

## 「特集 Hawkes 過程の新展開と応用」について

庄 建倉<sup>1</sup>・小山 慎介<sup>1</sup>・野村 俊一<sup>2</sup> (オーガナイザー)

点過程は、都市火災、森林火災、犯罪、地震、病気、木の位置、動物の位置、通信ネットワークの障害など、連続した空間、時間、または時空間領域で発生する離散的なイベントのプロセスを記述する自然なツールである。イベントが発生する領域の種類に応じて、点過程モデルは、空間点過程と時間(または時空間)点過程の2つのクラスに分類される。この2種類のモデルの違いは、後者には特別な時間軸があり、それに基づいてイベントを時系列に並べることができるという点である。様々なタイプの点過程の中で、時空間的または時間的にクラスター化された点過程は、地震発生の ETAS (epidemic-type aftershock sequence) モデル (Ogata, 1988) を含む Hawkes の自己励起過程 (Hawkes, 1971a, 1971b; Hawkes and Oakes, 1974) に分類される。この半世紀の間に、Hawkes 過程に対して、確率的デクラスターリング、確率的再構成、EM アルゴリズム、残差分析、ベイズ解析などの多くの強力なツールが開発され、また、漸近特性に関連する理論も開発された (Reinhart, 2018 のレビューを参照)。

このたび、Hawkes 過程の歴史、発展、応用に関する特集号を発刊することになった。Hawkes 過程に関する特集号はこれまでも数多くあるが、本特集号は他に類を見ないものである。日本語で書かれているため、より多くの日本語をベースとする国内の研究者、特に大学院生や若手研究者に、この強力なツールを認知してもらいたい。特に、この種の点過程の名前の由来となった Alan Hawkes 氏が、1960 年代から 1970 年代にかけての点過程の研究と、Hawkes 過程の開発経緯についての寄稿に同意してくれたことで、より胸を躍らせる事態となった。

本特集では、7つの論文が掲載され、3つのカテゴリーに分類されている。

最初の2つの論文では、Hawkes 過程と ETAS モデルのストーリーについて詳しく紹介している。「科学の歴史は科学そのものである」(Johann Wolfgang von Goethe)。Alan Hawkes の論文は、Jing Chen との共著で、英語で書かれているが、編集部で日本語に翻訳し、英語の原文を付録として付けたので、世界中の読者に読んでいただける。庄と尾形の論文では、統計地震学の初期の歴史と、Hawkes 過程が地震統計にどのように応用されたかを説明しており、Hawkes 過程の最も重要な応用例として ETAS モデルを紹介している。

2つ目のカテゴリーの論文は Hawkes 過程に関する手法である。小山の論文では、イベントのカウントデータの時系列を Hawkes の流儀で扱っている。彼は、各時間ステップでのカウント数に、プロセスの履歴を条件付けて、ポアソン分布と負の二項分布を用いている。特に、時間変化する再生産数を推定する方法を示している。茅根と白石の論文は、多変量ホークス過程を扱い、最尤推定法の他に、強度関数のカーネル推定法を与えた。両論文とも、日本におけるコロナウイルスの拡散過程の分析に応用されている。

3つ目のカテゴリーは Hawkes 過程の応用について、すなわち ETAS モデルの地震学への応用である。岩田の論文は、定格に基づいた非線形 Hawkes モデルの最初の例を示し、地震デー

---

<sup>1</sup> 統計数理研究所：〒190-8562 東京都立川市緑町10-3

<sup>2</sup> 早稲田大学 商学学術院大学院会計研究科：〒169-8050 新宿区西早稲田1-6-1

タに適用している。郭と庄の論文は、震源の深さと地震断層の幾何形状を考慮して、拡張された ETAS モデルを適用した結果をまとめ、観測データの物理学をモデルに組み込む方法を示している。野村と田中の論文は、Hawkes 過程とは直接関係ないが、Hawkes 過程に更新過程の成分を入れるための良い方向性を示している。これは、Wheatley et al. (2016) と Stindle and Chen (2018) で与えられた更新 Hawkes 過程とは異なり、地震クラスタリング過程に従って得られる変換時間領域での更新過程を研究しているからである。

今回の特集では、Hawkes 過程に関連する理論、手法、技術をこの 7 本の論文に盛り込むことは不可能であり、教科書として利用することは難しい。しかし、Hawkes 過程の歴史、新展開、応用などについては、すでに豊富な知識が提供されている。

Hawkes 過程は、個々の事象や粒子間のクラスター効果(正の相互作用)を調べ、それらの間の潜在的な因果関係を判断するのに役立つことから、自然科学と社会科学の両方において、点過程データ分析の最もポピュラーなモデルの一つとなっている。最近では、観測技術やデータ保存技術の急速な発展により、点過程データ解析においてもビッグデータが注目されている。多数のシーケンス(データセット)や、膨大な数の離散事象を含む長いシーケンス(データセット)では、事象間のクラスター化や誘発効果を定量化して予測するための迅速なツールや一般的なフレームワークが望まれ、Hawkes 過程はこのような目的に適している。このプロセスの研究は、数学者や統計学者に多くの課題と興味深い結果を提示してきたが、まだまだエキサイティングな発見があることは間違いないだろう。

## 参 考 文 献

- Hawkes, A. G. (1971a). Point spectra of some mutually exciting point processes, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, **33**(3), 438–443.
- Hawkes, A. G. (1971b). Spectra of some self-exciting and mutually exciting point processes, *Biometrika*, **58**(1), 83–90.
- Hawkes, A. G. and Oakes, D. (1974). A cluster process representation of a self-exciting process, *Journal of Applied Probability*, **11**(3), 493–503.
- Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *Journal of the American Statistical Association*, **83**(401), 9–27.
- Reinhart, A. (2018). A review of self-exciting spatio-temporal point processes and their applications, *Statistical Science*, **33**(3), 299–318.
- Stindl, T. and Chen, F. (2018). Likelihood based inference for the multivariate renewal Hawkes process, *Computational Statistics and Data Analysis*, **123**, 131–145.
- Wheatley, S., Filimonov, V. and Sornette, D. (2016). The Hawkes process with renewal immigration & its estimation with an EM algorithm, *Computational Statistics & Data Analysis*, **94**, 120–135.