

# 可視化による探索的数量化 III 類の分析法

——「第 9 次日本人の国民性調査」データの順序構造に関する分析——

統計数理研究所 駒澤 勉・土屋 隆裕

(1995 年 1 月 受付)

## 1. はじめに

数量化 III 類のデータ分析法は林 (1956) によって、パターン分類、要因分析などの質的データ解析法として提案され、コンピュータの普及と共に、各分野で活用されてきている。近年になってフランスの Benzécri (1973a, 1973b) およびその一派が数量化 III 類と同様な対応分析の方法論を開発し、Greenacre (1984) によって各応用分野に適合した手法体系を提出している。数量化 III 類の基本方程式の固有値、固有ベクトルの厳密解については、岩坪 (1987) が解決している。特に、岩坪は Guttman の完全尺度構造データ (Guttman (1950)) の三角データ行列とセミ対角データ行列、および岩坪の円環構造をもつ人工データについて行要素、列要素の空間配置の特徴的形状を厳密に探究している。なお、円環を表わす円環関数は微分方程式の解であり、Guttman は提出した人工データの行列の固有値が振動問題の微分方程式の固有振動に対応することにも触れている。丘本 (1992) も 2 次元構造をもつ人工データを提出し、数量化 III 類の性質を調べている。その他に順序尺度に関連して駒澤 (1982, 1992, 1993) はセミ対角データ行列がアイテム・カテゴリー・データ行列であることを提示している。

この論文では、円環 (ドーナツ) モデルの 3 次元表現により、Guttman の人工データが円環 (ドーナツ型) の表面の部分集合で表現され、岩坪の円環構造をもつ人工データも Guttman データの延長として円環 (ドーナツ) の表面上に表現できることを可視化する。また、各人工データに数量化 III 類を適用し、要素の 3 次元散布図の形状がドーナツ型の表面に表現した各人工データの形状に類似していることを可視化する。さらに、円環モデルは順序構造をもつアイテム・カテゴリー形式データに表現できることを示す。最後に、これらの応用に、「第 9 次日本人の国民性調査」の満足度、公平度、水準評価度の質問項目に適用して項目・選択肢 (アイテム・カテゴリー) を空間配置に可視化し、探索的に順序構造の分析を提示する。

## 2. 数量化 III 類のアイテム・カテゴリー形式データの数量解

アイテム・カテゴリー形式データのときの数量化 III 類の数値解  $\{x_{(jk)}\}$  を要約する。データ行列を

$$D = \{\delta_{i(jk)}\}$$

とする。ここで、

- $i$ : 個体番号 ( $i=1, \dots, n$ )  
 $n$ : サンプル数  
 $j, u$ : アイテム番号 ( $j, u=1, \dots, m$ )  
 $m$ : アイテム数  
 $k$ : カテゴリー番号 ( $k=1, \dots, l_j$ )  
 $v$ : カテゴリー番号 ( $v=1, \dots, l_u$ )  
 $l_j$ : アイテム  $j$  のカテゴリー数  
 $l_u$ : アイテム  $u$  のカテゴリー数

であり,

$$\delta_{i(jk)} = \begin{cases} 1 & \text{個体 } i \text{ がアイテム } j \text{ のカテゴリー } k \text{ に反応するとき} \\ 0 & \text{反応しないとき} \end{cases}$$

$$n_{(jk)} = \sum_{i=1}^n \delta_{i(jk)}$$

$$n_{(jk)(uv)} = \sum_{i=1}^n \delta_{i(jk)} \delta_{i(uv)}$$

である。これらより、固有方程式

$$AX = \lambda X$$

が得られる。ここで,

$$A = \{a_{(jk)(uv)}\}$$

$$X = \{x_{(jk)}\}$$

$$a_{(jk)(uv)} = \frac{1}{mn_{(jk)}} \left\{ n_{(jk)(uv)} - \frac{n_{(jk)}n_{(uv)}}{n} \right\}$$

である。

行列  $A$  の固有ベクトル  $X$  がアイテム・カテゴリーの数量解  $\{x_{(jk)}\}$  であり、固有値  $\lambda$  は個体とアイテム・カテゴリーに対する相関係数の2乗  $r^2$  である。

### 3. 円環 (ドーナツ) モデル

完全順序 (一次元尺度) をもつ構造のデータ行列の代表例である Guttman の三角行列型 (自由反応型) とセミ対角行列型 (アイテム・カテゴリー型), および岩坪の円環構造をもつ人工データ行列 (表 2-1) の円環型データ族のデータ行列は, 円環 (ドーナツ) 図 1 の表面で全て可視化される。

ここでは, 円環 (ドーナツ) の横断線の方向にデータ行列の行要素 (アイテム・カテゴリー), 環状線の方向に列要素 (個体) を表現している。表中の色付部分は反応 ( $\delta_{i(jk)}=1$ ) を示し, 空白部分は反応なし ( $\delta_{i(jk)}=0$ ) を示している。一般に, 表 1-1 のデータ行列はアイテム数を  $m$  とすると,  $(2m \times 2m)$  の行列表である。表 1-2 は表 1-1 を並べ換えたアイテム・カテゴリー形式のデータ表である。いま,  $m=10$  とする。

- (1) 表 1-1 全体の  $(20 \times 20)$  の行列は円環型データである。
- (2) 表 1-1 のうち  $(11 \times 20)$  の行列は Guttman のアイテム・カテゴリー型のデータである。
- (3) 表 1-1 のうち点線で囲った  $(10 \times 10)$  の行列は Guttman の自由反応型のデータである。

