統計数理（2006）
第 54 巻 第 1 号 39–55

特集「統計科学とリスク解析」
［研究詳解］

# 社債価格モデルによる格付け変化情報：格付け変化の予測

津田 博史[†]

（受付 2005 年 8 月 31 日；改訂 2006 年 2 月 20 日）

**要　　旨**

今日，わが国において企業の信用リスク（credit risk）が顕在化しつつある中，金融機関において信用リスクが改めて認識され，信用リスク管理能力の強化を図ることが緊急の課題となっている．とりわけ，信用リスク量を反映していると考えられる格付けがより一層重視されてきている．本稿では，社債価格モデルに基づく格付け変化の予測方法の提案，及び，その方法を用いた場合の実証分析結果を示す．具体的には，個別銘柄の価格連動性（分散共分散構造）を考慮した社債価格モデルにより推定した個々の銘柄の格付け・業種の期待損失額からの乖離値に基づき，企業の格付け変化の情報を得る方法である．実証分析により，本稿で提案する方法が企業の格付け変化の予測に関して有意義な情報をもたらすことを示した．

キーワード： 社債，倒産確率の期間構造，格付け・業種の期待損失額，一般化最小 2 乗法．

## 1. はじめに

今日，わが国において企業の信用リスク（credit risk）が顕在化しつつある中，金融機関において信用リスクが改めて認識され，信用リスク管理能力の強化を図ることが緊急の課題となっている．とりわけ，信用リスク量を反映していると考えられる格付けがより一層重視されてきている．2007 年 3 月末に導入予定されているバーゼル銀行監督委員会による新自己資本規制（新 BIS 規制）では，信用リスク量を捉えたリスク尺度として，銀行独自で開発した信用リスク計測方法（内部格付手法），もしくは，外部格付け評価会社が決定する信用格付けを利用して，リスク・ウェイトをこれまでよりも細分化し，リスクをより精緻に反映することが義務付けられている．このように格付けにより，信用リスク量を測定することが強調されている．また，社債投資などにおいても，格付けは投資適格かどうかを判断する基準として重要である．

そこで，本稿では格付評価会社が①企業の債務不履行の可能性，②債務不履行時の債券の支払の可能性（回収率）を勘案して，企業，そして企業が発行する個々の債券ごとに付与する格付けを分析対象とする．格付けは，基本的に企業の信用リスク量と共に変化する．よって，格付けの変化，特に格付けの低下に関して予め有意義な情報を得ることができれば，リスク管理精度の向上と共に，収益の改善にもつなげることができる．格付け推定については，米国を中心に 1960 年代から数多く試みられてきたが，現時点の格付けから将来どのように変化するかを予測する試みは，近年，緒についたばかりである．

---

[†] ニッセイ基礎研究所 金融研究部門：〒102–0073 東京都千代田区九段北 4–1–7

本稿では，格付け推移の時系列構造をモデル化するのではなく，ある1時点の銘柄間の価格変動のクロスセクション構造から将来の格付け変化の情報を求める方法，すなわち，銘柄間の価格変動のクロスセクション構造を反映した社債価格モデルを用いて格付け変化を予測する方法を提案する．銘柄間の価格変動のクロスセクション構造を反映した社債価格モデルとしては，津田(2002a, 2002b)の社債価格モデルの枠組みを発展させたモデルを用いた．実証分析を行った結果，企業の格付け変化の予測に関して本稿で提案する方法が，有意義な情報をもたらすことがわかった．

本稿の構成は，第2章で格付け推定・予測に関して先行研究にふれ，第3章で銘柄間の価格変動のクロスセクション構造を表現した社債価格モデルについて解説を行い，第4章で格付け変化の予測方法について，第5章では社債価格モデルのパラメータ推定について説明を行う．第6章で本稿で提案する格付け変化の予測方法に関して実証分析により評価を行い，第7章がまとめである．

## 2.　先行研究

企業・債券の格付けを推定する方法については，Horrigan (1966)などにより既に1960年代から米国において研究されてきており，Altman and Katz (1976)による判別分析の研究，Kaplan and Urwitz (1979)による順序プロビット・モデルの研究などがある．日本の格付けの推定に関する研究は，新美(1998)が判別分析を用いて，中山・森平(1998)，安川(2001)が順序付けロジット・プロビット分析による実証分析結果を示している．しかしながら，日本の格付け変化の予測に関する論文は極めてすくなく，筆者の知る限り纏まった論文としては格付け変化の予測をプロビット分析や生存分析モデルで試みた森平・隅田(2001)のみである．これまで格付け関連の研究が，格付けの推定に多く見られ，格付け変化に関する研究が少ない背景としては，過去の社債の格付けの時系列データの蓄積が少なく，格付け変化の予測を行う際に，格付け推移の時系列モデルなどを推定するためには，ある程度の時系列データ期間を必要とすることから限界があったことが原因と考えられる．このように時系列データ期間が少ないことから，本稿で提案する将来の格付け変化を予測する方法は，格付け推移の時系列構造をモデル化するのではなく，ある1時点の銘柄間の価格変動のクロスセクション構造から将来の格付け変化を予測する方法である．

## 3.　社債価格モデル

この章ではある1時点の銘柄間の価格変動のクロスセクション構造を表現した社債価格モデルに関して述べる．一般に債券は，一定の期間間隔で事前に定めた利息(クーポンと呼ばれる)，及び，償還時点で元本(額面金額100円)を支払うことを約束した債務証書である．そして，債券は，クーポンの有無で割引債と利付債に分かれる．いま，信用リスク(デフォルトの可能性)がない債券に関して，現時点を$t$とし，第$i$債券のキャッシュ・フローの発生する時点は，銘柄$i$に依存するが，それらを

$$(t<)\quad t_{i1}<t_{i2}<\cdots<t_{iM(i)} \tag{3.1}$$

とし，各キャッシュ・フローの発生する時点を現時点$t$からみた期間で，

$$s_{ij}=t_{ij}-t\quad (j=0,\ldots,M(i)),\quad t_{i0}=t,\quad s_{i0}=0 \tag{3.2}$$

のように表現する．ここで$t_{iM(i)}=t+s_{iM(i)}$は第$i$債券の満期時点であり，$s_{iM(i)}$は，現時点$t$からみた償還期間となる．年2回クーポン$c$が支払われる第$i$利付債の場合，各キャッシュ・

フローは,

$$C_i(s_{i1}) = C_i(s_{i2}) = \cdots = C_i(s_{iM(i)-1}) = 0.5c, \quad C_i(s_{iM(i)}) = 100 + 0.5c \tag{3.3}$$

である．債券価格モデルの基本的な概念は，将来時点で発生する各キャッシュ・フロー $C_i(s_{ij})$ をその期間に対応した割引率で割り引いた現在価値の合計として価格評価するキャッシュ・フロー割引関数型モデルである．

### 3.1　期待キャッシュ・フローと期待損失額

社債は，通常の国債と比べ，信用リスク（デフォルトの可能性）があることにより，将来に発生するキャッシュ・フローが不確実である点で大きく異なる．社債の市場価格には，利子延滞や元本の返済不能などの信用リスクが反映される．なお，実際の市場価格には，信用リスク以外に流動性リスク（取引量により価格が影響されるリスク）やその他の要因によるリスクも反映される．

