

# 不確実性下における人工林施業の経済分析： ソフトゾーニング

吉本 敦<sup>†</sup>

(受付 2002 年 8 月 26 日；改訂 2002 年 11 月 14 日)

## 要 旨

昨今、森林ランドスケープの関心の高まりに伴い、地理的条件に基づく森林資源経営に対する配置的な分類、いわゆるハードなゾーニングが行われてきている。ハードゾーニングに関わる要素は管理における作業量・作業単価を通して経営の経費として計上されるが、経営の持続性を追求する場合、むしろ経営に関わる経済情報に基づく配置分類、すなわちソフトゾーニングが必要不可欠となる。本研究では、ソフトゾーニングを念頭に、不確実環境下における森林資源経営のための最適確率制御モデルを用いて、木材価格の不確実性に対する経営の持続可能な価格(最低許容価格)の領域について分析を行った。その結果、成長が遅い林分では最低許容価格も高くなることが分かった。一般に価格は最適伐期齢決定に重要な役割を果たすが、本研究の分析の結果、価格のダイナミクスに平均的な増減の傾向がなければ、最適行動が「伐採-放棄」から「伐採-継続」に転換する価格帯では、最適伐期齢が大幅に遅延することが分かった。また、将来的な価格の減少期待が強くなると、持続可能な状態から、伐期齢の遅延などの現象を介さずに、「伐採-継続」から「伐採-放棄」の状態に即座に遷移する可能性が強いことが分かった。

キーワード：森林経済学，確率微分方程式，確率動的計画法，森林資源管理。

## 1. はじめに

現在、間伐の遅れ、保育の放棄、再造林放棄などが広範に認められるようになり、森林資源管理の崩壊が大きな問題となってきている。その背景には、価格の低迷による林業収入の低下、労働力の高齢化などによる影響があると言われているが、地理的条件に起因する生産費用の引き下げが困難であることも大きな要因の一つである。日本の多くの森林は山腹のかなり急勾配な場所に位置し、育林費・伐採費といった森林の経営費用が依然高いままである(行武・吉本(2001))。それゆえ、作業場での高性能機械の活用が地理的に難しく、人的な労働が不可欠となり、費用削減が困難になっている。そうした状況に対し、持続的な経営へのフィードバックを目指し森林の地理的な特性を考慮した、いわゆるハードゾーニングが行われ、経済的に作業が可能な森林とそうでない森林区別の明確化が進められている。

ハードゾーニングは広域的な観点からの分析に対し、多くの情報をもたらす。例えば、過去の伐採状況を GIS などにより追求することで、どのような地理的条件下で伐採が行われているかを把握することができる。しかしながら、仮に民有林の経営を対象とした場合、あくまでも

<sup>†</sup> 統計数理研究所 (現 東北大学大学院 環境科学研究科：〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉 01)

森林所有者の経営判断は地理的条件により直接的に左右されるのではなく、経営収支の状態により最終的な意思決定が行われるのが一般的である。すなわち、地理的な条件は作業量・作業単価などにより費用要因の一部として経済価値に換算され、最終的な生産に関わる費用として計上される。そして、製品の販売価格と量から収益が算出され、最終的な利益の最大化を目指した所有者の意思決定がなされる。

森林の持続的な経営を追求する上で重要なことは、上記の利益が常に非負であることばかりでなく、そうした状態が将来的な不確実性を考慮した場合、期待として維持できるかどうかである。現在、外材が国内市場の約80%を占めるに至り、将来的な木材価格は外的要因により益々不確実になってきている。将来的な木材価格に対する森林所有者の期待はその時々々の経営に対する意思決定に大きく影響を及ぼし、現在その結果として経営の放棄などが起こっているものと考えられる。そうした状況下、政策的なアプローチにより森林資源管理の持続性を追求するためには、まず将来的な木材価格などの不確実性を十分考慮し、経営持続のための最低許容価格の探求が必要不可欠となる。すなわち、価格が持つダイナミクスから得られる情報を基に、現在の価格がどのレベルであれば、経営が持続できるのかを確率論的に探求する必要がある。最低許容価格レベルは地理的条件により左右され、それゆえ、最低許容価格帯による森林のゾーニング、すなわちソフトゾーニングが可能になってくる。そうすることにより、その時々々の市場価格と地区に依存する最低許容価格を比較することにより、空間的な伐採動向がある程度予想でき、経済的あるいは政策的に制御することができるようになる。

本研究では、ソフトゾーニングを念頭におき、不確実環境下における森林資源経営のための最適確率制御モデルを用いて、木材価格の不確実性に対する経営の持続可能な価格(最低許容価格)の領域について分析を行う。価格の動きは幾何ブラウン運動に従うと仮定し、森林資源の成長予測には九州地区スギ林密度管理図を用いた。なお、成長の不確実性は考慮していない。