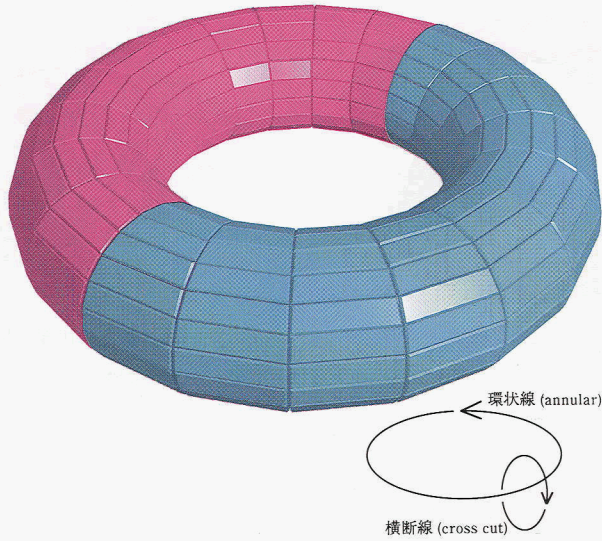


図1. 円環（ドーナツ）表示（2 カテゴリーモデル）.

表 1-1. 円環データ形式 1（10 アイテムモデル）.

アイテム	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
カテゴリ	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■											
2		■	■	■	■	■	■	■	■	■	■										
3			■	■	■	■	■	■	■	■	■	■									
4				■	■	■	■	■	■	■	■	■	■								
5					■	■	■	■	■	■	■	■	■	■							
6						■	■	■	■	■	■	■	■	■	■						
7							■	■	■	■	■	■	■	■	■	■					
8								■	■	■	■	■	■	■	■	■	■				
9									■	■	■	■	■	■	■	■	■	■			
10										■	■	■	■	■	■	■	■	■	■		
11											■	■	■	■	■	■	■	■	■	■	■
12	■																				
13	■	■																			
14	■	■	■																		
15	■	■	■	■																	
16	■	■	■	■	■																
17	■	■	■	■	■	■															
18	■	■	■	■	■	■	■														
19	■	■	■	■	■	■	■	■													
20	■	■	■	■	■	■	■	■	■												

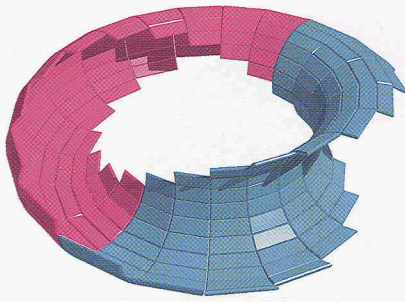
表 1-2. 円環データ形式 2（10 アイテムモデル）.

アイテム	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
カテゴリ	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	
1	■		■		■		■		■		■		■		■		■		■		■
2		■		■		■		■		■		■		■		■		■		■	
3			■		■		■		■				■		■		■		■		■
4				■		■		■		■				■		■		■		■	
5					■		■		■						■		■		■		■
6						■		■		■						■		■		■	
7							■		■								■		■		■
8								■		■								■		■	
9									■										■		■
10										■										■	
11																					■
12	■										■										
13	■	■									■	■									
14	■	■	■								■	■	■								
15	■	■	■	■							■	■	■	■							
16	■	■	■	■	■						■	■	■	■	■						
17	■	■	■	■	■	■					■	■	■	■	■	■					
18	■	■	■	■	■	■	■				■	■	■	■	■	■	■				
19	■	■	■	■	■	■	■	■			■	■	■	■	■	■	■	■			
20	■	■	■	■	■	■	■	■	■		■	■	■	■	■	■	■	■	■		

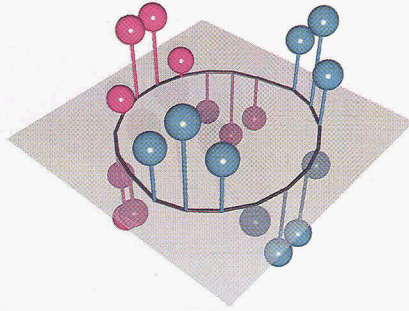
これらのデータについて、円環（ドーナツ）の表面上に画像表示する。また、数量化 III 類を適用して、最大相関係数 ( $\alpha=1$ ) から第 3 相関係数 ( $\alpha=3$ ) に対応する列要素（アイテム・カテゴリ）の数量  $\{x_{jk}^{(i)}\}$  を 3 次元直交座標  $(x_{jk}^{(1)}, x_{jk}^{(2)}, x_{jk}^{(3)})$  に空間配置する。

図 2(a), 図 2(b) は円環型データを可視化した立体画像である。表 1-1 のデータ行列の青色、赤色および空白の部分の規則的關係が明瞭に理解される。円環（ドーナツ）でのデータ表現と数量化 III 類での列要素の空間配置は対応するように円環構造を表現している。

図 3(a), 図 3(b) は Guttman のアイテム・カテゴリ型データを可視化した立体画像である。表 1-1 のデータ行列のうち 12 行（個体 12 番目）から 20 行を除いた部分が乳白色の部分である。円環（ドーナツ）でのデータ表現、および数量化 III 類での列要素の空間配置は列要素の

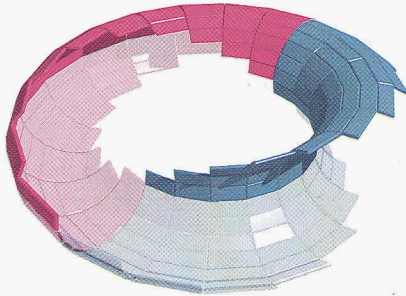


(a) ドーナツ表示

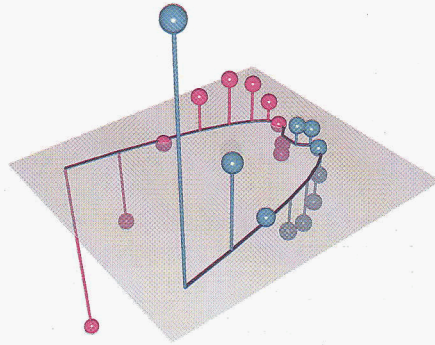


(b) 数量化III類の解表示

図2. アイテム・カテゴリー型データ (円環構造).

