についてまとめている。またPotthast et al. (2019)はドイツ気象局の全球予報システムに粒子フィルタを導入する開発を行っている。これらの研究では全球規模のような大きなスケールを扱っており、積乱雲のようにスケールが小さくかつ変動の大きく、さらに水物質の相変化といった非線形プロセスを含む現象では非ガウス性が卓越すると考えられ、粒子フィルタの必要性がさらに高い。このため、Poterjoy (2016)とPoterjoy et al. (2017)はWRF(Weather Research and Forecasting Model; Skamarock et al., 2008)に対して局所粒子フィルタを開発し、Poterjoy et al. (2019)は現実事例に適用して予測精度の向上を示した。しかしながらこれら現実大気を対象とした先行研究のアンサンブルサイズは数十のオーダーであり、確率密度や非ガウス性を議論するには不十分であった。

非ガウス性を評価する際に、歪度や尖度、カルバック・ライブラー情報量などを計算してその値の大小を議論することが多い(例えばKondo and Miyoshi, 2019; Bocquet et al., 2010)。これらの手法は、客観的にある閾値を超えると非ガウス、下回るとガウスという評価が出来ず、便宜的に決めた閾値をもちいて非ガウスを判定して議論を行っている。本稿で提案する手法は、いくつかの確率分布モデルを用意して、サンプルがどの分布モデルへ最も当てはまるのかを判定するという全く新しいアプローチを取る。これによってガウスよりも当てはまりの良い分布モデルがある場合に非ガウスと定義するために、客観的な分類が可能である。

気象現象は本質的にカオスであり、特に積乱雲のような激しい対流現象はカオス性が強い。積乱雲のカオス性を明らかにすることは、その予測可能性の限界を明らかにすることでもあり、カオス性は非ガウス性と密接な関係がある。Kawabata and Ueno (2020)は、積乱雲を陽に表現できる対流スケールの気象モデルを、さらにアンサンブルサイズ1000で実行し、積乱雲の発生・発達に関する粒子フィルタの性能と非ガウス性について議論した。本稿はこの研究を元にして非ガウス性の評価に焦点を当て、さらに加筆したものである。

2節では本稿で用いる粒子フィルタのシステムについて、3節で非ガウス性評価方法について述べ、4節で実験設定とその結果について、5節で考察とまとめを述べる。

2. NHM-RPF

本稿で用いる粒子フィルタは気象庁非静力学モデル (Japan Meteorological Agency NonHydrostatic Model: JMANHM; Saito et al., 2006, 2007; Saito, 2012) に基づいている。JMANHM は 2017 年まで気象庁で現業的に用いられ、また研究用としても様々な目的に用いられた。さらに本粒子フィルタには Ueno and Nakamura (2016) が提案した観測誤差共分散行列の動的推定 (Adaptive R Estimator: ARE) が組み込まれ、NHM-RPF と呼んでいる。なお ARE によってフィルタ発散を緩和する効果があることが分かっているが本稿では議論しない。

なお NHM-RPF には様々なリモートセンシング観測データを同化するための観測演算子が実装されており、ドップラー動径ベクトル、Global Navigation Satellite Systems (GNSS) による可降水量データ (Kawabata et al., 2007)、GNSS 天頂遅延量、視線遅延量データ (Kawabata et al., 2013; Kawabata and Shoji, 2018)、気象レーダー反射強度データ (Kawabata et al., 2011)、ドップラーライダーデータ (Kawabata et al., 2014)、二重偏波レーダーデータ (Kawabata et al., 2018a, 2018b) などの観測演算子が実装されている。ただしいずれの観測誤差についてもガウス分布を仮定しており、本研究では予測誤差の非ガウス性に焦点を当てる。

粒子フィルタのアルゴリズムは、時間推進演算子と、フィルタリングの二つのパートに分かれている。時間推進演算子として JMANHM を採用しており、2 モーメント雲物理過程や Deardorff 乱流過程 (Deardorff, 1980) など、高解像度シミュレーション用に高度な物理過程を用いた。なお粒子フィルタのアルゴリズムとしては SIR (sampling importance resampling) 法を採用し、(2.5) 式に定義する重みに従ってリサンプリングを行う。

SIR を採用する優位性として、各メンバーの状態変数が時間に連続しているということが挙げられる。すなわちカルマンフィルタや変分法では、データ同化のタイミングで状態変数を最適化するために連続性が失われ、その前後で力学的なバランスが保たれない。SIR では連続しているために、非線形発展を陽に扱うことが出来、カオス性の高い現象解析に極めて有利である。一方で、高次元の状態空間に対する確率分布を有限個のメンバーで表現するため、初期に莫大な数のメンバーを用意しないと長期間のフィルタリングが出来ないことを意味している。

フィルタリングはベイズの定理より

$$(2.1) \quad p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \frac{p(\mathbf{x})p(\mathbf{y}|\mathbf{x})}{\int p(\mathbf{y}|\mathbf{x})p(\mathbf{x})d\mathbf{x}}$$

となる。ここで $p(\mathbf{x})$ はモデル大気 \mathbf{x} に関する事前確率密度 (probability density function: PDF)、 $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ は観測値 \mathbf{y} に関する尤度を表す。本研究では観測誤差にガウス分布を仮定し、尤度は次のようになる。

$$(2.2) \quad p(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^M \sqrt{|\mathbf{R}|}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} [\mathbf{y} - H(\mathbf{x})]^T \mathbf{R}^{-1} [\mathbf{y} - H(\mathbf{x})] \right\}$$

ここで \mathbf{R} と $||$ はそれぞれ観測誤差共分散行列と行列式を表し、 M は観測データ数を表している。 $p(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ を求めるために、 $p(\mathbf{x})$ に対する PDF を N 個のメンバーを用いてデルタ関数で離散化するモンテカルロ近似を導入した。

$$(2.3) \quad p(\mathbf{x}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$$

ここで N はアンサンブルサイズ、 i は個々のメンバーを表している。さらに PDF の事後分布は重み w_i を用いて次のように離散化される。

$$(2.4) \quad p(\mathbf{x}|\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N w_i \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$$

なお w_i はさらに次のように表される.

$$(2.5) \quad w_i = \frac{p(\mathbf{y}|\mathbf{x}_i)}{\sum_{i=1}^N p(\mathbf{y}|\mathbf{x}_i)}$$

これは各メンバーの持つ尤度の全体に対する割合を意味している. この重みを用いて(2.6)式で表される有効粒子数(effective sample size: ESS; 例えば Reich and Cotter, 2015)が計算され, フィルタの安定度を表す.

$$(2.6) \quad M_e = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i^2}$$

3. 確率分布の非ガウス性評価手法

ここでは, 粒子フィルタによって得られたアンサンブルに複数の確率分布モデルをあてはめ, 適切なモデルを選択することで, アンサンブルが表現する確率分布の形状を分類する. 特徴的な気象現象の前後には, 静穏時とは異なる特有の形状の分布が現れることを期待したものである.

アンサンブル $\{\mathbf{x}_i\}_{i=1}^N$ はベクトル N 個の集合であるが, ここではベクトルの成分ごとに確率分布モデルをあてはめる. すなわち, 時刻・格子点・物理量(風速などベクトル量は方向成分も)を指定し, それに対応する成分からなる1次元データ $\{x_i\}_{i=1}^N$ に対して, ガウス分布, 2成分ガウス混合分布, ヒストグラムをあてはめる. ガウス分布は, 静穏時に期待される分布, 2成分ガウス混合分布は, 何らかの理由で複数のガウス分布が共存している状況, ヒストグラムは, 以上の2つの確率分布モデルでは表現しづらい分布の検出のために導入するものである.