## 2. 森林資源経営に対する最適確率制御モデル

これまで、金融分野におけるオプションに関する研究は不確実性下での投資活動の評価を行う研究に多大な貢献を果たしてきた。一般に、不確実性を伴う価格のダイナミクスは2つの部分で捉えられる。すなわち、決定論的な動きと確率論的な動きである。Brennan and Schwartz (1985)は確率モデルを適用し銅採鉱評価を行い、Bailey (1991)は農業経営評価に確率モデルを適用した。森林分野においては、Zinkhan (1991)の林地からの土地利用転換オプション評価がある。Morck et al. (1989)は成長や価格といった確率的な環境下での森林経営の評価を行った。その他、確率的なモデルを扱った研究では、Clarke and Reed (1989), Reed and Clarke (1990), Haight and Holmes (1991), Reed and Ye (1994), Thomson (1992), Yoshimoto and Shoji (1998), Plantinga (1998), Thorsen (1999)などがある。彼らの研究の多くは、不確実性を価格に対して想定し、価格のダイナミクスを確率微分方程式により描写するアプローチを取っている。また、不確実性下における最適化では、離散型の意味決定フレームワーク内で、確率動的計画法を用いているのが一般的である。

ここで考慮する森林資源経営モデルはYoshimoto and Shoji (1998)によるもので、将来的な不確実性を考慮できる確率制御モデルである。経営行動に対する意思決定問題を、今ある森林を伐採するという「伐採」行動と伐採しないという「待ち」行動、さらに伐採後に再造林を行う「継続」行動、または土地利用転換による「放棄」行動に対する選択問題とした。これは一種のオプション的選択問題であり、このような意思決定ネットワークを用いることで、価格の不確実性を考慮した最適伐期齢の探求ができるだけでなく、「放棄」のオプションを導入することにより林家が経営活動をやめる、すなわち「放棄」する価格水準の探求が同時に可能となり、

「継続」行動に対する最低価格，すなわち経営維持のための最低許容価格の探求も可能となる．なお，ここでは間伐や他の施業に対する意思決定については考慮していない．

### 2.1 価格に対する確率モデル

幾何ブラウン運動(2.1)式は金融分野など多くの研究分野で利用されており，解析的に解が存在するなどその取り扱い易さが利用の大きなメリットである．

$$(2.1) \quad dX_t = \alpha X_t dt + X_t \sigma dB_t$$

$X_t$  は時間  $t$  における丸太価格， $\alpha$  は価格の瞬間相対変化率， $\sigma$  は相対変化率の瞬間標準偏差である． $B_t$  項は以下の性質を持つ標準ブラウン運動を表す．

1.  $B_0 = 0$
2.  $B_t - B_s$  は  $B_s (s \leq t)$  に独立に変化する
3. 全ての  $t (> 0)$  に対して， $B_t$  は分散  $t$ ，平均  $0$  の正規分布に従う．

(2.1)式の価格の動きはだまかに2つの部分からなる．右辺第1項の平均的な動き，すなわちドリフト項と，第2項の確率的な動き，すなわち拡散項である．(2.1)式から分かるように，幾何ブラウン運動では価格の拡散項が価格の大きさに比例して変化すると仮定されているため，より価格値が大きくなればその拡散の仕方も大きくなる．

最適確率制御モデルでは，幾何ブラウン運動が連続型のモデルであるのに対し，意思決定ネットワークは離散型である．そのため，幾何ブラウン運動を離散化し，適用する必要がある．その方法は以下の通りである．まず(2.1)式において平均的な動きに注目すると，下記の微分方程式が得られ，

$$(2.2) \quad \frac{dX_t}{dt} = \alpha X_t$$

これを  $(t, t + \Delta t)$  の範囲で解くことにより，

$$(2.3) \quad X_{t+\Delta t} = X_t e^{\alpha \Delta t}$$

を得る．すなわち，価格は指数関数により表現される．次に(2.1)式の過程に対し微小時間間隔  $(t, t + \Delta t)$  において価格が  $u$  倍になる場合と  $d$  倍になる場合のベルヌーイ試行を考える．すなわち，微小な時間間隔  $(t, t + \Delta t)$  に価格  $X_t$  が確率  $P$  で  $u \cdot X_t$  に，確率  $(1 - P)$  で  $d \cdot X_t$  になるとする．この時，時間  $(t + \Delta t)$  における価格の平均値は  $P \cdot u \cdot X_t + (1 - P) \cdot d \cdot X_t$  となる．この平均値は上記(2.3)式と等しいので，

$$(2.4) \quad P \cdot u \cdot X_t + (1 - P) \cdot d \cdot X_t = X_t e^{\alpha \Delta t}$$

を得る．その結果，確率  $P$  を下記のように求めることができる．

$$(2.5) \quad P = \frac{e^{\alpha \Delta t} - d}{u - d}$$

次に上記の倍率  $u, d$  は以下のように求めることができる(2.1)式の拡散項より状態変数  $X_t$  を消去するため対数変換  $y_t = f(X_t) = \log(X_t)$  を行い，「伊藤の公理」(Gardiner (1997))を適用すると，

$$(2.6) \quad dy_t = f'(X_t) dX_t + \frac{1}{2} f''(X_t) (dX_t \cdot dX_t)$$

となる． $y_t$  の1階微分  $f'(X_t)$  と2階微分  $f''(X_t)$  は

$$(2.7) \quad \frac{dy_t}{dX_t} = f'(X_t) = \frac{1}{X_t} \quad \text{and} \quad \frac{d^2 y_t}{dX_t^2} = f''(X_t) = -\frac{1}{X_t^2}$$

であるので、方程式(2.6)は

$$(2.8) \quad dy_t = \frac{1}{X_t} dX_t + \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{X_t^2} \right) (dX_t \cdot dX_t)$$