まず，第 $i$ 社債の $t$ 時点での価格変動構造を表現する際，銘柄ごとにキャッシュ・フローの発生時点が異なる点を考慮する必要がある．それを明確に示すために，$t$ 時点からみた第 $i$ 債券の第 $j$ キャッシュ・フローの発生期間を（3.2）式で示したように，

$$s_{ij} = t_{ij} - t \quad (j = 1, \ldots, M(i) : i = 1, \ldots, N) \tag{3.4}$$

と表現する．社債のキャッシュ・フロー $G_i(s_{ij})$ は，信用リスクがない場合の確定的なキャッシュ・フロー $C_i(s_{ij})$ と信用リスクの変化により減価する損失額 $L_i(s_{ij})$ の部分に分けると，

$$G_i(s_{ij}) = C_i(s_{ij}) - L_i(s_{ij}) \tag{3.5}$$

と表現され，損失額 $L_i(s_{ij})$ は，不確実であるため確率変数であり，期待キャッシュフロー $E(G_i(s_{ij}))$ は，期待損失額 $E(L_i(s_{ij}))$ を用いて，

$$E(G_i(s_{ij})) = C_i(s_{ij}) - E(L_i(s_{ij})) \tag{3.6}$$

と表現される．そこで，期待損失額 $E(L_i(s_{ij}))$ について定式化する必要がある．いま，社債発行企業が第 $i$ 社債の現時点 $t$ からみた将来の第 $j$ キャッシュ・フロー発生時点，すなわち，$t + s_{ij}$ 時点までに倒産する確率（累積倒産確率）は，時点 $t$ における第 $i$ 社債の発行企業の格付け $k$ に依存するとして，

$$h_i(s_{ij} : k) \quad (k = 1, \ldots, K) \tag{3.7}$$

とする．但し，$K$ がデフォルトした状態とする．第 $i$ 社債の発行企業が $t + s_{i,j-1}$ 時点と $t + s_{ij}$ 時点の間に倒産した場合，元本の回収は $t + s_{ij}$ 時点で行われると仮定する．仮にデフォルトが起こった際に元本をどのぐらい回収できるかという回収率（回収可能率）$\gamma(k(i))$ $(0 \le \gamma(k(i)) \le 1)$ は，将来の回収時点 $t + s_{ij}$ や同じ格付けでも企業が違えば異なると考えられるが，ここでは企業の格付 $k$ にのみ依存すると仮定する．従って，デフォルトが起きる期間を $\tau$ とすると，$k$ 格付の第 $i$ 企業発行社債のキャッシュ・フローの期待値 $E(G_i(s_{ij}))$ は，定義関数を用いて

$$E(G_i(s_{ij})) = E[C_i(s_{ij}) 1_{\{s_{ij} < \tau\}} + 100\gamma(k(i)) 1_{\{s_{i,j-1} < \tau < s_{ij}\}}] \tag{3.8}$$

と表現される．ここで，右辺で期待値の中の第 1 項は，$t + s_{ij}$ 時点までに企業がデフォルトしない場合のキャッシュ・フローであり，第 2 項は，企業が $t + s_{i,j-1}$ 時点と $t + s_{ij}$ 時点の間に倒産する場合のキャッシュ・フローである．

よって，倒産確率 $h_i(s_{ij})$ を用いて，$k$ 格付の第 $i$ 企業発行社債の期待キャッシュ・フロー関数 $E(G_i(s_{ij}))$ は，

$$E(G_i(s_{ij})) = \overline{G}_i(s_{ij}) = C_i(s_{ij})[1 - h_i(s_{ij})] + 100\gamma(k(i))[h_i(s_{ij}) - h_i(s_{i,j-1})] \tag{3.9}$$

となる．ここで，$[1-h_i(s_{ij})]$ は，$t+s_{ij}$ 時点までにこの企業が生存する確率であり，$[h_i(s_{ij})-h_i(s_{i,j-1})]$ は，この企業が $t+s_{i,j-1}$ 時点と $t+s_{ij}$ 時点の間に倒産する確率である．そして，(3.9)式は，以下のように，

$$\begin{aligned}\overline{G}_i(s_{ij}) &= C_i(s_{ij}) - \{C_i(s_{ij})h_i(s_{ij}) - 100\gamma(k(i))[h_i(s_{ij}) - h_i(s_{i,j-1})]\} \\ &= C_i(s_{ij}) - \overline{L}_i(s_{ij})\end{aligned} \tag{3.10}$$

ここで，

$$\overline{L}_i(s_{ij}) = C_i(s_{ij})h_i(s_{ij}) - 100\gamma(k(i))[h_i(s_{ij}) - h_i(s_{i,j-1})] \tag{3.11}$$

となる．$\overline{L}_i(s_{ij})$ は，信用リスクのない債券価格から信用リスクに伴って減価する損失部分の期待損失額である．

### 3.2　確率的損失額と倒産確率関数

信用リスクの有る第 $i$ 社債の $t$ 時点での市場価格を表現するモデルを考慮するにあたり，津田(2002a, 2002b)と同様な枠組みで，社債市場の $N$ 銘柄すべてのキャッシュ・フローの発生時点をまとめて取り扱う．すなわち，$N$ 銘柄すべてのキャッシュ・フローの発生時点を小さい順に並べたものを，

$$s_{a1} < s_{a2} < \cdots < s_{aM}, \quad s_{aM} = \max\{s_{1M(1)}, \ldots, s_{NM(N)}\} \tag{3.12}$$

で示す．ここで，$s_{am}$ の $a$ は，$N$ 銘柄すべてのキャッシュ・フローの発生時点を表す．第 $i$ 債券の $t+s_{am}$ 時点で発生するキャッシュ・フロー $G_i(s_{am})$ は，

$$G_i(s_{am}) = \begin{cases} G_i(s_{ij}) & \text{if } s_{am} = s_{ij} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \tag{3.13}$$

となる．

社債発行企業の倒産生起プロセス，回収率プロセス，割引率プロセスはそれぞれ独立とし，分析対象の $N$ 銘柄すべてのキャッシュ・フロー発生時点を考慮して，キャッシュ・フロー関数 $G_i(s)$，割引率 $D(s)$ を $0 \le s \le s_{aM}$ で定義された関数とする．従って，信用リスクの有る第 $i$ 社債の $t$ 時点の市場価格 $P_i(0)$ は，

$$P_i(0) = \sum_{m=1}^{M} G_i(s_{am})D(s_{am}) = \boldsymbol{G}_i'\boldsymbol{D} \tag{3.14}$$

と表現できる．ここで，

$$\boldsymbol{G}_i = (G_i(s_{a1}), \ldots, G_i(s_{aM}))', \quad \boldsymbol{D} = (D(s_{a1}), \ldots, D(s_{aM}))' \tag{3.15}$$

である．キャッシュ・フローは，

$$\begin{aligned}\boldsymbol{G}_i &= \overline{\boldsymbol{G}}_i + (\boldsymbol{G}_i - \overline{\boldsymbol{G}}_i) \\ &= (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i) - \{(\boldsymbol{C}_i - \boldsymbol{L}_i) - (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)\} \\ &= (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i) + (\boldsymbol{L}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)\end{aligned} \tag{3.16}$$