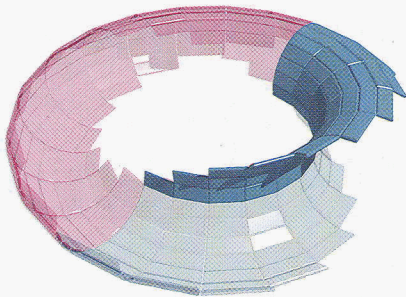


(a) ドーナツ表示

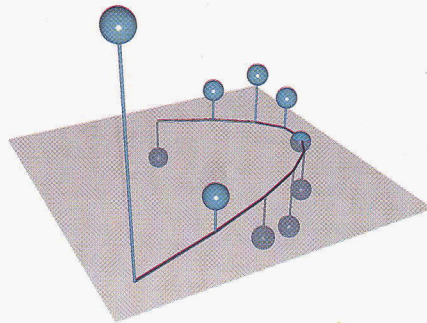


(b) 数量化III類の解表示

図3. アイテム・カテゴリー型データ (一次元構造).



(a) ドーナツ表示



(b) 数量化III類の解表示

図4. 自由反応型データ (一次元構造).

1番目 (青要素; アイテム1番目・カテゴリー1番目) と列要素20番 (赤要素; アイテム10番目・カテゴリー2番目) の個所で円環部の一部が途切れる構造を示し, 両者の空間的配置は類似的形状を示している。

次に, 図4(a), 図4(b) は Guttman の自由反応型データを可視化したものである。円環 (ドーナツ) でのデータ表現は円環型データのうち青色部分で表現され, 乳白色部は表1-1のうち点



表 3-1. 円環データ形式 1 (4 アイテムモデル).

アイテム	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
カテゴリ	1 1 1 1	2 2 2 2	3 3 3 3	4 4 4 4
1	■ ■ ■ ■			
2		■ ■ ■ ■		
3			■ ■ ■ ■	
4				■ ■ ■ ■
5		■ ■ ■ ■		
6			■ ■ ■ ■	
7				■ ■ ■ ■
8		■ ■ ■ ■		
9			■ ■ ■ ■	
10				■ ■ ■ ■
11		■ ■ ■ ■		
12			■ ■ ■ ■	
13				■ ■ ■ ■
14	■ ■ ■ ■			
15		■ ■ ■ ■		
16			■ ■ ■ ■	

表 3-2. 円環データ形式 2 (4 アイテムモデル).

アイテム	1	2	3	4
カテゴリ	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
1	■			
2		■		
3			■	
4				■
5	■			
6		■		
7			■	
8				■
9	■			
10		■		
11			■	
12				■
13	■			
14	■			
15		■		
16			■	

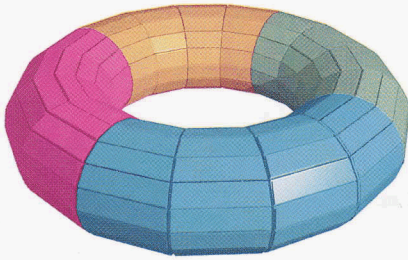


図 5. 円環 (ドーナツ) 表示 (4 カテゴリーモデル).

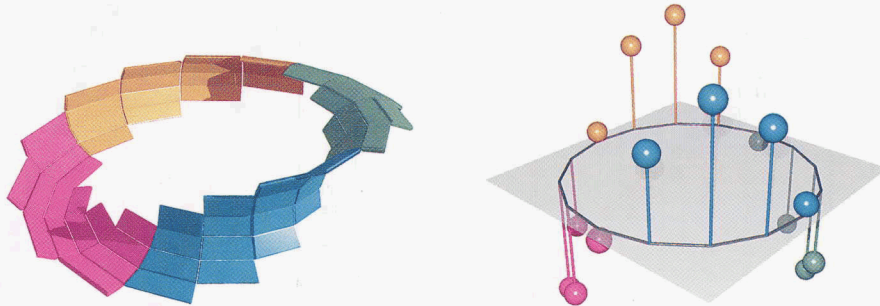
ンを観察するとアイテムにも、カテゴリーにも規則正しい順序があることがわかる。

一般に、調査などで得られたアイテム・カテゴリー形式データについて、順序構造を探るには、上述の人工データ  $((n-m+1) \times n)$  の行列に類似したデータ行列を取り扱うことになる。即ち、質問項目の選択枝に程度順の評価が設定されているとき、被験者は各項目について同程度の評価選択枝に回答する。若し、そのような円環型データのうち一次元尺

度構造をもつデータが得られたとすると、大半の項目に同じ評価の選択枝を回答するパターンとなり、被験者 (個人) は人工データのごとく規則正しい回答パターンを示すことになる。

円環型 (4 アイテムモデル) を上述同様に、円環 (ドーナツ) の表面上にデータ表示すると共に、数量化 III 類を適用して空間配置し、立体画像で可視化した図を示す。

円環 (ドーナツ) 表面の各色は、1 番目のカテゴリーから 4 番目のカテゴリーの順に青・緑・黄・赤である。また、アイテムは各色の領域内の区分順 (反時計廻り) に 1 番目から 4 番目が配列されている。数量化 III 類による列要素 (アイテム・カテゴリー) の空間配置における色は円環 (ドーナツ) モデルの色に対応している。



(a) ドーナツ表示

(b) 数量化 III 類の解表示

図 6. アイテム・カテゴリー型データ (円環構造).