となる。\$dX\_t\$ に(2.1)方程式を代入すると、方程式(2.8)は

$$(2.9) \quad dy_t = \frac{1}{X_t} (\alpha X_t dt + \sigma X_t dB_t) + \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{X_t^2} \right) (\alpha X_t dt + \sigma X_t dB_t)(\alpha X_t dt + \sigma X_t dB_t) \\ = \alpha dt + \sigma dB_t - \frac{1}{2} \{ \alpha^2 (dt \cdot dt) + \sigma^2 (dB_t \cdot dB_t) + 2\alpha\sigma dt \cdot dB_t \}$$

となる。\$(dt \cdot dt) = dt \cdot dt = dB\_t \cdot dB\_t = 0\$ として \$(dB\_t \cdot dB\_t) = dt\$ (Øksendal(1995))であるため、

$$(2.10) \quad dy_t = \left( \alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) dt + \sigma dB_t$$

を得る。従って、両辺を積分すると、

$$(2.11) \quad y_t = y_0 + \left( \alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) t + \sigma B_t$$

となる。ここで、\$B\_t\$ が標準ブラウン運動であるため、\$y\_t\$ は平均 \$y\_0 + (\alpha - \sigma^2/2)t\$、分散 \$\sigma^2 t\$ の正規分布に従うことが分かる。

上記過程に対し、微少な時間間隔 \$(t, t + \Delta t)\$ における \$y\_t\$ についての増減を想定したベルヌーイ試行を再度考える。この時、増加する場合は、\$y\_t + \ln(u)\$、減少する場合は \$y\_t + \ln(d)\$ となる。ここで \$y\_t\$ が正規分布に従うため、増加・減少の量を等しくする。すなわち、\$\ln(d) = -\ln(u)\$。この試行における微少な時間 \$\Delta t\$ 後の \$y\_t\$ の分散を求めると \$P \cdot \{\ln(u)\}^2 + (1-P) \cdot \{-\ln(u)\}^2\$ となる。次に(2.11)より、微少な時間 \$\Delta t\$ 後の \$y\_t\$ の分散は \$\sigma^2 \Delta t\$ となるので、

$$(2.12) \quad P \cdot \{\ln(u)\}^2 + (1-P) \cdot \{-\ln(u)\}^2 = \sigma^2 \Delta t$$

となる。従って、

$$(2.13) \quad u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

$$(2.14) \quad d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

となり、幾何ブラウン運動による価格の動きを二項過程で離散化できることが分かる。

## 2.2 最適確率制御モデル

本研究で用いる森林資源経営モデルは、上記価格の確率モデルを用いた確率動的計画法モデルである。このモデルの意思決定ネットワークは、1期間・2状態であり、時間が期間変数、価格水準と林齢が状態変数である。モデルでの可能な管理行動、すなわち制御変数は今ある林分を伐採するという「伐採」行動と伐採しないという「待ち」行動、さらに、伐採後に経営を放棄する「放棄」行動と、再造林により経営を継続する「継続」行動である。確率動的計画法の最適化問題に対する目的は、伐採活動から得られる期待収益の現在価値の最大化により、現時点で与えられた価格に対し、「伐採」行動が選択される最も若い林齢を探索することである。その林齢が与えられた価格に対する最適伐期齢となる。意思決定では将来的な価格のダイナミクスを二項過程により確率的に捉え、期待収益の現在価値が最大になるよう行動の選択が行われる。

確率動的計画法では、各期間におけるそれぞれの状態から次の期間において変遷し得る状態を特定する必要がある。例えば、上記で得られた価格の二項過程では、第  $n$  期、 $n \cdot \Delta t$ 、において、 $i$  回価格が上昇した状態における価格 ( $i$  状態価格)  $S_{n,i}$  は

$$(2.15) \quad S_{n,i} = u^i \cdot d^{n-i-1} \cdot S_{1,0}$$

となる。ここで  $S_{1,0}$  は第 1 期現在における価格である。同時に森林の成長の変遷も考慮する必要がある。現在  $m$  齢級の森林 ( $m$  林齢) は伐採されずに第  $n$  期に至れば、林齢は  $(m+n-1)$  期となり  $(m+n-1)$  林齢に遷り、途中で伐採が発生すれば、新たに伐採・植林が行われた期間から林齢が換算され、対応する状態になる。

上記の問題を最適化問題として定式化すれば、以下ようになる。まず、 $V(n, S_{n,i}, j)$  を第  $n$  期の  $i$  状態価格、 $j$  林齢の  $(i, j)$  状態における最大期待収益とする。すなわち、第  $n$  期、 $i$  状態価格、 $j$  林齢における最適化方程式は

$$(2.16) \quad V(n, S_{n,i}, j) = \max_{\{W, H\}} \{E_{n,i,j}[W], E_{n,i,j}[H]\}$$

となる。ここで「待ち」行動を  $W$  で表し、その期待収益は、

$$(2.17) \quad E_{n,i,j}[W] = \frac{P \cdot V(n+1, S_{n+1,i+1}, j+1) + (1-P) \cdot V(n+1, S_{n+1,i}, j+1) - C_a}{1+r}$$