である．ただし，

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{C}_i = (C_i(s_{a1}), \ldots, C_i(s_{aM}))', \\ &\boldsymbol{L}_i = (L_i(s_{a1}), \ldots, L_i(s_{aM}))', \quad \overline{\boldsymbol{L}}_i = (\overline{L}_i(s_{a1}), \ldots, \overline{L}_i(s_{aM}))'.\end{aligned} \tag{3.17}$$

よって，(3.14)式から信用リスクの有る第 $i$ 社債の $t$ 時点での市場価格 $P_i(0)$ は，

$$P_i(0) = \boldsymbol{G}_i'\boldsymbol{D} = (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\boldsymbol{D} + \nu_i \tag{3.18}$$

と表現される．ここで，

$$\boldsymbol{D} = (D(s_{a1}),\dots,D(s_{aM}))', \quad \nu_i = (\boldsymbol{L}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\boldsymbol{D} \tag{3.19}$$

である．$\nu_i$ は，損失額 $L_i(s)$ の $t$ 時点で評価した期待損失額 $\overline{L}_i(s)$ からの乖離部分であり，損失額の確率的部分である．$\nu_i$ の価格変動の定式化にあたって，現実に観察される次のような債券価格変動特性を考慮する．

1) 償還期間 $s_{iM(i)}$ が短くなると債券価格 $P_i(0)$ の変動が小さくなること．
2) 銘柄 $i$ と銘柄 $u$ との間の償還期間差 $|s_{iM(i)} - s_{uM(u)}|$ が小さいものほど連動性が高いこと．
3) 銘柄 $i$ と銘柄 $u$ との間の格付け差 $|k(i) - k(u)|$ が小さいものほど連動性が高いこと．

つまり，各銘柄の $\nu_i$ の分散が償還時点に近づくにつれて小さくなること，また，各銘柄間の償還期間差や格付け格差が大きいものほど，$\nu_i$ の連動性が低くなることを考慮する．具体的には，$\nu_i$ に対して，次の分散共分散構造 $f_{iu}$ を仮定する．

$$f_{iu} = \mathrm{Cov}(\nu_i,\nu_u) = \sigma_A^2\boldsymbol{A} = \sigma_A^2 a_{iu}\overline{\boldsymbol{L}}_i'\boldsymbol{\Phi}_{iu}\overline{\boldsymbol{L}}_u \tag{3.20}$$

を仮定する．$\sigma_A^2$ は，分散である．ここで，$a_{iu}$ に関して，

$$a_{iu} = \begin{cases} s_{iM(i)} & (i=u) \\ \rho_a \min(s_{iM(i)}, s_{uM(u)})\exp(-|s_{iM(i)} - s_{uM(u)}|)\exp(-|k(i)-k(u)|) & (i \neq u) \end{cases} \tag{3.21}$$

を仮定する．また，$\Phi_{iu}$ に関して次式を仮定する．

$$\boldsymbol{\Phi}_{iu} = (\phi_{iu\cdot jr}) = (\exp(-|s_{aj} - s_{ar}|)) \tag{3.22}$$

ここで，$\phi_{iu\cdot jr}$ は，$s_{aj}$ と $s_{ar}$ 時点に発生する損失額を割り引く割引率の共分散に対応する．(3.20)式の定式化で重要な点は，倒産確率が大きい，あるいは，回収率が低い，すなわち，信用リスクの大きい債券ほど，また，同一企業が発行した債券で満期までの残存期間が長い債券ほど，$\nu_i$ の分散が大きくなる価格変動構造を導入していることである．

### 3.3 確率的割引関数

次に，式(3.18)の社債価格モデルにおいて，割引関数 $D(s)$ について定式化する必要がある．将来のキャッシュ・フローが確定的な信用リスクのない国債などの債券を考えた場合，確率変数である市場価格との関係で，割引率が確率変数となることがわかる．すなわち，市場価格の実現は，その背後にある確率的な割引率 $D(s_{am})$ の実現と同等である．しかし，(3.18)式の左辺の確率変数である債券価格は，1 個に対して右辺には将来のキャッシュ・フローに対応して割引率が $M$ 個あり，債券価格と割引率は，1 対 1 対応していない．従って，債券価格に対して割引関数 $D(s)$ の確率プロセス

$$\mathcal{D} = \{D(s) : 0 \le s \le s_{aM}\} \tag{3.23}$$

が対応する．$D(s_{am})$ は，この確率プロセスの $s = s_{am}(m = 1,\dots,M)$ に対応した値となる．すなわち，債券価格が市場で実現することは，割引関数の確率プロセスの 1 つのパスが実現したとみる．従って，第 $i$ 債券の $t$ 時点での価格変動構造を推定するには，割引率を期間の関数と

考えた割引関数の確率プロセスを表した割引関数モデルが必要である．そこで，式(3.18)より第 $i$ 債券の $t$ 時点の市場価格 $P_i(0)$ は，

$$
\begin{aligned}
P_i(0) &= \boldsymbol{G}_i'\boldsymbol{D} \\
&= (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\boldsymbol{D} + \nu_i \\
&= (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'(\overline{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{\Delta}) + \nu_i \\
&= (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\overline{\boldsymbol{D}} + \eta_i + \nu_i
\end{aligned}
\tag{3.24}
$$

と表現される．ここで，

$$
\begin{aligned}
&\overline{\boldsymbol{D}} = E(\boldsymbol{D}) = (E[D(s_{a1})], \ldots, E[D(s_{aM})])' = (\overline{D}(s_{a1}), \ldots, \overline{D}(s_{aM}))', \\
&\eta_i = (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\boldsymbol{\Delta}, \\
&\boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{D} - \overline{\boldsymbol{D}} = (D(s_{a1}) - \overline{D}(s_{a1}), \ldots, D(s_{aM}) - \overline{D}(s_{aM}))' \\
&\quad = (\Delta(s_{a1}), \ldots, \Delta(s_{aM}))'
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

である．(3.24)式の $\eta_i$ は，市場価格 $P_i(0)$ において確率的割引率に関係する部分で，その価格変動の定式化にあたって，既に述べた現実に観察される債券価格変動特性を考慮する．つまり，各銘柄の $\eta_i$ の分散が償還時点に近づくにつれて小さくなること，また，各銘柄間の償還期間差が大きいものほど，$\eta_i$ の連動性が低くなることを考慮する．具体的には，$\eta_i$ に対して，次の分散共分散構造を仮定する．

$$
g_{iu} = \mathrm{Cov}(\eta_i, \eta_u) = \sigma_B^2 \boldsymbol{B} = \sigma_B^2 b_{iu}(\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\boldsymbol{\Phi}_{iu}(\boldsymbol{C}_u - \overline{\boldsymbol{L}}_u)
\tag{3.26}
$$

ここで，$\sigma_B^2$ は，分散である．$b_{iu}$ に関して，

$$
b_{iu} = \begin{cases} s_{iM(i)} & (i = u) \\ \rho_b \min(s_{iM(i)}, s_{uM(u)}) \exp(-|s_{iM(i)} - s_{uM(u)}|) & (i \neq u) \end{cases}
\tag{3.27}
$$

を仮定する．また，キャッシュ・フローが発生する 2 時点間に関して，期間が長いほど割引関数の相関が小さくなるように，$\Phi_{iu}$ に関して(3.22)式を仮定する．(3.26)式の定式化で重要な点は，割引率の変動による $\eta_i$ の変動構造として，倒産確率が小さい，あるいは，回収率が高い，すなわち，信用リスクの小さい債券ほど，$\eta_i$ の分散が大きくなる構造を導入していることである．