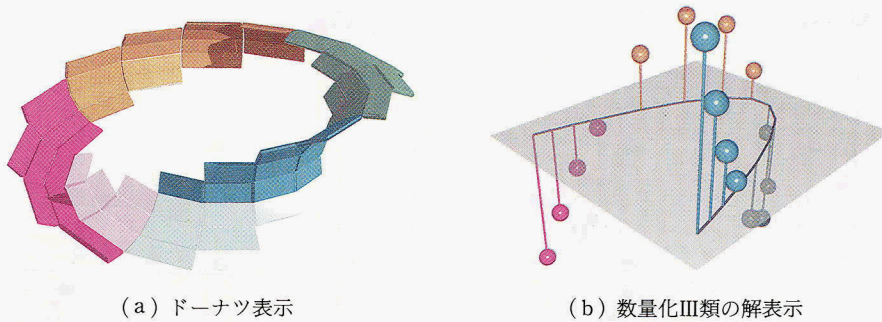


図7. アイテム・カテゴリー型データ (一次元構造).

円環型 (4 アイテムモデル) の図 6(a), 図 6(b) は岩坪データの結果同様な円環構造をもつことがわかる. また, Guttman データに類似する順序尺度構造をもつ表 3-1 の (13×16) のデータ行列の結果も前に提示した立体画像 (図 7) 同様に, 類似の形状を可視化することができる. これまでの解説から完全順序構造 (一次元完全尺度構造), 円環構造をもつ質問項目・選択肢を探るには数量化 III 類を適用し, その結果を 3 次元に可視化して, 探索的にその形状構造を分析することになる.

## 5. 調査データへの反応

分析対象は「第 9 次日本人の国民性調査」のうち M 型調査票に回答した被調査者 1,903 名である. ただし, 分析に用いた対象は, 日本人の満足度 (# 2.3) の 5 項目, 社会の公平度 (# 7.40) の 1 項目, 日本人の水準評価度の 5 項目の計 11 項目すべてに有効回答をした被調査者 1,331 名である. これら対象について, 質問項目・選択肢 (表 4: アイテム・カテゴリー) の順序構造を探索的に可視化手法によって分析する.

なお, 自分の健康に満足か (# 2.3k) の項目は, 今回の分析項目も含めた項目での数量化 III 類によって事前分析した結果, 余暇に満足か (# 2.3j) の項目と極度に類似していることから, 3 次元の可視化表示の繁雑を避けるために除いた. また, ここでの各 3 次元表現は日本の「科学技術の水準」(# 9.12) の項目のうち, 「非常にわるい」の反応頻度が総数から見て少ないので「ややわるい」と併せている. ここでの結果表示は水準評価項目を取り扱ったときには, 付表 2 と付表 4 の数量化 III 類の数量解のうちの「その 2」を用いている. 「その 1」は (# 9.12) の項目の 4 つの選択肢をそのまま維持した数量解である. 「その 1」と「その 2」の数量解はほぼ同じである. ただし, 「科学技術の水準は非常にわるい」の選択肢の数量が非常に大きな値となっているが, 後述する順序構造の内容解釈に適切な数量化となっており, 他の選択肢の空間配置をほとんど左右していない.

### 5.1 全項目について数量化 III 類を適用し, 3 次元直交座標に可視化した散布図 (図 8)

図中のポール記号の色は赤色が満足度, 黒色が公平度, 青色が水準評価度である. 図中の平面表示部は数量化 III 類の数量解の最大相関軸と第 2 相関軸の 2 次元座標面である. Guttman が, 内容 (content) と強度 (intensity) と呼んだ平面である. ポール方向は第 3 相関軸の座標方向であり, あいまい度 (closure) と呼ばれる座標軸である.

3 尺度項目について散布図の形状構造を観察する. 図中の平面に射影した全項目・選択肢

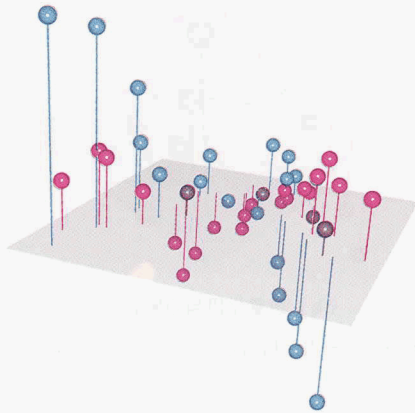


図8. 満足度・公平度・水準評価度の3次元表示.

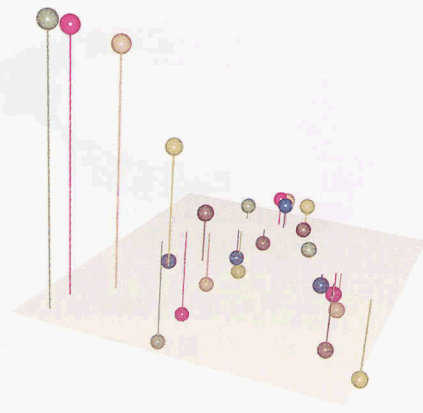


図9. 満足度・公平度の3次元表示.

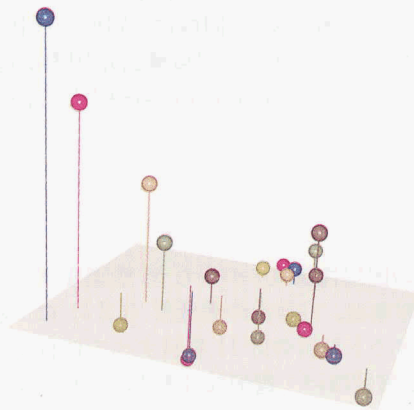


図10. 公平度・水準評価度の3次元表示.