$\{x_i\}_{i=1}^N$ が互いに独立に得られたものとする, これらの確率分布モデルの対数尤度は, 次のように表される. ガウス分布モデルは, 平均を μ , 分散を σ^2 としたガウス分布の確率密度関数を $\phi(x; \mu, \sigma^2)$ とすると, 対数尤度は

$$(3.1) \quad \ell(\mu, \sigma^2) = \sum_{i=1}^N \log \phi(x_i; \mu, \sigma^2)$$

となる. 2成分ガウス混合分布モデルは, 各分布の混合比を π_1, π_2 , ($\pi_1 + \pi_2 = 1$), 平均を μ_1, μ_2 , 分散を σ_1^2, σ_2^2 として, 対数尤度は次のようになる.

$$(3.2) \quad \ell(\pi_1, \mu_1, \sigma_1^2, \pi_2, \mu_2, \sigma_2^2) = \sum_{i=1}^N \log[\pi_1 \phi(x_i; \mu_1, \sigma_1^2) + \pi_2 \phi(x_i; \mu_2, \sigma_2^2)]$$

ヒストグラムモデルは, 坂元 他(1983)の5.3節で与えられるモデルを一部改変したものをを用いる. 坂元 他(1983)では, 多項分布を用いてヒストグラムの各階級の確率をモデル化している. 階級の総数を J とし, 第 j 階級 ($j = 1, \dots, J$) の確率と度数をそれぞれ P_j, N_j とすると, 観測値として度数 $\{N_j\}_{j=1}^J$ が得られたときの対数尤度は

$$(3.3) \quad \ell(\{P_j\}_{j=1}^J) = \log \frac{N!}{\prod_{j=1}^J N_j!} + \sum_{j=1}^J N_j \log P_j$$

と与えられる(坂元 他, 1983, (5.48)式).

しかしここで、多項分布に基づくヒストグラムモデル((3.3)式)をそのままガウス分布モデル((3.1)式)、2成分ガウス混合分布モデル((3.2)式)と比較するのは適切ではないことに注意する必要がある。その理由は、(3.3)式で与えられるヒストグラムモデルはガウス分布・2成分ガウス混合分布モデルと概念的に同等でないためである。具体的には、第一に、ガウス分布・2成分ガウス混合分布はいずれも確率密度関数であるが、多項分布は確率関数である。第二に、ガウス分布モデル・2成分ガウス混合分布モデルの対数尤度はデータ $\{x_i\}_{i=1}^N$ に基づいて定義されているが、多項分布モデルはデータの集計値である各階級の度数 $\{N_j\}_{j=1}^J$ に基づいている。データ $\{x_i\}_{i=1}^N$ そのものではなく各階級の度数 $\{N_j\}_{j=1}^J$ に基づくことの影響は、全 N 個のアンサンブルメンバーの中から第 j 階級に割り当てられる N_j 個のメンバーを選ぶ組み合わせの自由度が許されることであり、(3.3)式の右辺第1項がその効果を表している。

そこで、ヒストグラムを階段状の確率密度関数とみなしてモデル化することを考える。第 j 階級の範囲を $[a_{j-1}, a_j)$ とし、確率 P_j を階級の幅で割って得られる確率密度 $p_j = \frac{P_j}{a_j - a_{j-1}}$ をモデルのパラメータとする。(3.3)式で $\sum_{j=1}^J P_j = 1$ を満たす確率 P_j を推定する代わりに、 $\sum_{j=1}^J p_j(a_j - a_{j-1}) = 1$ を満たす確率密度 p_j を推定するわけである。このとき、確率密度関数は

$$(3.4) \quad \phi(x; \{p_j\}_{j=1}^J) = \sum_{j=1}^J p_j I(x \in [a_{j-1}, a_j))$$

となる。ここで I は指示関数である。 $\{x_i\}_{i=1}^N$ の独立性を仮定すると、対数尤度は

$$(3.5) \quad \ell(\{p_j\}_{j=1}^J) = \sum_{j=1}^J N_j \log p_j$$

となる。ここで、

$$(3.6) \quad N_j = \sum_{i=1}^N I(x_i \in [a_{j-1}, a_j))$$

と置き、第 j 階級の度数を表していることに注意する。

ヒストグラムモデルの各階級 $[a_{j-1}, a_j)$ ($j = 1, \dots, J$) の設定は、坂元 他 (1983) に倣う。まず $d = \min_{\substack{1 \leq i, j \leq N, \\ x_i \neq x_j}} |x_i - x_j|$ とする。この値はメンバー同士の値の差の最小値(ただし同一の値となる場合は除く)であり、坂元 他 (1983) では精度と呼ばれている。この d を用いて、 N 個のメンバーすべてが含まれる区間 $[\min_{1 \leq i \leq N} x_i - 0.5d, \max_{1 \leq i \leq N} x_i + 0.5d)$ を $c = [2\sqrt{N}] - 1$ 等分($[\]$ はガウス記号で、 $[a]$ は a を超えない最大の整数)し、分点 $\min_{1 \leq i \leq N} x_i - 0.5d = \xi_0 < \xi_1 < \dots < \xi_c = \max_{1 \leq i \leq N} x_i + 0.5d$ を求める。今回は $N = 1000$ であるため、 $c = 62$ となる。この c 個の階級は、刻み幅を最も小さくした場合であるとみなし、以下ではそれらの階級を合併して得られる、より刻み幅を大きくした場合のヒストグラムを考える。いま、階級の総数を $J \leq c$ とし、各階級 $[a_{j-1}, a_j)$ ($j = 1, \dots, J$) の幅は、両端の階級を不等間隔、中央部を等間隔とするヒストグラムを考える。すなわち $a_1 - a_0 = \Delta a_1$, $a_j - a_{j-1} = \Delta a$ ($j = 2, \dots, J-1$), $a_J - a_{J-1} = \Delta a_J$ とする。

全メンバーが同一の値をとる場合には、上で述べたように d を定義することができない。これは珍しい場合ではなく、全メンバーが降水量をゼロと予報した場合などが当てはまる。このような場合の対処策として、デフォルトの d の値として、数値モデルに期待される計算結果の有効数字の桁数を与えておく(観測値を対象とする場合は、観測装置の精度を d とすればよい

だろう)。

対数尤度(3.1), (3.2), (3.5)式の最大化により, 3つの確率分布モデルを推定する。(3.1)式の最大解は解析的に得られる(例えば坂元 他, 1983の(3.26), (3.27)式)。(3.2)式の最大解は, EM アルゴリズムにより得ることができる(例えば中村 他, 1993の第3節)。(3.5)式の最大解は, 付録の(A.6)式に示すように解析的に得られ,

$$(3.7) \quad \hat{p}_j = \frac{N_j}{N(a_j - a_{j-1})} \quad (j = 1, \dots, J)$$

となる。(3.7)式は, 第 j 階級の確率密度が, その階級に入るアンサンブルメンバー数に応じて与えられることを示しており, 仮にその階級に入るメンバーがなければ確率密度はゼロとなる。階級の合併を含めたヒストグラムモデルの推定のプログラムは, 坂元 他 (1983)の III-1「ヒストグラムの自動描画」のプログラムにおいて, 164行目および232行目を

$$\text{AIC} = -2 * (\text{NX}(\text{I}) * \text{LOG}(\text{NX}(\text{I})/(\text{N2} * \text{XN}))) + \text{AIC}$$

から

$$\text{AIC} = -2 * (\text{NX}(\text{I}) * \text{LOG}(\text{NX}(\text{I})/(\text{N2} * \text{XN})/\underline{\text{XX}})) + \text{AIC}$$