平均割引関数 $\overline{D}(s)$ として，McCulloch (1971, 1975)や Elton and Gruber (1981)のように多項式や指数スプライン関数などを仮定できるが，本稿では，平均割引関数として，Vasicek and Fong (1982)のように，指数関数的と仮定する．

$$
\overline{D}(s) = \exp(-\kappa s)
\tag{3.28}
$$

ここで，平均割引関数の $s$ の代わりに，

$$
s = -\frac{1}{\alpha}\log(1 - s^*), \quad 0 \leq s^* < 1
\tag{3.29}
$$

とおく．この時，平均割引関数の定義域 $[0, \infty)$ が $[0, 1)$ になる．

$$
\overline{D}(s) = \overline{D}\left[-\frac{1}{\alpha}\log(1 - s^*)\right] \equiv \overline{\Theta}(s^*)
\tag{3.30}
$$

から，

$$
\overline{\Theta}(s^*) = (1 - s^*)^{\frac{\kappa}{\alpha}}, \quad 0 \leq s^* < 1
\tag{3.31}
$$

となる．期間 $s$ の時間スケールを式(3.29)のように変換すると，平均割引関数 $\overline{D}(s)$ は，ベキ関数となる．従って，多項式近似することを考えて，

$$\overline{\Theta}(s^*) = 1 + \sum_{j=1}^{p} \delta_j s^{*j} \tag{3.32}$$

とする．ここで，未知パラメータ $\delta_j$ は，銘柄全てに対して共通である．以上の定式化により表現された社債価格モデルは，

$$P_i(0) = (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\overline{\boldsymbol{D}} + \eta_i + \nu_i = (\boldsymbol{C}_i - \overline{\boldsymbol{L}}_i)'\overline{\boldsymbol{D}} + \varepsilon_i \tag{3.33}$$

と表現される．債券価格の確率的変動部分 $\varepsilon_i = \eta_i + \nu_i$ の平均・共分散は，

$$E(\varepsilon_i) = 0, \quad \mathrm{Cov}(\varepsilon_i, \varepsilon_u) = g_{iu} + f_{iu} = \sigma_A^2 \boldsymbol{A} + \sigma_B^2 \boldsymbol{B} \tag{3.34}$$

である．なお，実証分析においては，簡略化のため，$\sigma_A^2 = \sigma_B^2 = \sigma^2$ と仮定する．また，$\eta_i$ と $\nu_i$ の共分散は，$\mathrm{Cov}(\eta_i, \nu_i) = 0$ である．

## 4. 格付け変化に関する予測方法

本稿で提案する社債発行企業，もしくは，銘柄の格付け変化，とりわけ，格付けの低下に関する情報を得る方法は，信用リスクの変化により減価する社債の個別銘柄の市場価格での損失額に関して，その銘柄と同じ格付け・業種の期待損失額からの乖離値と格付け変化の関係に着目したものである．具体的には，個別銘柄と同じ格付け・業種の期待損失額からの損失額の乖離値が，仮にプラスで大きければ，その発行企業，もしくは，銘柄が市場で投資家により同じ格付け・業種平均よりも信用リスクが高いと評価されて値付けされており，その乖離値が増せば，いずれ，その銘柄発行企業，もしくは，銘柄の格付けが格付評価会社により降格される可能性が高いと考えられる．つまり，本稿で提案する企業の格付け変化の予測方法は，格付評価会社が格付けを変更するタイミングよりも，企業の信用リスクの変化が市場価格に織り込まれるタイミングの方が早いことを前提としており，個々の銘柄の格付け・業種の期待損失額からの損失額の乖離値に基づき，その乖離値がプラスで大きい銘柄ほど格付けの低下の危険性が高いと予測する方法である．もっとも，銘柄によっては市場の流動性や投資家の銘柄選好の影響で，市場価格が歪んでいる可能性もあるが，ここでは，銘柄と同じ格付け・業種の期待損失額からの損失額の乖離値は，発行企業の信用リスクのみを反映していると考える．

従って，個別銘柄の市場価格の格付け・業種の期待損失額からの損失額の乖離値を求めるには，個々の格付け・業種の期待損失額を算出する必要がある．本稿では，すべての格付け水準に対してでなく，個々の格付け水準ごとに銘柄グループを分け，そして，式(3.11)の期待損失額における倒産確率を定式化するにあたり，以下の $p$ 次の多項式において企業が属する $q$ 業種の種別のみを倒産確率の属性 $z_{iv}$ とした関数を仮定し，格付け水準ごとに各業種の期待損失額を算出する．すなわち，第 $i$ 社債の倒産確率として，

$$\begin{aligned} h_i(s) &= \boldsymbol{\zeta}_1(\boldsymbol{z}_i)s + \cdots + \boldsymbol{\zeta}_p(\boldsymbol{z}_i)s^p \quad (i = 1, \ldots, N), \\ \boldsymbol{\zeta}_l(\boldsymbol{z}_i) &= \zeta_{l1} z_{i1} + \cdots + \zeta_{lq} z_{iq} \quad (l = 1, \ldots, p). \end{aligned} \tag{4.1}$$

を仮定する．(4.1)式の未知パラメータ $\zeta_{l1}, \ldots, \zeta_{lq}$ は，格付け水準ごとの銘柄すべてに対して共通である．

よって，個別銘柄の市場価格の同じ格付け・業種の期待損失額からの損失額の乖離値は，プラスで大きい銘柄ほど格付けの低下の危険性が高い関係を考慮して，式(3.18)から求めた式

$$\boldsymbol{C}_i \boldsymbol{D} - P_i(0) = \overline{\boldsymbol{L}}_i \boldsymbol{D} + \nu_i^* \tag{4.2}$$

の $\nu_i^*(=-\nu_i)$ である．なお，実際のデータから得られる値は，式(3.33)の確率的変動部分 $\varepsilon_i = \eta_i + \nu_i$ の実現値である．確率的割引率で割引かれた $\eta_i$ の値は，$\nu_i$ と比べ小さいことから，実証分析では個別銘柄の市場価格の同じ格付け・業種の期待損失額からの損失額の乖離値 $\nu_i^*$ の代理変数として $\varepsilon_i$ の実現値で正負の符号条件を反対にした値 $\varepsilon_i^*$ を用いた．具体的には，

$$\varepsilon_i^* = \boldsymbol{C}_i\overline{\boldsymbol{D}} - P_i(0) - \overline{\boldsymbol{L}}_i\overline{\boldsymbol{D}} \tag{4.3}$$

の価格残差を乖離値とした．この $\varepsilon_i^*$ は，式(3.34)から平均が 0 となることから，乖離値が 0 に近いほど，個別銘柄の信用リスク水準がその銘柄の格付け・業種平均に近いことを意味する．また，乖離値は，同じ企業が発行した銘柄の中では残存期間が短い銘柄ほど相対的に小さくなる．

## 5. モデルのパラメータの推定

### 5.1 平均割引関数の推定方法

実証分析において(3.33)式のモデルを求めるには，まず，信用リスクが無い将来に発生するキャッシュ・フローが確定的である債券の価格データから，(3.32)式の平均割引関数 $\overline{\Theta}(s^*)$ を求める必要がある．(3.33)式の将来に発生するキャッシュ・フローが確定的である場合，債券価格モデルは，