(ポール記号の足元)は2次元曲線状を示す.各項目の選択肢は図左から図右の方向へ,満足度は「不満」から順に「満足」へ,公平度は「公平でない」から「公平だ」へ,水準評価度は「非常にわるい」から「非常によい」への選択肢順に配列されている.しかし,3次元画像表示のポール球の配列を観察すると,公平度(黒)の選択肢のポール球の曲線形状を中心に,満足度(赤)と水準評価度のポール球は完全順序構造の人工データの形状構造と類似の形状構造を示すが,その空間配置は相異していることが確認できる.即ち,3尺度項目は順序尺度ではあるが,内容が相異することを明確に可視化している.

## 5.2 満足度と公平度の6項目について数量化 III 類を適用し,3次元直交座標に可視化した散布図(図9)

図中のポール記号の色は「生活全体に満足か(#2.3.1)」が赤色,「仕事や職場に満足か(#2.3b)」が紫色,「社会に満足か(#2.3d)」が青色,「家庭に満足か(#2.3c)」が緑色,「余暇に満足か(#2.3j)」が黄色,「社会は公平か(#7.40)」が黒色である.

色別に3次元表示の散布図について,その形状構造を分類してみると,まず,(緑,赤,紫),(青,黒),(黄)に大別できる.また,人工データに類似している曲線の流れで見ると,(緑,赤,



表 4. 分析のアイテム・カテゴリー (項目・選択肢), 「第 9 次日本人の国民性調査」(M 型調査票より).

分析用 アイテム番号	共通 質問番号	アイテム内容	カテゴリー番号・内容			
			1	2	3	4
			満足	やや満足	やや不満	不満
59	# 2.3 d	Q20 a 社会に満足か	78	593	531	129
60	# 2.3 i	b 仕事や職場に満足	257	692	331	51
61	# 2.3 c	c 家庭に満足か	688	533	102	8
62	# 2.3 j	d 余暇に満足か	248	636	363	84
63	# 2.3 k	e 自分の健康に満足	464	553	269	45
64	# 2.3 l	f 生活全体に満足か	307	762	232	30
			公平だ	だいたい 公平だ	あまり公平 でない	公平でない
67	# 7.40	Q23 社会は公平か	37	455	640	199
			非常によい	ややよい	ややわるい	非常に わるい
84	# 9.12	Q28 a 日本の 「科学技術の水準」	688	593	46	4
85	# 9.12 b	b 日本の「芸術」	195	790	314	32
86	# 9.12 c	c 日本の「経済力」	480	637	183	31
87	# 9.12 d	d 日本の「生活水準」	225	785	293	28
88	# 9.12 e	e 日本の 「心の豊かさ」	54	501	609	167

(表中の数字は回答数)

紫, 青, 黒) の順に項目・選択肢共に順序構造をもつ形状が推察できる。

項目・選択肢の空間配置を左から右の方向に観察する。「家庭」, 「生活全体」, 「仕事や職場」と「社会」に「不満」, および「社会」は「公平でない」から, この項目の配列順に選択肢の(やや不満, やや満足, 満足), (あまり公平でない, だいたい公平だ, 公平だ) の順序にほぼ人工モデル同様に, 空間配置されている。この項目・選択肢のパターン系列配置から次の事柄が推論できるのではなかろうか。

何事にも極度に不満タイプの人は, まず個人的な場の「家庭」, 「生活全体」に不満を訴え, 次に個人が直接的に関係する集団的な場の「仕事や職場」に, 更に直接・間接的に関係する一般的な場の「社会」に不満を抱き, ついには「社会」は公平でないと嘆くタイプである。即ち, このタイプは内から外に向かって, 直接的な個人生活の場から一般的な社会生活の場へと順序に不満を膨らませ, その延長線で社会に対して不公平感を抱いている。これに対して, より満足タイプの人は外から内へ向かって満足感の膨らみが集約されている。まず, 一般的な集団社会の場は「公平である」を根底に抱き, 次に順次「社会」, 「仕事や職場」に満足を抱き, 最後に個人的な場の「生活全体」, 「家庭」に満足の順へと落ち着くタイプである。なお, 日本人は不満タイプは回答パターンの頻度から満足タイプに比べて非常に少ない。

一方, 余暇の項目は選択肢だけが他の満足度の項目と同様な順序構造をもち, その順序配列は他項目のやや満足とやや不満の中間選択肢の数量範囲に満足から不満の数量が配列されている。これは散布図には示していないが, 健康項目でも同じ傾向である。

### 5.3 公平度と水準評価度の6項目について数量化 III 類を適用し、3次元直交座標に可視化した散布図 (図10)

図中のポール記号の色は「芸術 (#9.12b)」が紫色, 「心の豊かさ (#9.12e)」が緑色, 「生活水準 (#9.12d)」が黄色, 「経済力 (#9.12c)」が赤色, 「科学技術 (#9.12)」が青色, 「公平 (#7.40)」が黒色である。

満足度と公平度の3次元表示での色別分類と同様に, 公平度と水準評価度の項目を色別に空間に配置し, その系列形状について分類する。ここでも, 付表4の数量化 III 類の数量解 (その1) の科学技術の「非常にわるい」を考慮すると, (青, 黄, 赤) と (紫, 緑, 黒) の系列配置に分類される。ここでは, 満足度と公平度の項目のように項目には強い順序構造が認められないが, 各項目の選択肢には左から右に, 「非常にわるい」から「非常によい」の順に強い順序構造を示している。

日本人は公平度と水準評価度を文化的尺度項目の「芸術」, 「心の豊かさ」, および「社会は公平」と科学・経済尺度項目の「科学技術」, 「経済力」, および「生活水準」の2系列の相異なる評価尺度として見ていることが推察される。