へ変更し(下線部が変更分), 446, 447行目の P を P/XX と変更することで得られる。

推定した3つの確率分布モデルのうち, 情報量規準 BIC (Bayesian Information Criterion; Akaike, 1977; Schwarz, 1978)

$$(3.8) \quad \text{BIC} = -2 \max \ell + m \log N$$

の値が最小となるものを, 最も適当な確率分布モデルとして選ぶ。ここで $\max \ell$ は, 各モデルの最大対数尤度である。自由パラメータ数 m は, 正規分布モデルでは自由パラメータが μ, σ^2 であるから $m = 2$, 2成分正規混合分布モデルでは $\pi_1, \mu_1, \sigma_1^2, \pi_2, \mu_2, \sigma_2^2$ に対して $\pi_1 + \pi_2 = 1$ を考慮して $m = 6 - 1 = 5$, ヒストグラムモデルでは $\{p_j\}_{j=1}^J$ に対して $\sum_{j=1}^J p_j(a_j - a_{j-1}) = 1$ を考慮して $m = J - 1$ となる。

なお, 上掲「ヒストグラムの自動描画」のプログラムにおいて, 165行目および234行目を

$$\text{AIC} = \text{AIC} + 2 * \text{IM}$$

から

$$\text{AIC} = \text{AIC} + \text{IM} * \text{LOG}(\text{XN})$$

と変更することで, AIC の代わりに BIC の値が得られる。

4. 観測システムシミュレーション実験

4.1 実験設定

本研究では, 観測システムシミュレーション実験 (Observation System Simulation Experiment: OSSE) を実施した。まず水平解像度 15km で日本全体をカバーする領域 (図 1(a)) に対して, アンサンブル平均を含む 51 メンバーの NHM 局所アンサンブルカルマンフィルタ (Local Ensemble Transform Kalman Filter: LETKF; Hunt et al., 2004); NHM-LETKF (Kunii, 2014) を 2016 年 8 月 1 日 00UTC から 8 月 3 日 00UTC まで, 同化間隔を 6 時間として実行した。この結果をダウンスケールして解像度 2km で関東領域 (図 1(b)) を対象とした 51 メンバーの LETKF を 8 月 2 日 12UTC から 3 時間間隔で実行した (LETKF-2km)。いずれも同化した観測データはゾンデなどの conventional data である。さらに 8 月 2 日 21UTC から関東北西部を切

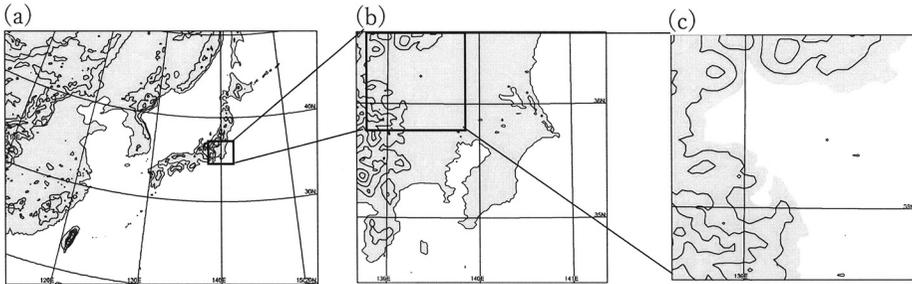


図 1. (a) LETKF 実験領域(15km 解像度), (b) LETKF 実験領域(2km 解像度), (c) OSSE 実験領域(2km 解像度, 48×48 格子), 地形のコンターは 500m 間隔. (Kawabata and Ueno, 2020 より引用.)

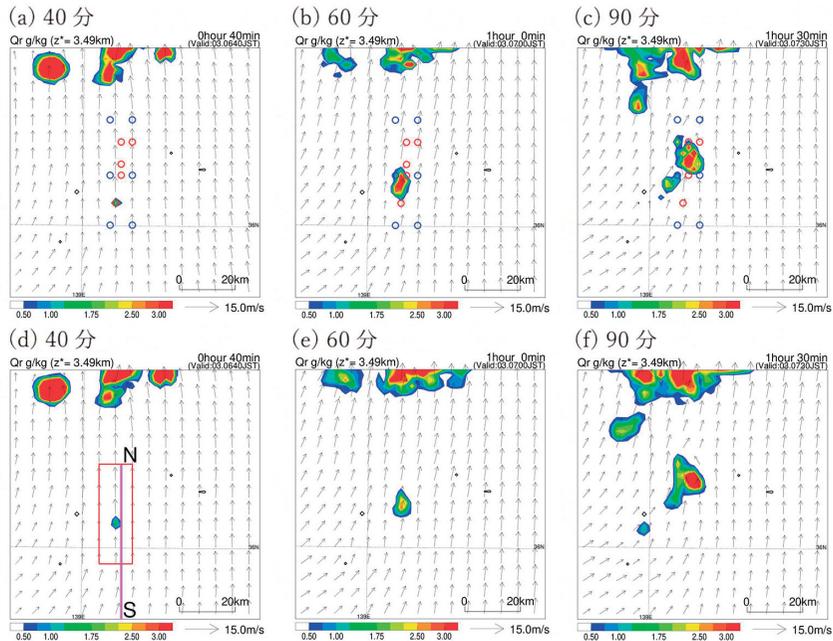


図 2. 上段 (a-c) : Nature run による雨水量混合比 (g kg^{-1}). 高度 3.49km, 時刻は同化開始より 40, 60, 90 分. 下段 (d-f) : NHM-RPF による同化結果(アンサンブル平均). (a) の青丸と赤丸はそれぞれ地上観測データ, レーダー観測データの水平位置. (d) の赤いボックスは図 4, 6, 7 の領域を表し, ピンク線は図 3 と 8 の鉛直断面図線. (Kawabata and Ueno, 2020 より引用.)

り出した領域で解像度 2km のアンサンブル計算を行い, このうちの 1 メンバーを OSSE における nature run として用いた. Nature run では, 実験期間開始 40 分後に雨水が観察され(図 2 (a)), これが発達して 90 分後には成熟した積乱雲となり(図 2(c)), 雲頂も対流圏界面に達した(図略).

同化する観測データは, nature run より生成した. 地上観測データとして, 温位(PT; K), 風(東西成分 U, 南北成分 V; ms^{-1}), 水蒸気混合比(QV; g kg^{-1})を高度 20m に配置し, 気象レー

ダーを模した空中の水物質として雨水量混合比(QR; g kg^{-1})を高度 0.84, 1.94, 3.49, 5.49km に配置した. 図 2(a) に疑似観測データの水平分布を示すが, 積乱雲が発生し, 発達する過程を捉えられる領域とした. また観測誤差として, それぞれの標準偏差を 2.0K , 1.0m s^{-1} , 10.0g kg^{-1} (水蒸気, 雨水とも) に設定し, 正規乱数を誤差として付加した.

NHM-RPF による同化実験は, 1000 メンバーを用い, 8月2日 21UTC から 90 分間である. 1000 メンバーのための初期値・側面境界値は, LETKF-2km の平均を含まない 50 メンバーによる 18, 21UTC における同化結果を一つにまとめて 100 メンバーアンサンブルとして取り扱い, さらにこのアンサンブル集団による平均と共分散を用いて正規分布に従う乱数を生成することで, 900 個の新しいアンサンブルデータを追加作成した. これを第一推定値および側面境界値に用いて, データ同化実験を行った. ここで側面境界値に 900 通りのアンサンブルデータを用いることで, モデル誤差項と同等の効果が期待できる. すなわち同じ初期値から出発しても側面境界値の影響を受けて異なる予測となる. このことは粒子の多様性を確保し, 粒子フィルタの安定性をもたらす.