となる。「伐採」行動は  $H$  で表し、期待収益は以下の通りとなる。「継続」行動を  $K$ 、「放棄」行動を  $A$  とすれば、

$$(2.18) \quad E_{n,i,j}[H] = S_{n,i} \cdot Q_j + \max_{\{K, A\}} \{E_{n,i,j}[K], E_{n,i,j}[A]\}$$

ただし、

$$(2.19) \quad E_{n,i,j}[K] = \frac{P \cdot V(n+1, S_{n+1,i+1}, 1) + (1-P) \cdot V(n+1, S_{n+1,i}, 1) - C_a}{1+r} - C_r$$

$$(2.20) \quad E_{n,i,j}[A] = ALT$$

$ALT$  は「放棄」行動により得られる収益である。例えば、土地の売買による利益などがそれに当たる。 $r$  は 1 期間に対する割引率であり、 $C_a$  は年間経営費用である。伐採決定が選択されると、期待収益はその次の「継続」行動もしくは「放棄」行動に対する期待値に依存する。「継続」行動は森林の経営を持続することを意味しており、「放棄」行動は経営の中止を意味する。 $Q_j$  は  $j$  林齢のヘクタール当たり材積、 $C_r$  は  $n$  期での伐採直後にかかる造林費用を表している。(2.18) 式の右辺第 1 項  $S_{n,i} \cdot Q_j$  は伐採から得られる収益を表す。次の  $\max$  を伴った第 2 項は、伐採後の期待収益である。「放棄」により得られる収益  $E_{n,i,j}[A]$  と森林経営の継続からの割引期待収益  $E_{n,i,j}[K]$  を比較することにより、伐採後の行動が選択される。なお、「待ち」、「伐採-継続」行動から得られる期待収益はそれぞれ 1 期間割り引かれる。

図 1 にここで想定する確率動的計画ネットワークにおける 1 期間の意思決定樹形図を示す。意思決定では、「待ち」行動に伴う将来的な価格の不確実性を考慮した場合の期待収益と「伐採」行動に伴うそれとが比較され、どちらかの選択が行われる。その際、「伐採」行動では更に、将来的な価格の不確実性を伴った「継続」行動とそうでない「放棄」行動のそれぞれから得られる期待収益の比較により選択される結果を基に、「伐採」行動に伴う期待収益が計算される訳である。

1 期間・2 状態の確率動的計画ネットワークでは、期間は  $n = 1 \sim N$ 、価格状態  $i = 0 \sim n$ 、林齢状態  $j = 1 \sim J+n$  と変化する。ここで、 $N$  は最終期間、 $J$  は第 1 期における最高齢の林

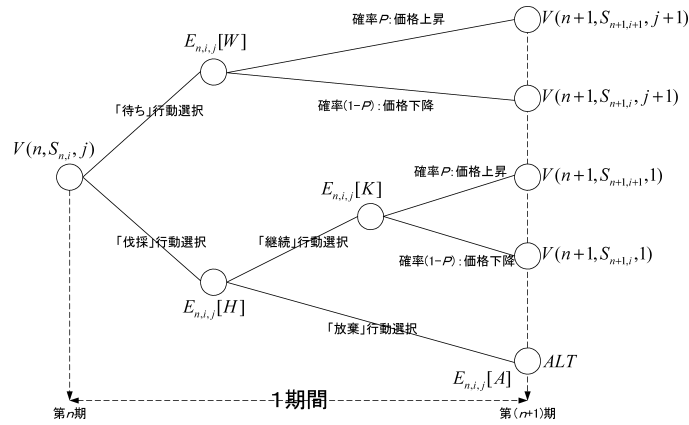


図 1. 1 期間意思決定樹形図 .

**ステップ 0. 初期化**  
 $n=N$  とし,  $d_{N,i,j} = \{H \cdot A\}$  for  $i = 0, \dots, N$  and  $j = 1, \dots, J+N$  とする.  
 最終期の期待収益  $V(N, S_{N,i}, j) = S_{N,i} \cdot Q_j + ALT$  for  $i = 0, 1, \dots, N, j = 1, 2, \dots, J+N$  を算出する. なお,  $S_{N,i} = u^i \cdot d^{N-i-1} \cdot S_{1,0}$

**ステップ 1. 繰り返し演算**  
 $n = n-1$  とする. それぞれの状態において最適行動,  $d_{n,i,j}^* (\in D_n)$  for  $i = 0, \dots, n$  and  $j = 1, \dots, J+n$  を探求する. なお, 最適化方程式は以下の通りである.  

$$V(n, S_{n,i}, j) = \max_{\{W, H\}} \{E_{n,i,j}[W], E_{n,i,j}[H]\}$$
 ただし,  

$$E_{n,i,j}[W] = \frac{P \cdot V(n+1, S_{n+1,i+1}, j+1) + (1-P) \cdot V(n+1, S_{n+1,i}, j+1) - C_a}{1+r}$$

$$E_{n,i,j}[H] = S_{n,i} \cdot Q_j + \max_{\{K, A\}} \{E_{n,i,j}[K], E_{n,i,j}[A]\}$$

$$E_{n,i,j}[K] = \frac{P \cdot V(n+1, S_{n+1,i+1}, 1) + (1-P) \cdot V(n+1, S_{n+1,i}, 1) - C_a - C_r}{1+r}$$

$$E_{n,i,j}[A] = ALT$$

$$S_{n,i} = u^i \cdot d^{n-i-1} \cdot S_{1,0}$$

**ステップ 2. 判断**  
 もし,  $n = 1$  なら**ステップ 3** に移動. その他は**ステップ 1** に戻り繰り返し演算を行う.

**ステップ 3. 最適伐期齢の決定**  
 下記を満足する最適伐期齢,  $t_{opt}$  を探求し, 演算を終了する.  

$$t_{opt} = \{j \mid \inf j \text{ subject to } d_{1,0,j}^* = \{H-K\} \text{ or } \{H-A\}\}$$

図 2. 確率動的計画法アルゴリズム .