なお, 日本人の社会の公平感は, 図8から図10までを総合的に観察すると, 水準評価度の生活水準と経済力, および満足度の社会, 仕事や職場, 生活全体の順序構造をもつ項目に空間配置が最も関連する。このことから, 日本人が, 経済・社会活動に関連する面から公平感を抱いていることが推察される。

## 6. おわりに

円環 (ドーナツ) モデルを提出し, Guttman の人工データ, 岩坪・駒澤らの円環構造をもつ人工データを3次元カラーグラフィクスで可視化し, 人工データの性質を明確にした。これも最近のパソコンレベルのプリンターのハードおよびソフトの高性能技術が安価に得られ, 手軽に活用できる時代になったからである。このことは多次元データ解析の分析に当たって, 結果を数値だけで分析する時代からグラフィクスをも含めて総合的に分析する時代が到来したことを意味する。

この論文では, 「第9次日本人の国民性調査」から, 従来の満足度と水準評価度に加えて採用された関連項目に数量化 III 類を適用して, その結果を3次元カラーグラフィクスで可視化することによって, 各項目の順序尺度構造および系列的類似性を空間配置から確認した。今後とも同じ項目を継続調査することによって, それぞれの時代での項目・選択肢への回答パターンの動向を知ることは重要である。この観点から継続調査の回答パターンの変化を観察するうえで, 多次元データ解析とその結果のグラフィクス表示による可視化で総合的に分析することは, 有効的な方法である。統計データ解析法は適用分野での数多くの実データにより多くの適用上の試行経験, および試練を受け普遍化することが重要である。そこで, 可視化による探索的な多次元データ解析の1つのデータ分析法として, 数量化 III 類分析法によって順序構造 (一次元尺度構成) を探索する方法の有用性を示した。

付表 1. 分析に用いたデータ行列.

項目 カテゴリー	59				60				61				62				
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
59	1	78															
	2	0	593														
	3	0	0	531													
	4	0	0	0	129												
60	1	51	130	66	10	257											
	2	19	371	260	42	0	692										
	3	6	86	187	52	0	0	331									
	4	2	6	18	25	0	0	0	51								
61	1	68	340	221	59	226	338	104	20	688							
	2	8	227	247	51	25	322	166	20	0	533						
	3	2	24	59	17	6	30	58	8	0	0	102					
	4	0	2	4	2	0	2	3	3	0	0	0	8				
62	1	34	110	81	23	99	105	32	12	202	37	8	1	248			
	2	28	305	250	53	106	365	149	16	320	278	36	2	0	636		
	3	14	155	159	35	48	189	110	16	142	174	44	3	0	0	363	
	4	2	23	41	18	4	33	40	7	24	44	14	2	0	0	0	84
63	1	52	230	136	46	152	217	79	16	334	115	11	4	148	205	88	23
	2	15	255	244	39	74	335	131	13	234	278	39	2	62	317	145	29
	3	8	97	131	33	27	120	102	20	99	122	46	2	32	102	108	27
	4	3	11	20	11	4	20	19	2	21	18	6	0	6	12	22	5
64	1	51	151	82	23	139	129	33	6	269	36	1	1	133	131	37	6
	2	27	384	291	60	104	463	177	18	360	359	42	1	99	428	202	33
	3	0	55	144	33	12	95	108	17	50	124	54	4	12	72	111	37
	4	0	3	14	13	2	5	13	10	9	14	5	2	4	5	13	8
67	1	9	17	8	3	14	18	5	0	28	8	0	1	13	12	8	4
	2	44	265	135	11	104	258	87	6	260	161	31	3	92	234	104	25
	3	19	269	297	55	105	340	170	25	306	292	41	1	100	309	193	38
	4	6	42	91	60	34	76	69	20	94	72	30	3	43	81	58	17
84	1	54	302	264	68	157	350	158	23	395	244	46	3	138	319	181	50
	2	21	275	246	51	95	321	156	21	271	272	47	3	101	297	165	30
	3	3	16	21	6	5	19	15	7	18	17	9	2	9	18	15	4
	4	0	0	0	4	0	2	2	0	4	0	0	0	0	2	2	0
85	1	19	89	62	25	56	103	30	6	125	58	12	0	46	90	49	10
	2	51	368	308	63	152	419	191	28	402	330	53	5	150	385	205	50
	3	8	126	148	32	47	159	95	13	147	130	35	2	48	144	103	19
	4	0	10	13	9	2	11	15	4	14	15	2	1	4	17	6	5
86	1	36	221	178	45	108	247	109	16	275	167	35	3	109	210	131	30
	2	38	295	259	45	123	342	150	22	318	272	44	3	109	322	168	38
	3	4	70	85	24	26	86	62	9	77	83	21	2	24	90	57	12
	4	0	7	9	15	0	17	10	4	18	11	2	0	6	14	7	4
87	1	26	108	71	20	68	104	45	8	145	57	22	1	64	95	54	12
	2	44	383	308	50	147	444	173	21	405	326	50	4	141	393	211	40
	3	7	96	142	48	36	136	103	18	125	137	28	3	39	138	90	26
	4	1	6	10	11	6	8	10	4	13	13	2	0	4	10	8	6
88	1	8	27	12	7	19	24	10	1	36	15	3	0	15	27	10	2
	2	39	280	158	24	121	272	99	9	289	175	32	5	107	261	108	25
	3	24	243	288	54	95	319	172	23	283	274	51	1	101	283	192	33
	4	7	43	73	44	22	77	50	18	80	69	16	2	25	65	53	24

付表1. (つづき)