4.2 結果と考察

4.2.1 発生メカニズム

NHM-RPF によるデータ同化実験では, 対象とする積乱雲の発生(図 2(d))をよく再現し, 発達した後の積乱雲の大きさや強度が nature run と極めて近い結果を得た. 同化しない場合(図略), 発生時刻が遅くなり, 強度が大きく低下する結果であった.

この積乱雲の発生メカニズムを調べるために, 図 2(d) の N-S 線に沿った $d\text{LCL}$ (lifting condensation level: 持ち上げ凝結高度) の鉛直断面図を示す(図 3). $d\text{LCL}$ は, ある気塊が上昇を始める高度と凝結する高度の差として定義される. すなわち小さいほど不安定を表す.

実験開始 10 分後では, 湿った不安定気塊に対して, 南から乾いた安定気塊が吹き寄せており, その上端で上昇流となっている(図 3(a)). 40 分後には局地前線面が 15km ほど北へ移動し, かつ不安定気塊が持ち上げられ, その上端で雨水が発生している. このように本事例における対流の発生は小規模な局地前線の上端から始まっており, これは例えば Iwai et al. (2018) が観測データを用いて示した事例とよく似たメカニズムである.

この局地前線上端に当たる高度 2.82km における各気象要素の水平断面図(10 分ごと)を図 4 に示す. 上昇流については地上との中間点に当たる 1.23km 高度の分布である.

計算開始 10 分後では, 上昇流が存在している地点に対して, 温位が高く, 相対的に乾燥し

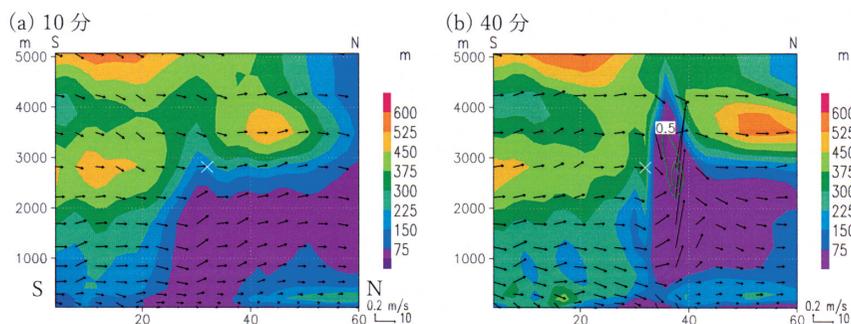


図 3. 図 2(d) ピンク線に沿った鉛直断面図. $d\text{LCL}$ (シェード), 断面図に投影した風 (矢印), 雨水量混合比(緑のコンター). (a) 10 分, (b) 40 分. ×印は図 4 の D グリッドを表す. x 軸は領域南端からの距離(km). (Kawabata and Ueno, 2020 より引用.)

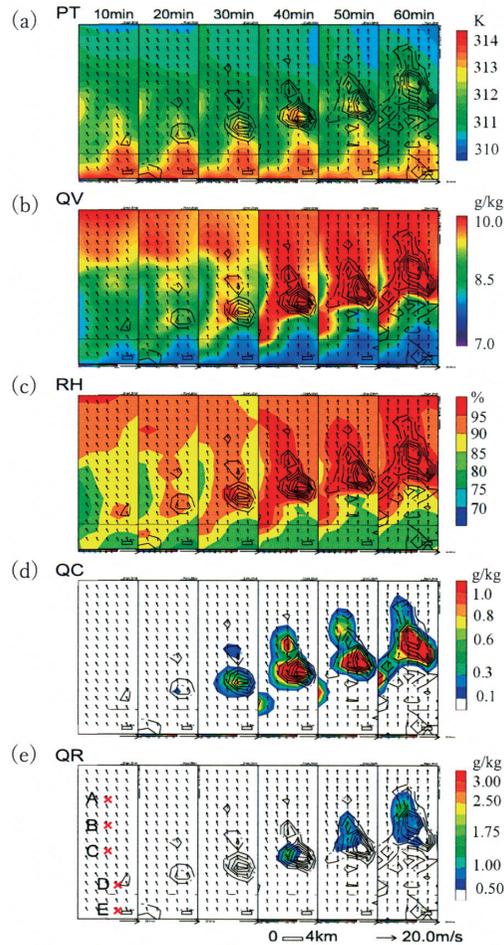


図 4. シェード：高度 2.82km における (a) 温位 (PT), (b) 水蒸気混合比 (QV), (c) 相対湿度 (RH), (d) 雲水量混合比 (QC), (e) 雨水量混合比 (QR) のアンサンブル平均。図 2 (d) の赤枠内。コンター：高度 1.23km における上昇流 (0.2m s^{-1} 毎)。 (e) の赤い×は図 5 の A-E に対応。(Kawabata and Ueno, 2020 より引用。)

た気塊が流入している (図 4(a), (b), (c))。そして 20 分後にはこの地点で雲が発生し (図 4(d))、さらに 40 分後に雨水が発生した (図 4(e))。この時刻では、温位が上がり、水蒸気が増え、相対湿度も高くなっている。(図 4(a), (b), (c))。増加した水蒸気は下層からもたらされ (図 3)、高い温位は水物質の凝結によってもたらされた。この雲は水物質量と面積を拡大しながら北上し、60 分後には雲頂が高度 8km に達した (図略)。

なおこの間、ESS は 200 から 300 で推移し、80 分後まで 100 を超えており、フィルタが安定して動作したことを表している (図略)。

4.2.2 対流発生・発達に関する確率密度

図 4(e) 中の A-E グリッドにおける確率密度 (PDF) を図 5 に示す。これらの各点是对流の発生や発達に関わる地点およびこの領域への流入地点として選択した。なおこれら PDF は事前

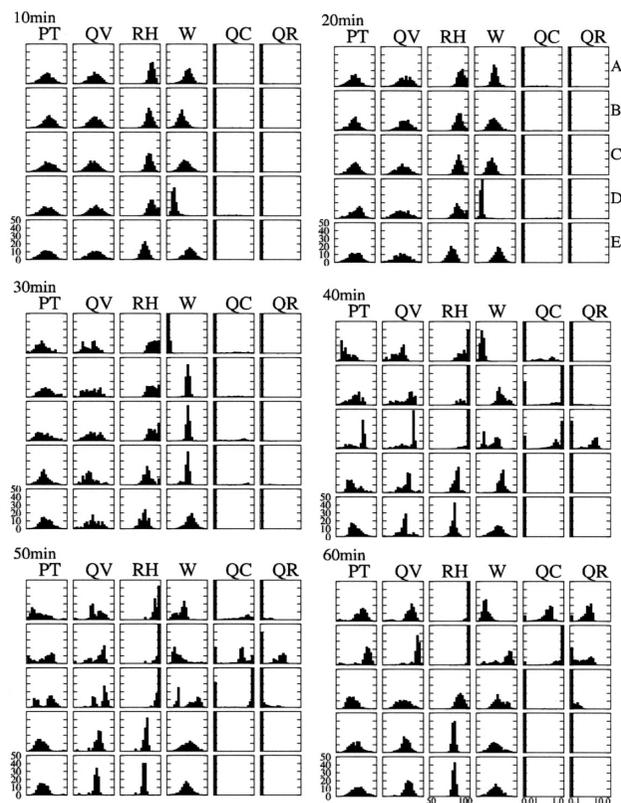


図5. PT, QV, RH, W, QC, QR の A, B, C, D, E (図4(e)参照)グリッドにおける確率密度分布(%). y軸の最大値は50%に設定し, x軸のビンは20個. PT, QV, Wのx軸は最小値から最大値に設定し, RHは50から100%, QCとQRはそれぞれ0.01から 1.0g kg^{-1} , 0.1から 10.0g kg^{-1} の間でかつ対数に設定している. 従ってPT, QV, Wについては対照的な分布であれば平均がx軸の中央に位置することが期待され, RH, QC, QRについてはグリッド, 時刻によって変動することに注意. (Kawabata and Ueno, 2020より引用.)