齢である。価格の変化と林齢の変化は、期間の増加に伴い1単位ずつ変化する。すなわち状態は次のように推移する。仮に「待ち」行動が  $n$  期において選択されれば、次の期間に林齢は1単位増加する。ここで、丸太価格の上昇に対しては、第  $n$  期において状態が  $i$  状態価格で  $j$  林齢である場合、次の第  $(n+1)$  期において、 $(j+1)$  林齢、 $(i+1)$  状態価格へ推移する。価格の減少に対しては  $(j+1)$  林齢、 $i$  状態価格に推移する。「伐採-継続」行動が選択される場合、次の第  $(n+1)$  期で、林齢は1となる。価格状態については、上昇を伴った第  $(i+1)$  状態価格、価格減少では  $i$  状態価格にそれぞれ推移する。経営の放棄、すなわち「伐採-放棄」行動が選択されれば、放棄状態になる。最適伐期齢の探求では、現時点における全ての  $j$  に対し、 $V(1, S_{1,0}, j)$  を算出し、全ての解の中で「伐採」行動が選択される最も若い林齢を現在の初期価格  $S_{1,0}$  に対する最適伐期齢とする。また、最低許容価格は「伐採-継続」行動がとられる最低の価格となる。すなわち、それ以上の価格では森林経営は持続的に継続される。上記のアルゴリズムは図2に示す通りである。

### 3. 分析

本研究では林野庁の需給報告書で公表されているスギ中丸太(径24~28cm, 長3.65~4.0m, 込み)価格の月次データを使用し、幾何ブラウン運動の係数の推定を行った(図3)。また、林分の成長に関しては、九州地区スギ林密度管理図を用いて、地位II(Site II)と地位III(Site III)の林分を仮定した。また、間伐実施については、標準育林体系に基づき、植栽本数3000本とし、林齢12, 19, 28, 35年にそれぞれ500本ずつ間伐を行うこととした。その結果、図4に示す材積成長過程となった。年間経費については10000円/ha, 植林費は400000円/haとした。主伐経費は6000円/ha, 間伐経費は7000円/haとし、年割引率は1%とした。また、利用可能丸太の最小胸高直径は13cmと仮定し、胸高直径の大きさによる価格プレミアムはないとした。

#### 3.1 最尤法による係数推定

幾何ブラウン運動の係数推定には最尤法を用いた。幾何ブラウン運動に対して変数変換により、 $y_t = f(X_t) = \ln(X_t)$  とすると(2.10)式が得られる。ここで、一連の離散データに対し整数インデックスを与え、方程式を離散データに対し表現すると、

$$(3.1) \quad y_{t_{n+1}} - y_{t_n} = \left( \alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) (t_{n+1} - t_n) + \sigma(B_{t_{n+1}} - B_{t_n})$$

となる。ただし、

$$(3.2) \quad dy_t = y_{t_{n+1}} - y_{t_n}$$

$$(3.3) \quad dt = t_{n+1} - t_n$$

$$(3.4) \quad dB_t = B_{t_{n+1}} - B_{t_n}$$

である。尤度関数の導出の際にはブラウン運動に注目する。前述したように  $B_{t_n}$  は標準ブラウン運動であるから、 $(B_{t_{n+1}} - B_{t_n})$  は平均0, 分散  $(t_{n+1} - t_n)$  の正規分布に従うことになる。従って、 $(y_{t_{n+1}} - y_{t_n})$  は平均

$$(3.5) \quad E = \left( \alpha - \frac{1}{2}\sigma^2 \right) (t_{n+1} - t_n)$$

分散

$$(3.6) \quad V = \sigma^2(t_{n+1} - t_n)$$

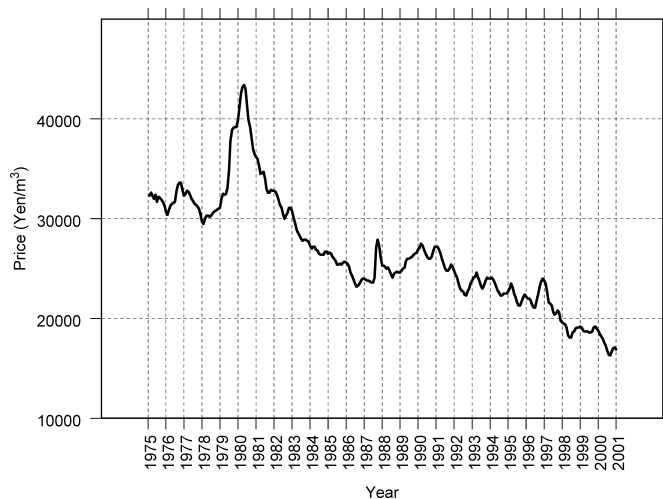


図3. スギ丸太価格の推移.