項目 カテゴリー	63				64				67				84					
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4		
63	1	464																
	2	0	553															
	3	0	0	269														
	4	0	0	0	45													
64	1	213	70	18	6	307												
	2	203	399	139	21	0	762											
	3	41	80	98	13	0	0	232										
	4	7	4	14	5	0	0	0	30									
67	1	23	7	7	0	21	12	4	0	37								
	2	163	197	86	9	118	276	53	8	0	455							
	3	207	281	130	22	123	377	132	8	0	0	640						
	4	71	68	46	14	45	97	43	14	0	0	0	199					
84	1	254	272	135	27	161	397	117	13	21	263	300	104	688				
	2	195	261	121	16	131	347	105	10	14	184	312	83	0	593			
	3	13	20	13	0	12	18	9	7	1	8	27	10	0	0	46		
	4	2	0	0	2	3	0	1	0	1	0	1	2	0	0	0	4	
85	1	89	67	28	11	63	102	27	3	9	65	91	30	163	31	1	0	
	2	260	353	155	22	186	469	121	14	19	281	383	107	373	398	18	1	
	3	107	120	77	10	56	173	74	11	9	95	157	53	142	146	24	2	
	4	8	13	9	2	2	18	10	2	0	14	9	9	10	18	3	1	
86	1	182	183	98	17	119	266	82	13	24	204	184	68	360	116	4	0	
	2	223	285	113	16	144	382	102	9	12	215	326	84	254	369	13	1	
	3	48	74	52	9	36	99	41	7	0	33	113	37	64	92	26	1	
	4	11	11	6	3	8	15	7	1	1	3	17	10	10	16	3	2	
87	1	97	85	35	8	70	120	31	4	12	96	88	29	179	45	1	0	
	2	273	345	147	20	185	470	119	11	19	309	364	93	377	388	20	0	
	3	82	116	80	15	44	164	73	12	3	48	176	66	122	147	22	2	
	4	12	7	7	2	8	8	9	3	3	2	12	11	10	13	3	2	
88	1	29	18	4	3	22	26	6	0	4	24	24	2	40	12	1	1	
	2	201	224	69	7	137	300	59	5	18	228	213	42	245	245	11	0	
	3	174	257	157	21	114	355	126	14	12	174	329	94	312	271	25	1	
	4	60	54	39	14	34	81	41	11	3	29	74	61	91	65	9	2	

項目 カテゴリー	85				86				87				88				
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	
85	1	195															
	2	0	790														
	3	0	0	314													
	4	0	0	0	32												
86	1	111	253	105	11	480											
	2	59	418	147	13	0	637										
	3	21	105	52	5	0	0	183									
	4	4	14	10	3	0	0	0	31								
87	1	71	109	44	1	179	44	2	0	225							
	2	97	528	149	11	225	478	73	9	0	785						
	3	25	143	108	17	71	109	101	12	0	0	293					
	4	2	10	13	3	5	6	7	10	0	0	0	28				
88	1	26	23	4	1	36	15	3	0	35	17	2	0	54			
	2	84	360	53	4	165	282	50	4	87	365	44	5	0	501		
	3	74	335	188	12	218	286	93	12	82	353	171	3	0	0	609	
	4	11	72	69	15	61	54	37	15	21	50	76	20	0	0	0	167

付表 2. 満足・公平・水準評価項目の数量化 III 類の結果。

アイ テム	カテ ゴリー	頻度	第 1 相関軸		第 2 相関軸		第 3 相関軸	
			その 1	その 2	その 1	その 2	その 1	その 2
59	1	78	-5.384	-5.397	5.230	5.329	2.710	3.333
	2	593	-1.460	-1.456	-1.325	-1.370	0.608	0.488
	3	531	1.463	1.471	-0.821	-0.755	-1.583	-1.494
	4	129	3.946	3.901	6.309	6.185	2.083	1.891
60	1	257	-3.651	-3.660	3.029	3.071	2.522	2.912
	2	692	-0.315	-0.312	-1.655	-1.718	-0.056	-0.274
	3	331	2.722	2.722	0.017	0.059	-2.294	-2.295
	4	51	5.006	5.005	7.084	7.446	2.944	3.944
61	1	688	-1.839	-1.848	1.487	1.451	1.704	1.770
	2	533	1.580	1.589	-2.242	-2.252	-1.156	-1.345
	3	102	3.723	3.735	1.165	1.412	-5.625	-5.237
	4	8	5.416	5.437	6.613	7.258	2.196	4.169
62	1	248	-2.784	-2.791	3.317	3.385	2.897	3.335
	2	636	-0.255	-0.254	-1.309	-1.369	0.519	0.349
	3	363	1.493	1.495	-0.573	-0.553	-2.271	-2.317
	4	84	3.698	3.699	2.592	2.762	-2.671	-2.474
64	1	307	-3.133	-3.151	3.168	3.116	4.055	4.295
	2	762	-0.067	-0.061	-1.673	-1.702	-0.414	-0.577
	3	232	3.538	3.541	0.248	0.337	-4.169	-4.148
	4	30	6.395	6.407	8.156	8.733	1.271	2.777
67	1	37	-3.729	-3.777	5.840	5.618	1.744	1.458
	2	455	-1.896	-1.894	-0.664	-0.676	-0.659	-0.714
	3	640	0.721	0.727	-1.100	-1.097	-0.002	-0.012
	4	199	2.710	2.695	3.972	4.028	1.187	1.401
84	1	688	-0.912	-0.915	1.350	1.398	-3.005	-3.028
	2	593	0.651	0.655	-1.958	-2.029	2.953	2.908
	3	46	4.613	4.813	3.331	4.817	4.747	7.167
	4	4	7.207	4.813	19.792	4.817	24.497	7.167
85	1	195	-2.365	-2.374	3.180	3.261	-5.227	-5.282
	2	790	-0.377	-0.374	-1.159	-1.190	1.220	1.209
	3	314	1.913	1.914	0.497	0.543	-0.259	-0.161
	4	32	4.954	4.916	4.362	4.182	4.277	3.919
86	1	480	-1.309	-1.313	2.117	2.199	-4.647	-4.670
	2	637	-0.141	-0.136	-2.060	-2.127	2.344	2.297
	3	183	2.998	3.008	0.221	0.355	1.981	2.439
	4	31	5.474	5.377	8.242	7.566	12.087	10.707
87	1	225	-2.728	-2.737	3.871	3.994	-6.890	-6.886
	2	785	-0.638	-0.632	-1.801	-1.841	1.269	1.223
	3	293	3.227	3.228	0.799	0.872	0.683	0.914
	4	28	6.037	5.929	11.031	10.400	12.638	11.481
88	1	54	-4.127	-4.162	5.493	5.447	-8.283	-8.703
	2	501	-1.788	-1.785	-1.226	-1.270	1.534	1.505
	3	609	0.824	0.829	-0.812	-0.776	-1.203	-1.161
	4	167	3.692	3.678	4.864	4.881	2.464	2.534
相関係数の 2 乗			0.271	0.271	0.210	0.208	0.160	0.159