分布である. これは観測誤差にはガウス分布を仮定しており, これに基づく尤度によってリサンプリングを行った事後分布よりも事前分布の方が非ガウス性が強調されるため, 本研究では事前分布を取り上げている.

実験開始10分後では, PT, QV, 相対湿度(RH), 上昇流(W)についてPDFは概ね正規分布となっているが, QCとQRは凝結のない領域(0g kg^{-1})のみに分布している. このように水物質に関する確率密度は下限値が存在するとともに, 条件が整わないと存在確率が0という性質があり, ガウス近似が有効でない理由となっている. またDグリッドにおけるWのPDFはピークが中央から左に位置しており, 歪んでいる事が分かる. 20分後には, DグリッドにおけるRHが歪み, またQVの分布が広がっている. RHには100%という上限があり, これが一つの原因である.

30分後には, Dグリッドにおけるアンサンブル平均で湿度が95%を超え, 雲水量も 0.5g kg^{-1} を超えた(図4). このような雲の発生と移動に伴い, Cグリッドにおける雲水(QC)のPDFに

においても 0g kg^{-1} より多い QC に対する確率が現れ(高さが 10% 程度の山), RH が 100% のピンに確率が大きくなって, QV, PT とともに二山の確率密度分布を示している. これは湿度 100% を超えた時点で, 水蒸気が雲水に変換されるために QV にもやはり上限が発生し, 凝結熱によって PT が高くなるためである. しかし PT の上限は RH, QV ほど明確には見えない.

40 分になると雲が移動し, C グリッドにおいて 0.5g kg^{-1} 以上の雨水量混合比(図 4)が見られ, PDF においても 1g kg^{-1} 以上の領域(x 軸中央より右側)に分布が見られる. QC に対しては, 1g kg^{-1} の上限に多くの確率密度が達しており, これは B グリッドにおいても同様である. これは JMANHM に採用されている雲物理過程において, 1g kg^{-1} を閾値として雲水を雨水に変換する auto-conversion と呼ばれるスキームが実装されているためである. また B, C グリッドともすべての PDF が非ガウス分布に変化している. すなわち対流の発生過程は極めて非ガウスのであると言える. Wu and Takemi (2021) はここで見られたと同様に雲量の増加と誤差の発達が比例関係にあり, 対流の予測可能性に影響を与えていることを明らかにした. すなわちこのような非ガウス性がカオスを増幅していると言える.

このような過程はまず W から始まり, RH の上限値 100% を起源とする非ガウス性を通じて QV へ伝搬し, 最終的に全変数が非ガウス分布となった. 50-60 分後に掛けて, 発生した積雲は, 積乱雲へ発達しながら北上し, これに伴って非ガウス性も A, B グリッドへ移流した.

これまで述べてきた非ガウス性はモデリングに起因するものと, 自然にそもそも存在するものと 2 種類に分類できる. まず auto-conversion を起因とする非ガウス性は Kondo and Miyoshi (2019) と同様に明らかにモデリング起源である. また解像度 2km は乱流スキームに採用している Deardorff スキームには粗く, 十分に接地境界層を解像できているとは認めがたい. 境界層上端で上昇流が発生し, 積乱雲へと発達するメカニズムは観測的研究 (Iwai et al., 2018) と矛盾がないが, 本研究では非ガウス性が強調されている可能性がある. 次に湿度の上下限や凝結熱の放出は自然に存在し, その誤差分布を議論することは意義深い. ただしそのような評価を行うためには, 本研究のように一つの観測データセットを用いた OSSE では不十分で, 多くの観測データセットを用意する replica 法 (Bishop and Satterfield, 2013) が提案されているが, 計算コストも多大であり, 本研究ではなし得ていない.

ここまで非ガウス性を PDF の形状から主観的に議論してきたが, 3 節で述べた手法を用いて, 客観的に非ガウス性を判定した(図 6). 判定はシミュレーションモデルの各グリッド, 各要素のアンサンブル集合に対して行い, その水平分布を図 6 に示し, アンサンブルスプレッドを図 7 に示す. なお判定結果の一例として, 10 分後の D グリッドにおける W はガウス混合分布, RH はヒストグラム, QV, PT はガウス分布が選ばれた.

W においては, 10 分後の時点ですでに積雲発生地点に周りで非ガウス分布が広がっており, さらにはスプレッドが大きい. 同様に RH でも非ガウス性や大きなスプレッドが見られる. PT や QV については, 10 分後の時点ではほぼ全域でガウス分布が選択されたが, 積雲発生地点付近のスプレッドは周辺より大きい. 従ってスプレッドの大きさと非ガウス性がよく対応するとは限らないことが分かる. また PT の非ガウス性は積雲発生とともにその面積を拡大していくが, 積乱雲が北上した 60 分後には南側からガウス性が回復して行く様子が見られる. PT がガウス性を回復する一方で, QV についてはそうではない. 熱力学的な観点から PT はラグランジュ的に保存する量とされている一方, QV は保存しないとされている. このことが, ガウス性を保存して流入するという今回の観察をもたらししているのか, 今後の調査が必要と考えられる.

PT, QV, W のスプレッドは, そのピークの位置やスプレッドの大きい領域の広がりなど, 非常に良く似通っていて(図 7), さらに QC, RH, W のアンサンブル平均において値の大きな領域, さらには RH の非ガウス性を示した領域とも似通った分布となっている. スプレッドの大

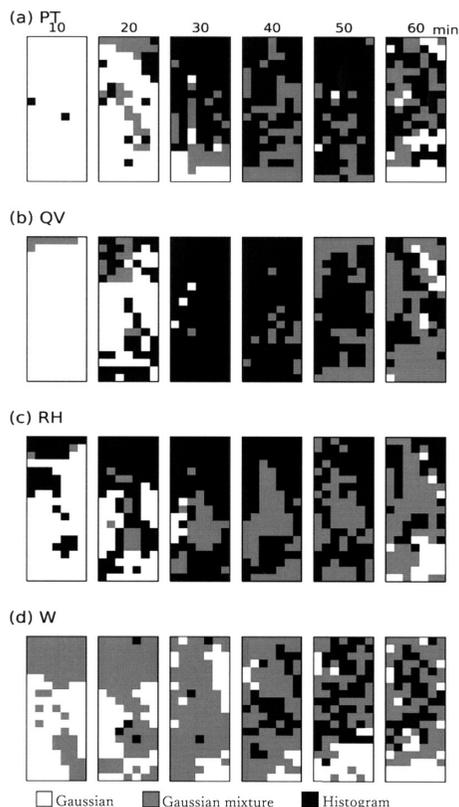


図 6. 高度 2.82km における (a)PT, (b)QV, (c)RH, (d)W に対する選択された統計モデル. 図 4 と同領域. 白, 灰色, 黒はそれぞれガウス, 混合ガウス, ヒストグラムを表す. (Kawabata and Ueno, 2020 を改変.)

きさはメンバーの多様性を表しているが, 各要素間の分布が似通っているということはそれぞれが熱力学的な関係によって強く相関していることを表している. 似通った水平分布ながら, 変数の確率的な側面からガウス分布をなす要素と非ガウスとなる要素があるという現象は興味深い.