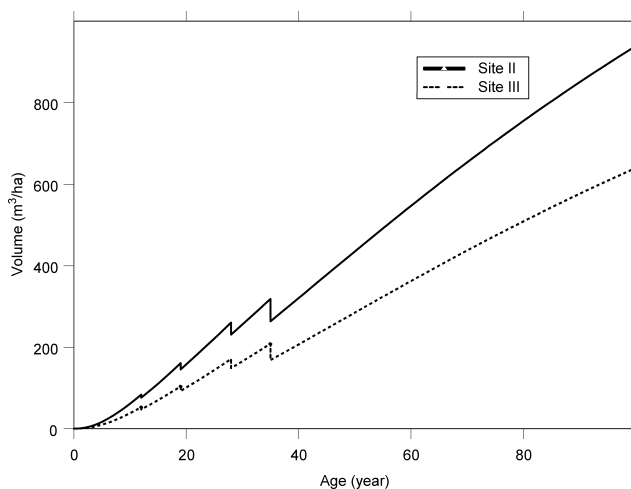


図4. スギ林密度管理図による林分成長.

の正規分布の確率変数であることが分かる．実際に観測される時系列データ  $(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N})$  を考えると，最尤法により，係数  $(\alpha, \sigma)$  の推定値は，それらの観測データが最も高い確率で抽出されるように算出される．観測データ  $(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N})$  に対し，変換されたデータ  $(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N})$  を考えると，

$$(3.7) \quad p(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N}) = p(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N}) \left| \frac{\partial(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N})}{\partial(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N})} \right|$$

となる．ここで， $\left| \frac{\partial(\dots)}{\partial(\dots)} \right|$  はヤコビアン行列の行列式の絶対値である（3.7）式の両辺の対数を取



表 1. 幾何ブラウン運動係数推定結果 .

	$\alpha$	$\sigma^2$	Logl	AIC
スギ	-0.02331	0.00343	1181	-2358
	(-1.81)	(5.87)		
	0	0.00347	1179	-2356
		(7.81)		

():t 検定量, Logl:対数尤度

ると、観測データ  $(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N})$  に基づいた対数尤度関数は

$$(3.8) \quad \begin{aligned} \log p(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N}) &= \log p(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N}) + \sum_{n=0}^N \log \left( \frac{1}{X_{t_n}} \right) \\ &= \log p(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N}) - \sum_{n=0}^N \log(X_{t_n}) \end{aligned}$$

となる。従って、観測データ  $(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N})$  に対する係数の値は (3.8) 式を最大化することによって推定できる。ただし、

$$(3.9) \quad p(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N}) = p(y_{t_0}) \cdot \prod_{n=0}^{N-1} p(y_{t_{n+1}} | y_{t_n})$$

である。 $(y_{t_{n+1}} - y_{t_n})$  は平均  $E$ 、分散  $V$  の正規分布に従うために、

$$(3.10) \quad p(y_{t_{n+1}} | y_{t_n}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi V}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \cdot \frac{\{y_{t_{n+1}} - y_{t_n} - E\}^2}{V} \right]$$

となる。そして、 $(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N})$  に対する対数尤度関数は

$$(3.11) \quad \begin{aligned} \log p(y_{t_0}, y_{t_1}, y_{t_2}, \dots, y_{t_N}) &= \sum_{n=0}^{N-1} \log p(y_{t_{n+1}} | y_{t_n}) + \log p(y_{t_0}) \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \log(2\pi V) + \frac{(y_{t_{n+1}} - y_{t_n} - E)^2}{V} \right] + \log p(y_{t_0}) \end{aligned}$$

となる。その結果、2つのデータセット  $\{y_{t_n}\}, \{X_{t_n}\}$  と (3.11) 式から、係数  $(\alpha, \sigma)$  の最尤法による推定値は以下の関数を最大化することによって算出される。

$$(3.12) \quad \begin{aligned} \log p(X_{t_0}, X_{t_1}, X_{t_2}, \dots, X_{t_N}) &= -\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ \log(2\pi V) + \frac{(y_{t_{n+1}} - y_{t_n} - E)^2}{V} \right] \\ &\quad + \log p(y_{t_0}) - \sum_{n=0}^N \log(X_{t_n}) \end{aligned}$$

上記の最尤法により求めた係数推定の結果を表 1 に示す。ここでは、モデル選択の際、推定する係数の数も重要な要素となるので、 $\alpha$  に対しゼロとそれ以外の場合の 2 つのケースに対し推定を行った。表 1 から  $\alpha$  がゼロでない場合、赤池情報量規準 AIC (Akaike (1977)) がゼロの場合に比べて低くなり、モデルとしての適合性がいいことが分かるが、その差はわずかである。

### 3.2 最低許容価格の探求

図 5 にスギ林地位 II, III それぞれに対する初期価格と対応する最適伐期齢の関係を示す。図 5a) は係数  $\alpha$  をゼロと仮定した場合で、図 5b) はゼロ以外とした場合である。まず、スギ林