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X\beta} + \boldsymbol{\eta} \tag{5.1}$$

と表現できる．ここで，

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{y} &= (y_1,\dots,y_N)', \quad y_i = P_i(0) - \sum_{m=1}^{M} C_i(s_{am}^*), \\
\boldsymbol{\beta} &= (\delta_1,\dots,\delta_p), \\
\boldsymbol{X} &= (\boldsymbol{x}_1,\dots,\boldsymbol{x}_N)', \quad \boldsymbol{x}_i = (x_{i1},\dots,x_{ip})', \\
x_{ir} &= \sum_{m=1}^{M} s_{am}^{*r} C_i(s_{am}^*) \\
\boldsymbol{\eta} &= (\eta_1,\dots,\eta_N)', \quad \mathrm{Cov}(\boldsymbol{\eta}) = \sigma_B^2 b_{iu}\boldsymbol{C}_i'\boldsymbol{\Phi}_{iu}\boldsymbol{C}_u = \sigma_B^2\boldsymbol{B}
\end{aligned} \tag{5.2}$$

である．この時，

$$(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta})'\{\boldsymbol{B}(\rho_B)\}^{-1}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{X\beta}) \tag{5.3}$$

を $\beta$ と $\rho_B$ に関して最小にすることで，一般化最小 2 乗推定量

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}'\{\boldsymbol{B}(\hat{\rho}_B)\}^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\{\boldsymbol{B}(\widehat{\rho}_B)\}^{-1}\boldsymbol{y} \tag{5.4}$$

を得る．$\widehat{\boldsymbol{\beta}} = (\widehat{\delta}_1,\dots,\widehat{\delta}_p)$ が得られたことにより，平均割引関数 $\overline{\Theta}(s^*)$ が求まる．

### 5.2 倒産確率関数と回収率の推定方法

次に，信用リスクがある社債価格データからモデルにおける未知パラメータ $(\zeta_{l1},\dots,\zeta_{lq})$，$\gamma(k(i))$，$\rho_A$ を求めるには，倒産確率関数として(4.1)式の多項式を用いた場合には，(5.1)式と同様に，(3.33)式を

$$\boldsymbol{y}^* = \boldsymbol{X}^*\boldsymbol{\beta}^* + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{5.5}$$

と表現することができる．ここで，

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{y}^* &= (y_1^*, \ldots, y_N^*)', \quad y_i^* = P_i(0) - \sum_{m=1}^{M} C_i(s_{am})\overline{D}(s_{am}), \\
\boldsymbol{\beta}^* &= (\boldsymbol{\zeta}_1', \ldots, \boldsymbol{\zeta}_p')', \quad \boldsymbol{\zeta}_l = (\zeta_{l1}, \ldots, \zeta_{lq})', \\
\boldsymbol{X}^* &= (\boldsymbol{x}_1^*, \ldots, \boldsymbol{x}_N^*)', \quad \boldsymbol{x}_i^* = (\boldsymbol{x}_{i1}^*, \ldots, \boldsymbol{x}_{ip}^*)', \quad \boldsymbol{x}_{ir}^* = (x_{i1r}^*, \ldots, x_{iqr}^*)', \\
x_{ilr}^* &= -\sum_{m=1}^{M} z_{iv}[C_i(s_{am})s_{am}^r - 100\gamma(k(i))\{s_{am}^r - s_{am-1}^r\}]\overline{D}(s_{am}), \\
\boldsymbol{\varepsilon} &= (\varepsilon_1, \ldots, \varepsilon_N)', \quad \mathrm{Cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2(\boldsymbol{A} + \boldsymbol{B})
\end{aligned}
\tag{5.6}
$$

である．なお，(5.6)式における平均割引関数 $\overline{D}(s_{am})$ に関して，将来の同時点で発生するキャッシュ・フローを割引く割引率は同一という無裁定条件を仮定することにより，(5.1)式で求めた平均割引関数 $\overline{\Theta}(s^*) \equiv \overline{D}(s)$ を用いることができる．さらに，$\hat{\rho}_B$ も，(5.1)式で求めた値に一致すると仮定する．従って，この時，$\boldsymbol{\theta} = (\beta^*, \gamma(k(i)), \rho_A)$ とすると，

$$
(\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*(\gamma(k(i)))\boldsymbol{\beta}^*)'\{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{B}\}^{-1}(\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*(\gamma(k(i)))\boldsymbol{\beta}^*)
\tag{5.7}
$$

を $\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}^*, \gamma(k(i)), \rho_A)$ に関して最小にすることで，一般化最小 2 乗推定量

$$
\begin{aligned}
\widehat{\boldsymbol{\beta}}^* &= [\boldsymbol{X}^*(\widehat{\gamma}(k(i)))'\boldsymbol{\Sigma}(\widehat{\boldsymbol{\theta}})^{-1}\boldsymbol{X}^*(\widehat{\gamma}(k(i)))]^{-1}\boldsymbol{X}^*(\widehat{\gamma}(k(i)))'\boldsymbol{\Sigma}(\widehat{\boldsymbol{\theta}})^{-1}\boldsymbol{y}^* \\
\boldsymbol{\Sigma}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}) &= \boldsymbol{A}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{B}
\end{aligned}
\tag{5.8}
$$

を得る．なお，平均割引関数や倒産確率関数における次数を AIC（Akaike's Information Criterion）でもって決めることができる．例えば，倒産確率関数における次数を決める上で，(5.5)式のモデルの対数尤度は，

$$
\begin{aligned}
l(\boldsymbol{\theta}) = &-\frac{N}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log|\sigma^2\{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{B}\}| \\
&-\frac{1}{2}(\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*(\gamma(k(i)))\boldsymbol{\beta}^*)'[\sigma^2\{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{B}\}]^{-1}(\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*(\gamma(k(i)))\boldsymbol{\beta}^*)
\end{aligned}
\tag{5.9}
$$

である．対数尤度を最大化することで，未知パラメータ $\theta$ を求めることができる．従って，$\sigma^2$ の最尤推定値は，

$$
\widehat{\sigma}^2 = \frac{1}{N}(\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*(\gamma(k(i)))\boldsymbol{\beta}^*)'\{\boldsymbol{A}(\boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{B}\}^{-1}(\boldsymbol{y}^* - \boldsymbol{X}^*(\gamma(k(i)))\boldsymbol{\beta}^*)
\tag{5.10}
$$

で得られ，一般化最小 2 乗推定量と同値である．$\widehat{\sigma}^2$ を(5.9)式に代入すると最大対数尤度は，

$$
l(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{N}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\log|\widehat{\sigma}^2\{\boldsymbol{A}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{B}\}| - \frac{N}{2}
\tag{5.11}
$$

となる．(5.5)式のモデルの AIC は，

$$
\mathrm{AIC} = N\log 2\pi + \log|\widehat{\sigma}^2\{\boldsymbol{A}(\widehat{\boldsymbol{\theta}}) + \boldsymbol{B}\}| + N + 2(\text{モデルのパラメータ数})
\tag{5.12}
$$

となる．

## 6. 実証分析

次に，本稿で提案する企業の格付け変化の予測方法が有効であるかどうかを検証するために，わが国の社債銘柄を分析対象にして行った実証分析結果を示す．社債・国債データに関しては，日本証券業協会が公表する店頭基準気配データを使用した．国債・社債の両価格データとも月末値である．但し，電力債，ガス会社，金融関連会社（銀行・証券・保険・その他金融）の発行する社債，及び，残存年数 10 年以上の銘柄を分析対象から除外した．格付けデータに関して