非ガウス性がどこから発生しているのか, さらに詳しく調べるために, 図 3 と同じ断面図線に沿った鉛直断面図を示す. この領域には湿った気塊が存在しているが(図 4(b), (c)), そのスプレッドは RH でわずか 2% に満たない. 一方で上昇流は D グリッドにおけるアンサンブル平均で 0.02ms^{-1} に対して, 0.14ms^{-1} のスプレッドであり, 相対的に大きい. また中央値は -0.01ms^{-1} で, 上位 100 メンバーによる平均値は 0.33ms^{-1} である. すなわち少数のメンバーのみが強い上昇流を表している. これは局地前線の位置やタイミングがメンバーによって異なるために生まれた変動であるかもしれない.

D グリッドにおける W と QV の高い相関(図 8(b))が境界層上部に水平に広がっている. また, W は局地前線面を超えて上下に強い自己相関を持っている. これらの事実から, 局地前線面における上昇流が水蒸気を鉛直輸送し, 対流の発生につながったと考えられる. すなわち, W の大きなスプレッドが対流発生 of 大きなスプレッドにつながっており(図 8(a)), 非ガウス性を生じさせたと推測される. このような大きなスプレッドは BIC による統計モデル選択で

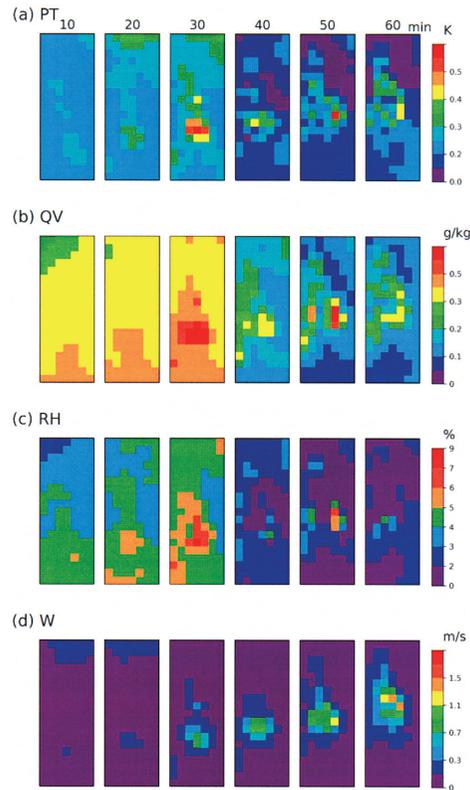


図 7. 図 6 と同じだが各要素のスプレッドを示す。(Kawabata and Ueno, 2020 より引用.)

は非ガウスとなっていることが確認できる(図 8(c)). 特に D グリッドの上下層では非ガウス性が卓越している. すなわち水平分布で確認した非ガウス性の起源であった W は, 鉛直にもその非ガウス性を広げていた.

5. まとめと議論

気象庁非静力学モデルに SIR に基づく粒子フィルタを実装した(NHM-RPF). 本システムの特徴は観測誤差の動的推定によりフィルタ発散を緩和するところにあるが, 本稿の主題が非ガウス性評価にあるので, この効果については触れない.

NHM-RPF を用いて観測システムシミュレーション実験を実施した. 実験は積乱雲の発生前から発達までの 90 分間を対象に, 水平解像度は 2km, アンサンブルサイズは 1000, 同化間隔は 10 分, 地上観測データ, レーダー観測データを模したネットワークを設定した. 第一推定値と比べたところ, 積乱雲の発生・発達予測に対して, 大きく改善した.

非ガウス分布としてガウス混合分布とヒストグラムを用意し, バイズ情報量規準(BIC)を用いてガウス分布より当てはまりのよい分布モデルを判定することで, 客観的にガウス分布ではないグリッドを抽出する手法を開発した. BIC による非ガウス性とスプレッドを併せて議論した.

水平分布から上昇流(W)と相対湿度(RH)に対して, 積雲発生領域で非ガウス性が見られ, そ

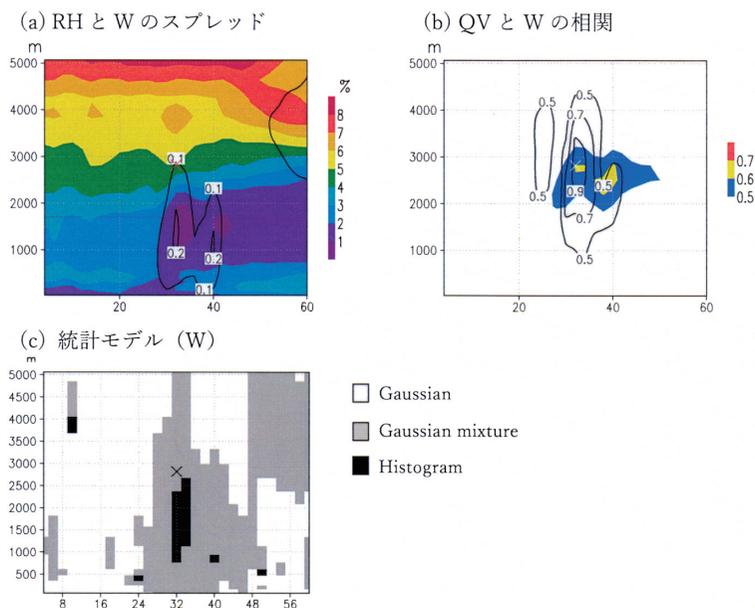


図 8. 図 3 と同じ断面図線に沿った (a)RH のスプレッド(シェード)と W(コンター), (b)QV と W の相関(シェード)と D グリッドからの W の自己相関(コンター), そして(c) W に対する選択された統計モデル. 時刻は実験開始 10 分後. (Kawabata and Ueno, 2020 を改変.)

れぞれスプレッドも大きいことが分かった. 温位 (PT), 水蒸気混合比 (QV) とともにスプレッドが大きい, 非ガウス分布は選択されなかった. この領域は時間とともに拡大し, PT, QV も非ガウスとなった.

積雲発生領域の鉛直断面図から, W の非ガウス性が鉛直方向に分布しており, これによって QV が局地前線上端に輸送され, 積雲発生をもたらしたことが分かった. すなわち局地前線の位置や強度がメンバーによってばらついていることによって生まれたと考えられる W のばらつきが非ガウスとなり, 積乱雲の発達・移動とともに領域全体および全変数が非ガウスとなった. 以上より, 積乱雲の発生・発達の予測プロセスは非ガウスであり, その起源が境界層上部の上昇流にあることが分かった.

本研究では BIC が最小の値を与える統計モデルを最適としているが, それぞれの統計モデルに対する BIC の値が近い値をとり, モデル間の差が小さい格子が存在している. 情報量規準は BIC 以外にも多数提案されており (例えば小西・北川, 2004), 採用する情報量規準によってはこのような格子で選択される統計モデルが入れ替わる可能性がある. 本研究で BIC を採用したのは, 情報量規準値の算出にブートストラップ法のような反復計算が必要なく, 計算コストを抑えられるためである. また気象モデルにおいては 1000 メンバーによるアンサンブルでは実用上サンプリングエラーを無視できることが先行研究によって示されている (Kunii, 2014; Miyoshi et al., 2014; Kondo and Miyoshi, 2016). しかしながらこれはモードが二つしかないガウス分布を仮定した場合であって, 多モードの非ガウス分布に対しては 1000 メンバーでは不足することが予想される. このことも最適な統計モデル判定に対する誤差要因として挙げられる.