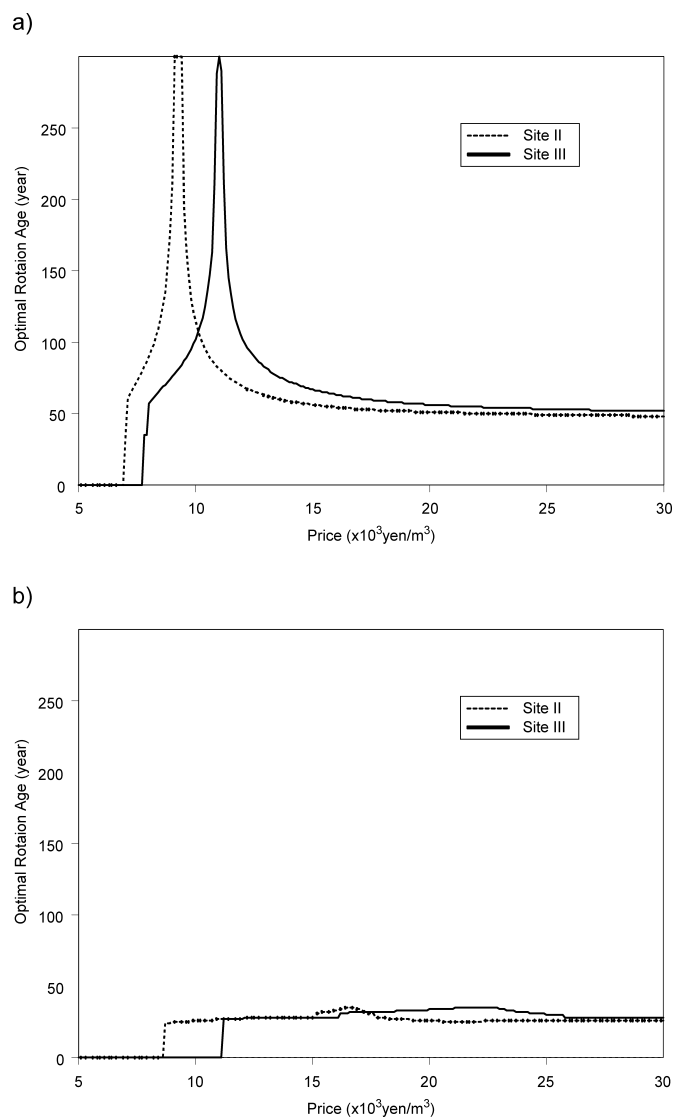


図 5. 初期価格と最適伐期齢 . a)  $\alpha = 0$ , b)  $\alpha \neq 0$  .

地位 II では、価格が 9300 円/ $\text{m}^3$  まで減少するに伴い最適伐期齢は増加することが分かる。また、この時の選択は「伐採-継続」であった。価格がさらに減少すると、最適伐期齢は減少し始める結果となった。この状態では、「伐採-破棄」行動が最適な選択に変わった。すなわち、9300 円/ $\text{m}^3$  を境に、経営の持続が可能な部分とそうでない部分に分かれることが分かる。従って、経営持続のための最低許容価格が 9300 円/ $\text{m}^3$  ということになる。スギ林地位 III では、この価格帯が 11000 円/ $\text{m}^3$  となり、上記地位 II の結果に対して、全体的にグラフ自体右に移動したものとなった。この格差は成長の違いによって発生するものと考えられる。より成長が遅ければ、その分生産量が低くなり、経営持続のための価格による補強が必要となる訳である。そ

の結果、最低許容価格も高くなると考えられる。

係数  $\alpha$  をゼロとしない場合は、地位それぞれについて、最低許容価格はさらに上昇する結果となった。これは、推定値がマイナスであり、その結果、将来的な価格に対する減価償却効果が発生し、経営持続可能な最低許容価格が上昇したと解釈できる。地位 II に対して最低許容価格は 21800 円/m<sup>3</sup> であったが、地位 III に対しては、27400 円/m<sup>3</sup> となった。係数  $\alpha$  がゼロの場合、地位による格差は 1700 円/m<sup>3</sup> であったのが、ここでは 5600 円/m<sup>3</sup> と格差が広がる結果となった。また、価格の減少に伴う最適伐期齢の減少は見られるものの、図 5a) 程の増減は観察されなかった。このことは、将来的な価格の減少期待が強くなると、持続可能な状態から、伐期齢の遅延などの現象を介さずに、「伐採-継続」から「伐採-放棄」の状態に即座に遷移する可能性が強いことを示唆している。

#### 4. 結論

本研究では、不確実性環境下での森林資源管理に対する確率制御モデルを構築し、管理継続のための最低許容価格の探求を行った。その目的は、森林資源に対し、将来的な不確実性を伴った経営的な視点から経営林とそうでない非経営林の線引きを行うためである。従来の方法では、物理的な要因による作業費用算出により、例えば林道からの距離に依存した線引きが行われて来た。そうした方法では、全ての要因が決定論的に決められており、価格・費用などに確率的な要素がない。実際には、地方の森林所有者にとって林業経営環境は益々不安定なものとなってきており、所有者が管理を継続せず、間伐などの放棄あるいは伐採後の再生林の放棄を選択する傾向が顕著になってきている。

ここで考案した確率制御モデルは森林資源管理における最適伐期齢決定問題を取り扱うものである。不確実性は丸太価格のダイナミクスにおいてのみ仮定し、一般的に利用されている連続確率過程の 1 つである幾何ブラウン運動を用いて価格のダイナミクスを捉えた。確率制御モデルの構築には、得られた幾何ブラウン運動を二項過程により近似し、1 期間・2 状態の確率動的計画法を用いた。ここでは、植林か、林地転用による経営放棄かというオプションを考慮し、「待機」、「伐採-継続」、「伐採-放棄」行動を選択するモデルにより、最適伐期齢を求め、経営継続のための最低許容価格を求めた。