は，国内格付け会社で日本格付投資情報センター(R & I)と日本格付研究所(JCR)から付与されている格付けの中で，最も低い格付けを当該債券の格付けとして採用した．本稿では，2002 年から 2005 年にかけて社債の銘柄数が多かった $A-$ 格と $BBB+$ 格付け水準の銘柄グループを分析対象とした．

### 6.1 モデルの推定条件

まず，将来に発生するキャッシュ・フローが確定的である債券価格から，(3.32)式の平均割引関数 $\overline{D}_t(s_t) \equiv \overline{\Theta}_t(s_t^*)$ を求める必要があるが，以下の多項式を仮定する．

$$\overline{\Theta}_t(s_t^*) = 1 + \delta_{1t} s_t^* + \delta_{2t} s_t^{*2} + \delta_{3t} s_t^{*3} \tag{6.1}$$

平均割引関数 $\overline{\Theta}_t(s_t^*)$ の未知パラメータに関しては，(5.1)式を用いて，信用リスクの無い国債データから推定した．なお，国債も国によっては信用リスクがあるが，日本の国債には信用リスクが無いと考える．期間 $s$ の時間スケールを(3.29)式により $s^*$ に変換する際の $\alpha$ 値は，実証分析結果から平均割引率が 1 を超えないように $0.1 \le \alpha \le 1.0$ の間での最小値とした．

次に，倒産確率関数 $h_{it}(s_t)$ や回収率 $\gamma_t(k(i))$，損失額の確率的な変動 $\nu_{it}$ の共分散構造に含まれる未知パラメータに関して，(5.5)式を用いて一般化最小 2 乗法により社債データから推定した．本稿では，社債発行企業，もしくは，発行銘柄の格付け変化の予測を目的としていることから，倒産確率を定式化するにあたり，東京証券取引所の業種分類に基づき，表 1 に示すように 14 業種に大きく分類した業種の種別のみを考慮した(6.2)式で示す 2 次式を仮定した．倒産確率関数に関してもっと高次の多項式も考えられるが，余り高次になると未知パラメータの数も増え，推定するのが困難になると共に，データに対する当てはまり度合いが過ぎて，かえっ

表 1. 14 業種分類.

| 業種 | 業種コード | 東証業種分類 |
|---|---|---|
| 水産・食料品系 | 1 | 水産・農林, 食料品 |
| 市況系 | 2 | 繊維, パルプ・紙, ゴム製品, ガラス, 土石製品 |
| 化学・薬品系 | 3 | 化学, 薬品 |
| 鉄鋼系 | 4 | 鉄鋼, 非鉄金属 |
| 石油・石炭・金属製品系 | 5 | 鉱業, 石油・石炭製品, 金属製品 |
| 建設不動産系 | 6 | 建設, 不動産 |
| 加工系 | 7 | 電気機器, 輸送用機器, 精密機器 |
| 機械系 | 8 | 機械 |
| その他製造業系 | 9 | その他製造業 |
| 商社・小売系 | 10 | 卸売, 小売, サービス |
| 運輸系 | 11 | 陸運, 海運, 空運, 運輸関連 |
| 鉄道系 | 12 | 鉄道 |
| 倉庫系 | 13 | 倉庫 |
| 通信系 | 14 | 通信 放送 |

て倒産確率の信頼性が低下する危険性がある．

$$
(6.2)\qquad \begin{aligned} h_{it}(s_t) &= \boldsymbol{\zeta}_{1t}(z_{it})s_t + \boldsymbol{\zeta}_{2t}(z_{it})s_t^2 \quad (i=1,\dots,N_t),\\ \boldsymbol{\zeta}_{lt}(z_{it}) &= \zeta_{l1t}z_{i1t} + \cdots + \zeta_{l14t}z_{i14t} \quad (l=1,2). \end{aligned}
$$

なお，倒産確率関数に 2 次式を用いたことから，データが存在する期間までが有効であることに留意する必要がある．個別銘柄の属性 $z_{imt}$ として，属する業種に 1，属さなければ 0 とした．そして，倒産確率 $h_{it}(s_t)$ や回収率 $\gamma_t(k(i))$，価格間の相関パラメータ $\rho_{At}$ を求める上で，格付け水準毎の銘柄グループを分析対象としたが，銘柄数が 5 銘柄以下の業種グループは分析対象から除外した．なお，回収率 $\gamma_t(k(i))$ を求める上で，分析対象とする銘柄グループの最長償還期間を 10 年としていることから，各モデル推定時点 $t$ から 10 年の期間内において倒産確率 $h_{it}(s_t)$ が 0.3 を超えない条件で推定した．一般化最小 2 乗法により未知パラメータ回収率 $\widehat{\gamma}_t(k(i))$ を求める際，その刻み幅を 0.1 とし(0，1)の数値間で求めた．回収率 $\gamma_t(k(i))$ は，刻み幅を細かくしても，現実的に意味がないので，この程度の刻み幅で十分と考えられる．

### 6.2　価格推定残差と格付け変化

図 1 と図 2 は，富士電機ホールディングスとコニカミノルタホールディングスが発行した社債の個別銘柄に関して同じ格付け・業種の期待損失額からの乖離値，すなわち，式(4.3)から求めた値 $\varepsilon_i^*$ と格付けの推移を示したものである．格付けが降格される数ヶ月前から乖離値が概ね上昇し，銘柄によってはプラスの乖離値となっていることがわかる．このことは，格付評価会社により格付けが変更されるよりも，市場価格の方が先行して信用リスクの上昇を織り込んでいることを意味し，格付け変化を予測する上で貴重な情報である．

既に述べたように，本稿で提案する企業の格付け変化の予測方法は，図で示されるような格付評価会社が格付けを変更するタイミングよりも，企業の信用リスクの変化が市場価格に織り込まれるタイミングの方が早いことを前提としており，個々の銘柄の格付け・業種の期待損失額からの乖離値に基づき，その乖離値がプラスで大きい銘柄ほど降格の危険性が高いと予測する方法である．