さらに本研究における OSSE はガウス分布を仮定した LETKF によるアンサンブルから出発しており、このために図 5, 6 の流入側(南側)でガウスとなっている。しかし、ガウス分布から出発しても非線形性はこれをゆがめ、非ガウスとなる。図 4 と 5 および 6 の比較はこのようなプロセスを表している。さらに非ガウス性が強まってくると、カオス的と言ってよい状況になると考えられる。

従って、非線形性・非ガウス性はカオス性と密接な関係があり、これは予測可能性を決定づけている。本研究において、局地前線面における上昇流が積乱雲の予測可能性を決めていることが示唆された。しかしながら解像度 2km はこのような現象を扱うには大きすぎるかもしれない。今後、数百 m のような高解像度で、かつ積雲発生までに十分に長い実験期間・広い領域を設定して、現実事例で実験を行い、今回と同様の現象が見られるのか、W が非ガウスとなった原因は何なのか調べたい。

謝 辞

本研究は、科学研究費補助金基盤 B「粒子フィルタを用いた積乱雲の発生・発達に関する不確実性の解明」(17H02962)、科学研究費補助金基盤 A「結合データ同化システム開発の方法と応用」(17H00728)、統計数理研究所共同利用プログラム一般研究 2「雲解像非静力学気象モデルを用いた粒子フィルタの開発」(29-共研-1024, 30-共研-2001, 2019-ISMCRP-2028, 2020-ISMCRP-2056, 2021-ISMCRP-2021)、データサイエンス共同利用基盤施設共同利用プログラム一般共同研究「Ensemble Kalman Inversion を用いた洪水確率予測の最適化」ROIS-DS-JOINT(014RP2020)、文部科学省「富岳」成果創出加速プログラム「防災・減災に資する新時代の大アンサンブル気象・大気環境予測」(JPMXP1020200305) (課題番号: hp200128, hp210166) の助成を受けました。特に科研費参加者の皆様および気象研究所気象観測研究部第 4 研究室の皆様には多くの議論、助言をいただき、深く感謝いたします。また編集委員会および査読者の皆様には多くの有益なコメントをいただき、感謝申し上げます。

付録 A: ヒストグラムモデルの最尤推定量の導出

$\sum_{j=1}^J p_j(a_j - a_{j-1}) = 1$ を考慮して p_J を消去すると、対数尤度(3.5)は

$$(A.1) \quad \ell(\{p_j\}_{j=1}^{J-1}) = \sum_{j=1}^{J-1} N_j \log p_j + N_J \log \frac{1}{a_J - a_{J-1}} \left[1 - \sum_{j=1}^{J-1} p_j(a_j - a_{j-1}) \right]$$

となる。 p_j ($j = 1, \dots, J-1$) が(A.1)式を最大とするための必要条件は

$$(A.2) \quad \frac{\partial \ell}{\partial p_j} = N_j \frac{1}{p_j} - N_J \frac{a_j - a_{j-1}}{1 - \sum_{j=1}^{J-1} p_j(a_j - a_{j-1})} = 0 \quad (j = 1, \dots, J-1)$$

である。(A.2)式の両辺を $(a_j - a_{j-1})$ で割り、 $\sum_{j=1}^J p_j(a_j - a_{j-1}) = 1$ を考慮すると、

$$(A.3) \quad N_j \frac{1}{p_j(a_j - a_{j-1})} = N_J \frac{1}{1 - \sum_{j=1}^{J-1} p_j(a_j - a_{j-1})} = N_J \frac{1}{p_J(a_J - a_{J-1})} \quad (j = 1, \dots, J-1)$$

を得る。(A.3)式の最右辺は j に依存しないから、 K をある定数として、

$$(A.4) \quad N_j \frac{1}{p_j(a_j - a_{j-1})} = K \quad (j = 1, \dots, J)$$

が成り立つことが分かる。ここで、(A.4)式の分母を払い、両辺を $j = 1, \dots, J$ に対して和を取

ると

$$\sum_{j=1}^J N_j = K \sum_{j=1}^J p_j (a_j - a_{j-1})$$

すなわち

$$(A.5) \quad N = K$$

であることから、最尤推定量は(A.4), (A.5)式より

$$(A.6) \quad \hat{p}_j = \frac{N_j}{N(a_j - a_{j-1})} \quad (j = 1, \dots, J)$$

となる。最大対数尤度は(3.5)式に(A.6)式を代入して

$$\begin{aligned} \ell(\{\hat{p}_j\}_{j=1}^J) &= \sum_{j=1}^J N_j \log \frac{N_j}{N(a_j - a_{j-1})} \\ &= \sum_{j=1}^J N_j \log N_j - N \log N - \sum_{j=1}^J N_j \log(a_j - a_{j-1}) \end{aligned}$$

となる。

参 考 文 献

- Akaike, H. (1977). On entropy maximization principle: Applications of statistics, *Proceedings of the Symposium held at Wright State University*, 27–41.
- Aonashi, K., Tashima, T., Kubota, T. and Okamoto, K. (2021). Introduction of a mixed lognormal probability distribution function and a new displacement correction method for precipitation to the ensemble-based variational assimilation of the all-sky microwave imager brightness temperatures, *Journal of the Meteorological Society of Japan*, **99**, 1201–1230, doi:10.2151/jmsj.2021-059.
- Bishop, C. H. and Satterfield, E. A. (2013). Hidden error variance theory. Part I: Exposition and analytic model, *Monthly Weather Review*, **141**, 1454–1468, doi:10.1175/MWR-D-12-00118.1.
- Bocquet, M., Pires, C. A. and Wu, L. (2010). Beyond Gaussian statistical modeling in geophysical data assimilation, *Monthly Weather Review*, **138**, 2997–3023, doi:10.1175/2010MWR3164.1.
- Deardorff, J. W. (1980). Stratocumulus-capped mixed layers derived from a three-dimensional model, *Boundary-Layer Meteorology*, **18**, 495–527, doi:10.1007/BF00119502.
- Hunt, B. R., Kalnay, E., Kostelic, E. J., Ott, E., Patil, D. J., Sauer, T., Szunyogh, I., Yorke, J. A. and Zimin, A. V. (2004). Four-dimensional ensemble Kalman filtering, *Tellus A*, **56**, 273–277, doi:10.3402/tellusa.v56i4.14424.
- Iwai, H., Ishii, S. and Kawamura, S. (2018). Case study on convection initiation associated with an isolated convective storm developed over flat terrain during TOMACS, *Journal of Meteorological Society of Japan*, **96**, 3–23, doi:10.2151/jmsj.2017-014.
- Kawabata, T. and Shoji, Y. (2018). Applications of GNSS slant path delay data on meteorology at storm scales, *Multifunctional Operation and Application of GPS*, 143–168, InTech Open, London, UK, doi:10.5772/intechopen.75101.
- Kawabata, T. and Ueno, G. (2020). Non-Gaussian probability densities of convection initiation and development investigated using a particle filter with a storm-scale numerical weather prediction