一般に価格は最適伐期齢決定に重要な役割を果たすが、本研究の分析の結果、価格のダイナミクスに平均的な増減の傾向がなければ、最適行動が「伐採-放棄」から「伐採-継続」に転換する価格帯では、最適伐期齢が大幅に遅延することが分かった。それに対し、将来的な価格の減少期待が強くなると、持続可能な状態から、伐期齢の遅延などの現象を介さずに、「伐採-継続」から「伐採-放棄」の状態に即座に遷移する可能性が強いことが分かった。現在起こっているような再生林放棄の現象は森林所有者のそうした期待が強いことを示唆しているものと考えられる。

今後林業を取り巻く経営環境の変化の下で持続的な森林経営を実現するには、経営環境の変化にあわせた合理的かつ効率的な政策展開が必要不可欠となる。その際、地理的な状態に基づくハードゾーニングだけでなく、不確実な経済要素に対応したソフトゾーニングとハードゾーニングの組み合わせによる新たなゾーニングの体系が必要となるものと考えられる。すなわち、ハードゾーニングによる地理的条件の費用化を行い、不確実な経済環境に基づくソフトゾーニングにハードゾーニングの要素を取り入れることが必要になる。その際、ソフトゾーニングにおける境界線引きは最低許容価格の探求によりある程度は可能である。また、これまで決定論的なアプローチによる経営分析が行われて来たが、今後は不確実性を重視した確率論的なアプローチが重要になってくる。

## 参 考 文 献

- Akaike, H. (1977). On entropy maximization principle, *Application of Statistics* (ed. P.R. Krishnaiah) 27–41, North-Holland, Amsterdam.
- Bailey, W. (1991). Valuing agricultural firms: An examination of the contingent-claims approach to pricing real assets, *J. Econom. Dynam. Control*, **15**, 771–791.
- Brennan, M.J. and Schwartz, E.S. (1985). Evaluating natural resource investments, *Journal of Business*, **58**, 135–157.
- Clarke, H.R. and Reed, W.J. (1989). The tree-cutting problem in a stochastic environment, *J. Econom. Dynam. Control*, **13**, 569–595.
- Gardiner, C.W. (1997). *Handbook of Stochastic Methods*, Springer, New York.
- Haight, R.G. and Holmes, T.P. (1991). Stochastic price models and optimal tree cutting results for loblolly pine, *Natural Resource Modeling*, **5**, 423–443.
- Morck, R., Schwartz, E. and Stangeland, D. (1989). The valuation of forestry resources under stochastic prices and investments, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **24**, 473–487.
- Øksendal, B. (1995). *Stochastic Differential Equations*, Springer, New York.
- Plantinga, A.J. (1998). The optimal timber rotation: An option value approach, *Forest Science*, **44**, 192–202.
- Reed, W.J. and Clarke, H.R. (1990). Harvest decisions and asset valuations for biological resources exhibiting size-dependent growth, *Internat. Econom. Rev.*, **31**, 147–169.
- Reed, W.J. and Ye, J.J. (1994). The role of stochastic monotonicity in the decision to conserve or harvest old-growth forest, *Natural Resource Modeling*, **8**, 47–79.
- Thomson, T.A. (1992). Optimal forest rotation when stumpage prices follow a diffusion process, *Land Economics*, **68**, 329–342.
- Thorsen, B.J. (1999). Afforestation as a real option: Some policy implications, *Forest Science*, **45**, 171–178.
- Yoshimoto, A. and Shoji, I. (1998). Searching for an optimal rotation age for forest stand management under stochastic log prices, *European Journal of Operational Research*, **105**, 100–112.
- 行武 潔, 吉本 敦 (2001). 国産材供給における木材生産の費用分析, *森林計画学会誌*, **35**, 75–80.
- Zinkhan, F. C. (1991). Option pricing and timberland's land-use conversion option, *Land Economics*, **67**, 317–325.

## Economic Analysis of Forest Stand Management under Uncertain Environments —Toward Soft Zoning—

Atsushi Yoshimoto

(The Institute of Statistical Mathematics)

The physical characteristics of forest areas are often utilized for the classification of forest patches for management (called “Hard Zoning”). This is because all costs and benefits are derived on the basis of physical characteristics with certainty. Since log price and working costs change over time, their dynamics under uncertain environments have to be considered, and their classification has to be implemented on the basis of managerial or economic conditions. This can be done by searching for a minimum threshold price line for sustaining forest stands under management. This is called “Soft Zoning.” In this paper, a stochastic control model is constructed for seeking a minimum threshold price line to maintain forest stand management. Only log price is regarded as an uncertain phenomenon. Other economic factors, e.g., harvesting costs and planting costs, are assumed to be constant over time. Our analysis shows that a minimum threshold price level is affected by the target forest stand growth. For a slow-growing forest stand, the level becomes higher than that for a fast-growing forest stand. With a downward price expectation, the transition of sustainable forest management into abandonment could occur with little change in optimal rotation age, while without such an expectation, the transition causes lengthening of the rotation age first.