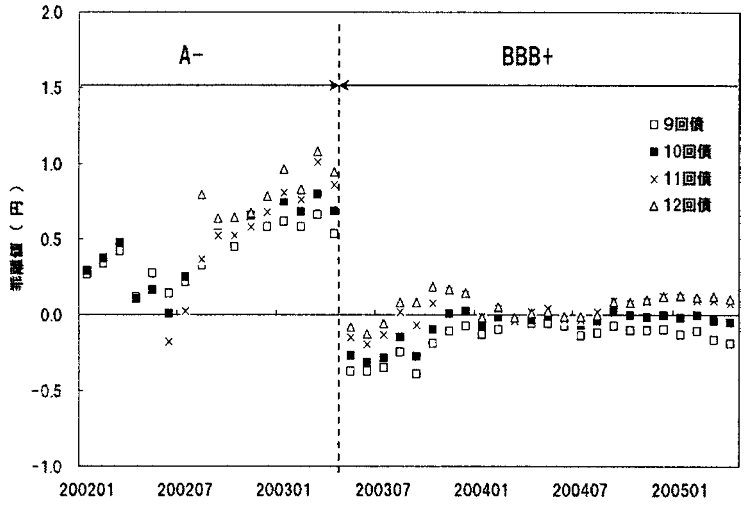


図 1.　格付け・業種の期待損失額からの乖離値の時間推移(富士電機ホールディングス)．

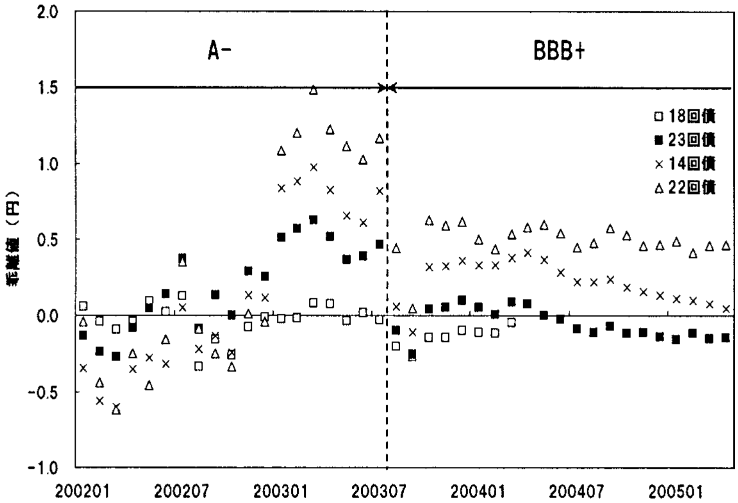


図 2. 格付け・業種の期待損失額からの乖離値の時間推移（コニカミノルタホールディングス）.

従って，同じ格付け水準の銘柄グループにおいて銘柄間で乖離値を比較し，相対的に順位付けした際，その順位の高い乖離値を持った銘柄を多く発行している企業ほど，格付けが低下する危険性が高いと判断される．なお，通常，残存期間が短くなるにつれて，債券価格のボラティリティが小さくなることから，格付け・業種の期待損失額からの乖離値も小さくなる傾向にある．そこで，本稿では，残存期間の異なる銘柄間の乖離値を比較するため，残存期間に比例して線形に債券価格のボラティリティが小さくなると仮定し，乖離値を銘柄の残存期間で割り基準化を行った．

そして，企業ごとに発行銘柄の基準化した乖離値の平均値を算出し，その平均値に基づき企業を大きい値から順にランキングを行い，順位の高い企業ほどその後，格付けが低下する危険性が高いかどうかを検証した．検証方法としては，CAP 曲線から算出される AR（Accuracy Ratio）（山下 他, 2003）を用いた．すなわち，分析対象とした社債の発行銘柄数が 4 銘柄以上の企業の数を $N_{all}$ 社，R & I 社と JCR 社から付与されている格付けの中で低い方の格付けのうち 1 年以内に格付けが低下した企業数を $N_d$ とすると，図 3 ～図 6 は，横軸に格付け・業種の期待損失額からの乖離値の高い上位 $X$ 社の全体に占める割合 $X/N_{all}$ を，縦軸にその乖離値の高い上位 $X$ 社のうち 1 年以内に格付けが低下した企業数 $X_d$ の割合 $X_d/N_d$ を描いた CAP 曲線（太線）を示す．推定された個々の企業の格付け・業種の期待損失額からの乖離値に降格の予測力がない場合は 45 °線の細線で，1 年以内に格付けが低下した全ての企業が乖離値の高い上位 $N_d$ 社に全て含まれた場合は点線で示している．点線に近いほど予測精度が高いことを意味する．図で完全に当たった場合の点線と予測力がない場合の細線で囲まれる面積を $A$，各ケースが描く CAP 曲線（太線）と予測力がない場合の細線で囲まれる面積を $B$ とすると，面積比

$$AR = \frac{B}{A} \tag{6.3}$$

の値が AR である．表 2 と表 3 は，2002 年 1 月末，2003 年 1 月末，2004 年 1 月末の各時点で，社債の銘柄数が多い $A-$ 格と $BBB+$ 格付け水準の企業グループに関して，1 年以内に格付けが低下した企業の予測に関する AR を調べた結果である．概ね良好な予測結果が得られている．

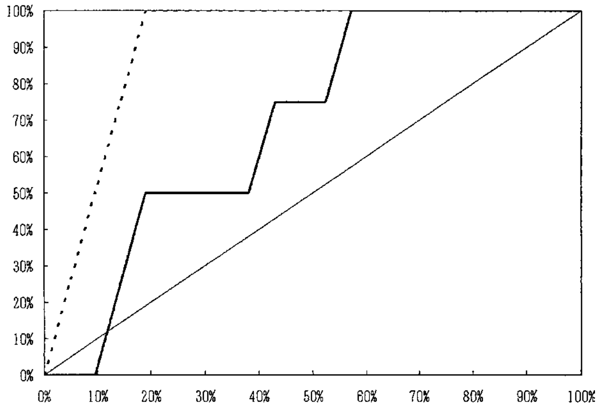


**図** 3.　$A-$ **格付銘柄の** CAP **曲線**(2002 **年** 1 **月**).

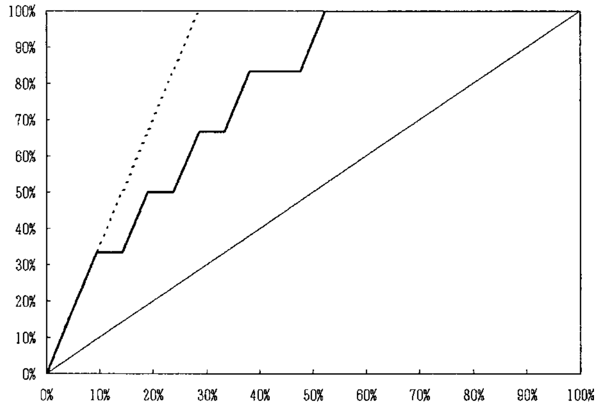


**図** 4.　$A-$ **格付銘柄の** CAP **曲線**(2003 **年** 1 **月**).

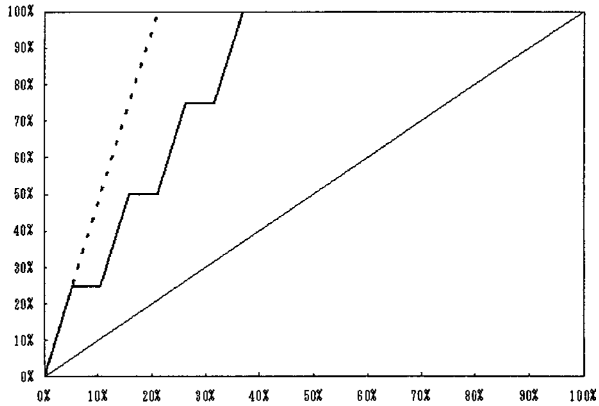


**図** 5.　$BBB+$ **格付銘柄の** CAP **曲線**(2002 **年** 1 **月**).

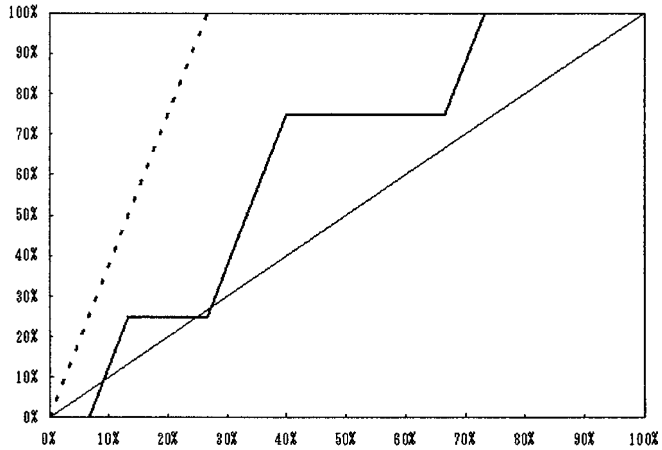


図 6. *BBB*+ 格付銘柄の CAP 曲線(2003 年 1 月).