- model, *Monthly Weather Review*, **148**, 3–20, doi:10.1175/MWR-D-18-0367.1.
- Kawabata, T., Seko, H., Saito, K., Kuroda, T., Tamiya, K., Tsuyuki, T., Honda, Y. and Wakazuki, Y. (2007). An assimilation and forecasting experiment of the nerima heavy rainfall with a cloud-resolving nonhydrostatic 4-dimensional variational data assimilation system, *Journal of Meteorological Society of Japan*, **85**, 255–276, doi:10.2151/jmsj.85.255.
- Kawabata, T., Kuroda, T., Seko, H. and Saito, K. (2011). A cloud-resolving 4DVAR assimilation experiment for a local heavy rainfall event in the Tokyo metropolitan area, *Monthly Weather Review*, **139**, 1911–1931, doi:10.1175/2011MWR3428.1.
- Kawabata, T., Shoji, Y., Seko, H. and Saito, K. (2013). A numerical study on a mesoscale convective system over a subtropical island with 4D-var assimilation of GPS slant total delays, *Journal of Meteorological Society of Japan*, **91**, 705–721, doi:10.2151/jmsj.2013-510.
- Kawabata, T., Iwai, H., Seko, H., Shoji, Y., Saito, K., Ishii, S. and Mizutani, K. (2014). Cloud-resolving 4D-var assimilation of doppler wind lidar data on a meso-gamma-scale convective system, *Monthly Weather Review*, **142**, 4484–4498, doi:10.1175/MWR-D-13-00362.1.
- Kawabata, T., Bauer, H.-S., Schwitalla, T., Wulfmeyer, V. and Adachi, A. (2018a). Evaluation of forward operators for polarimetric radars aiming for data assimilation, *Journal of Meteorological Society of Japan*, **96A**, 157–174, doi:10.2151/jmsj.2018-017.
- Kawabata, T., Schwitalla, T., Adachi, A., Bauer, H. S., Wulfmeyer, V., Nagumo, N. and Yamauchi, H. (2018b). Observational operators for dual polarimetric radars in variational data assimilation systems (PolRad VAR v1.0), *Geoscientific Model Development*, **11**, 2493–2501, doi:10.5194/gmd-11-2493-2018.
- 気象庁 (2021). 気候変動監視レポート, 気象庁, 東京, <http://www.data.jma.go.jp/cpdinfo/monitor/>.
- Koizumi, K., Ishikawa, Y. and Tsuyuki, T. (2005). Assimilation of precipitation data to the JMA mesoscale model with a four-dimensional variational method and its impact on precipitation forecasts, *Scientific Online Letters on the Atmosphere*, **1**, 45–48, doi:10.2151/sola.2005-013.
- Kondo, K. and Miyoshi, T. (2016). Impact of removing covariance localization in an ensemble Kalman filter: Experiments with 10 240members using an intermediateAGCM, *Monthly Weather Review*, **144**, 4849–4865, <https://doi.org/10.1175/MWR-D-15-0388.1>.
- Kondo, K. and Miyoshi, T. (2019). Non-Gaussian statistics in global atmospheric dynamics: A study with a 10 240-member ensemble Kalman filter using an intermediate atmospheric general circulation model, *Nonlinear Processes in Geophysics*, **26**, 211–225, doi.org/10.5194/npg-26-211-2019.
- 小西貞則, 北川源四郎 (2004). 『情報量規準』, 朝倉書店, 東京.
- Kotsuki, S., Miyoshi, T., Terasaki, K., Lien, G. Y. and Kalnay, E. (2017). Assimilating the global satellite mapping of precipitation data with the nonhydrostatic icosahedral atmospheric model (NICAM), *Journal of Geophysical Research*, **122**, 631–650, doi:10.1002/2016JD025355.
- Kunii, M. (2014). Mesoscale data assimilation for a local severe rainfall event with the NHM-LETKF system, *Weather and Forecasting*, **29**, 1093–1105, <https://doi.org/10.1175/WAF-D-13-00032.1>.
- Lien, G. Y., Kalnay, E. and Miyoshi, T. (2013). Effective assimilation of global precipitation: Simulation experiments, *Tellus A*, **65**, doi:10.3402/tellusa.v65i0.19915.
- Miyoshi, T., Kondo, K. and Imamura, T. (2014). The 10,240-member ensemble Kalman filtering with an intermediate AGCM, *Geophysical Research Letter*, **41**, 5264–5271, <https://doi.org/10.1002/2014GL060863>.
- 中村永友, 小西貞則, 大隅昇 (1993). 混合分布モデルを用いた分類法とデータ構造の色彩表示: LANDSAT 画像データの解析, *統計数理*, **41**, 149–167.
- Poterjoy, J. (2016). A localized particle filter for high-dimensional nonlinear systems, *Monthly Weather Review*, **144**, 59–76, doi:10.1175/MWR-D-15-0163.1.

- Poterjoy, J., Sobash, R. A. and Anderson, J. L. (2017). Convective-scale data assimilation for the weather research and forecasting model using the local particle filter, *Monthly Weather Review*, **145**, 1897–1918, doi:10.1175/MWR-D-16-0298.1.
- Poterjoy, J., Wicker, L. and Buehner, M. (2019). Progress toward the application of a localized particle filter for numerical weather prediction, *Monthly Weather Review*, **147**, 1107–1126, doi:10.1175/MWR-D-17-0344.1.
- Potthast, R., Walter, A. and Rhodin, A. (2019). A localized adaptive particle filter within an operational NWP framework, *Monthly Weather Review*, **147**, 345–362, doi:10.1175/MWR-D-18-0028.1.
- Reich, S. and Cotter, C. (2015). *Probabilistic Forecasting and Bayesian Data Assimilation*. Cambridge University Press, Cambridge, doi:10.1017/CBO9781107706804.
- Saito, K. (2012). The JMA nonhydrostatic model and its applications to operation and research, *Atmospheric Model Applications*, IntechOpen, London, UK, doi:10.5772/35368.
- Saito, K. et al. (2006). The operational JMA nonhydrostatic mesoscale model, *Monthly Weather Review*, **134**, 1266–1298, <https://doi.org/10.1175/MWR3120.1>.
- Saito, K., Ishida, J., Aranami, K., Hara, T., Segawa, T., Narita, M. and Honda, Y. (2007). Nonhydrostatic atmospheric models and operational development at JMA, *Journal of the Meteorological Society of Japan*, **85B**, 271–304, doi:10.2151/jmsj.85B.271.
- 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎 (1983). 『情報量統計学』, 共立出版, 東京.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model, *The Annals of Statistics*, **6**, 461–464, doi:10.1214/aos/1176344136.
- Skamarock, W. and Coauthors, et al. (2008). *A Description of the Advanced Research WRF Version 3* [pdf], UCAR/NCAR, doi:10.5065/D68S4MVH.
- Ueno, G. and Nakamura, N. (2016). Bayesian estimation of the observation-error covariance matrix in ensemble-based filters, *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **142**, 2055–2080, doi:10.1002/qj.2803.
- van Leeuwen, P. J. (2009). Particle filtering in geophysical systems, *Monthly Weather Review*, **137**, 4089–4114, doi:10.1175/2009MWR2835.1.
- Wu, P. Y. and Takemi, T. (2021). Impact of topography on error growth of moist convection, *Scientific Online Letters on the Atmosphere*, **17**, 134–139, doi:10.2151/sola.2021-024.

Non-Gaussianity on Cumulonimbus Prediction Using a Particle Filter at Storm-scale

Takuya Kawabata¹ and Genta Ueno^{2,3,4}

¹Department of Observation & Data Assimilation, Meteorological Research Institute

²The Institute of Statistical Mathematics

³Department of Statistical Science, School of Multidisciplinary Sciences,
The Graduate University for Advanced Studies, SOKENDAI

⁴Center for Data Assimilation Research and Applications,
Joint Support-Center for Data Science Research (ROIS-DS)

We develop a particle filter with the sampling-importance-resampling algorithm into a storm-scale numerical weather prediction model, which can explicitly resolve cumulonimbus. Our purpose is to investigate the origin of chaos which is caused by non-Gaussianity in initiations and developments of cumulonimbus. For this, we compare the information criterion BIC for three distribution models of Gaussian, Gaussian mixture, and histogram, and select the best model. After that, we objectively determine whether the data follows Gaussian or non-Gaussian distribution. From the result, the updraft in upper area of a local front becomes non-Gaussian first, the non-Gaussianity propagates to water vapor in the same region second. Once cumulus initiates and starts development, other factors like potential temperature, cloud and rain waters become non-Gaussian in sequence. When cumulonimbus becomes mature, whole evaluation area is non-Gaussian, then we see that cumulonimbus is non-Gaussian. From that, we find that the origin of the whole non-Gaussianity is the updraft in the upper region of the local front.