表 2. *A*− 格付け銘柄グループの予測精度率(Accuracy Ratio).

| 分析時点 | 2002 年 1 月 | | 2003 年 1 月 | | 2004 年 1 月 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 発行銘柄数 | 3 銘柄以上 | 4 銘柄以上 | 3 銘柄以上 | 4 銘柄以上 | 3 銘柄以上 | 4 銘柄以上 |
| AR | 58.3 % | 48.5 % | 60.7 % | 75.6 % | 71.9 % | 94.0 % |
| 企業数 | 34 | 21 | 34 | 21 | 34 | 20 |
| 降格企業数 | 4 | 4 | 6 | 6 | 2 | 2 |

表 3. *BBB*+ 格付け銘柄グループの予測精度率(Accuracy Ratio).

| 分析時点 | 2002 年 1 月 | | 2003 年 1 月 | | 2004 年 1 月 | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 発行銘柄数 | 3 銘柄以上 | 4 銘柄以上 | 3 銘柄以上 | 4 銘柄以上 | 3 銘柄以上 | 4 銘柄以上 |
| AR | 80.0 % | 80.0 % | 11.4 % | 36.4 % | − | − |
| 企業数 | 24 | 19 | 19 | 15 | 16 | 13 |
| 降格企業数 | 4 | 4 | 5 | 4 | 0 | 0 |

## 7. まとめ

1990 年代の後半以降，企業の重要な資金調達手段として社債の発行額が増大傾向にあり，また，超低金利の状況下にあって証券投資戦略の上で貴重な投資対象として社債の重要性が高まっている．一方，ここ最近において，企業の信用リスクが急激に顕在化してきている．格付評価会社は，財務指標や株価などの定量的な情報あるいはなんらかの企業に関する定性情報から信用リスク量を判断し，格付けを付与する．従って，投資家にとり格付評価会社の格付けは，企業の信用リスク量を評価した重要な指標となる．

そこで，本稿で示した方法によって，実証分析結果で示しているように格付けの変化，特に格付けの低下に関して予め有意義な情報を得ることができることは，社債投資の収益の向上，リスク管理を行う上で役立つものと考えられる．本稿での実証分析は，データの制約から $A-$ 格と $BBB+$ 格付け水準に含まれている企業グループを分析対象としたが，今後さらに，格付けのデータが蓄積されるにつれて，他の格付け水準においても同様に分析し，本稿でのアプローチの頑健性についてより一層検証していきたい．

## 謝　辞

本論文の執筆にあたって，匿名のレフェリーの貴重なコメントに感謝致します．

## 参 考 文 献

Altman, E. I. and Katz, S. (1976). Statistical bond rating classification using financial and accounting data, *Proceeding of the Ross Institute of Accounting, First Annual Conference on Topical Research in Accounting.*

Edwin, J. E. and Martin, J. G. (1981). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, Wiley, New York.

蜂須賀一誠(1999). 信用リスク市場における格付スプレッドの評価，ジャフィー・ジャーナル，57–73.

Horrigan, J. O. (1966). The determination of long-term credit standing with financial ratio, Empirical research in accounting: Selected studies, Supplement to *Journal of Accounting Research*, **4**, 44–62.

Kaplan, R. S. and Urwitz, G. (1979). Statistical model of bond ratings: A methodological inquiry, *Journal of Business*, **52**, 231–261.

刈屋武昭(1995). 『債券計量分析の基礎と応用』，東洋経済新報社，東京．

刈屋武昭(1999). 『信用リスク分析の基礎』，東洋経済新報社，東京．

Kariya, T. and Tsuda, H. (1994). New bond pricing models with applications to Japanese data, *Financial Engineering and the Japanese Markets*, **1**, 1–20.

Kariya, T. and Tsuda, H. (2000). CB-time dependent Markov model for pricing convertible bonds, *Asia-Pacific Financial Markets*, **7**, 239–259.

木島正明，小守林克哉(1999). 『信用リスク評価の数理モデル』，朝倉書店，東京．

McCulloch, J. H. (1971). Measuring the term structure of interest rates, *Journal of Business*, **28**, 19–31.

McCulloch, J. H. (1975). The tax adjusted yield curve, *Journal of Finance*, **30**, 811–830.

森平爽一郎，隅田和人(2001). 格付け推移行列のファクター・モデル，金融研究，**20**，別冊 2 号，13–52.

中山めぐみ，森平爽一郎(1998). 格付け選択確率の推定と信用リスク量，JAFEE 1998 夏季大会予稿集，210–225.

新美隆宏(1998). 格付と財務指標の関係について，ジャフィー・ジャーナル，37–65.

津田博史(2002a). 社債価格モデルと信用リスク情報の推定，ニッセイ基礎研究所所報，**22**, 1–40.

津田博史(2002b). 銘柄間の価格連動性を考慮した社債価格モデルに基づく信用リスク情報の推定，統計数理，**50**, 217–240.

Vasicek, O. A. and Fong, H. G. (1982). Term structure modeling using exponential splines, *Journal of Finance*, **37**, 339–348.

山下智志，川口　昇，敦賀智裕(2003). 信用リスクモデルの評価方法に関する考察と比較，金融庁金融研究研修センター，ディスカッションペーパー．

安川武彦(2001). サンプル・セレクション・モデルによる社債格付けの比較，現代ファイナンス，**10**,

63–83.
**安川武彦**(2002). **平行性の仮定と格付けデータ: 順序ロジット・モデルと逐次ロジット・モデルによる分析, 統計数理, 50**, 201–216.

# Information of Corporate Bonds Ratings via a Bond Pricing Model: Prediction of Bond Rating Changes

Hiroshi Tsuda

Financial Research Group, The NLI Research Institute

The recent increase in bankruptcies among exchange-listed companies has drawn attention to the problem of credit risk. Financial institutions cast new light on credit risk, and their pressing problems are to strengthen the capability of credit risk management. In particular, they are putting more emphasis on corporate ratings that reflect credit risk. This paper proposes a method for predicting corporate bond rating changes by using our corporate bond pricing model, and reports empirical results obtained by testing our method with Japanese corporate bond rating data. Our method is to predict corporate bond rating changes based on the deviation of an individual bond's loss from the expected loss of both rating class and industry sector estimated by the corporate bond pricing model, which considers all the corporate bond prices simultaneously. Thus our model makes full use of the information contained in the bond prices, which are correlated with each other. From the empirical results, we find useful evidence that our method performs well in prediction of corporate bond rating changes.

Key words: Corporate bond ratings, term structure of default probability, the expected loss of both rating level and industry sector, generalized least squares.