付表3. 満足・公平項目の数量化III類の結果.

アイ テム	カテ ゴリー	頻度	第1 相関軸			第2 相関軸			第3 相関軸		
			その1	その2	その3	その1	その2	その3	その1	その2	その3
59	1	78	-4.312			3.487			-3.803		
	2	593	-0.865			-1.470			1.267		
	3	531	1.114			-0.014			-2.154		
	4	129	1.998			4.707			5.338		
60	1	257	-3.013			1.920			-1.807		
	2	692	-0.048			-1.664			1.262		
	3	331	2.030			0.876			-2.732		
	4	51	2.657			7.224			9.715		
61	1	688	-1.572			0.637			0.116		
	2	533	1.379			-1.476			0.684		
	3	102	3.117			2.665			-5.285		
	4	8	3.569			9.572			11.895		
62	1	248	-2.494			2.399			-0.533		
	2	636	-0.102			-1.273			1.166		
	3	363	1.242			-0.065			-1.486		
	4	84	2.770			2.834			-0.834		
64	1	307	-2.858			1.996			-1.048		
	2	762	0.162			-1.520			1.320		
	3	232	2.786			1.262			-4.447		
	4	30	3.580			8.416			11.588		
67	1	37	-3.004			2.930			-3.233		
	2	455	-0.959			-0.822			0.336		
	3	640	0.463			-0.691			-0.745		
	4	199	1.261			3.555			2.230		
相関係数の2乗			0.407			0.309			0.225		

付表4. 公平・水準評価項目の数量化III類の結果.

アイ テム	カテ ゴリー	頻度	第1 相関軸		第2 相関軸		第3 相関軸	
			その1	その2	その1	その2	その1	その2
67	1	37	-1.919	-2.124	3.049	2.635	4.863	4.489
	2	455	-1.517	-1.517	-0.418	-0.519	1.005	1.160
	3	640	0.591	0.619	-0.473	-0.406	-1.191	-1.503
	4	199	1.924	1.871	1.910	2.002	0.629	1.348
84	1	688	-1.166	-1.203	1.392	1.384	-0.442	-0.307
	2	593	0.905	0.949	-1.801	-1.826	0.707	0.499
	3	46	4.860		1.282		-5.032	
	4	4	10.359	5.294	12.890	2.611	29.111	-1.691
85	1	195	-2.547	-2.629	2.900	2.864	-0.829	-0.733
	2	790	-0.232	-0.206	-1.208	-1.264	0.687	0.600
	3	314	1.737	1.738	0.916	1.083	-1.666	-1.632
	4	32	4.198	4.046	3.154	3.128	4.444	5.682
86	1	480	-1.764	-1.823	2.217	2.205	-0.529	-0.284
	2	637	0.128	0.172	-2.023	-2.096	0.938	0.679
	3	183	3.115	3.177	0.322	0.681	-3.998	-3.961
	4	31	6.312	5.953	5.333	4.908	12.502	13.819
87	1	225	-3.067	-3.168	3.530	3.482	-0.748	-0.522
	2	785	-0.444	-0.407	-1.606	-1.679	0.893	0.791
	3	293	2.894	2.912	0.937	1.215	-3.262	-3.375
	4	28	6.813	6.388	6.859	6.385	15.112	17.342
88	1	54	-4.282	-4.488	5.070	4.825	-0.455	-1.280
	2	501	-1.228	-1.206	-1.440	-1.576	1.844	1.977
	3	609	0.477	0.503	-0.181	-0.087	-1.997	-2.400
	4	167	3.330	3.235	3.342	3.482	1.897	3.237
相関係数の2乗			0.360	0.359	0.316	0.314	0.244	0.231

## 参 考 文 献

- Benzécri, J.P. (1973a). *L'Analyse des Données. I La Taxinomie*, Dunod, Paris.
- Benzécri, J.P. (1973b). *L'Analyse des Données. II L'Analyse des Correspondance*, Dunod, Paris.
- Greenacre, M.J. (1984). *Theory and Applications of Correspondence Analysis*, Academic Press, London.
- Guttman, L. (1950). The principal components of scale analysis, *Measurement and Prediction* (ed. S.A. Stouffer), 312-361, Wiley, New York.
- 林知己夫 (1956). 数量化理論とその応用例 (II), 統計研彙報, 4, 19-30.
- 岩坪秀一 (1987). 『数量化法の基礎』, 朝倉書店, 東京.
- 駒澤 勉 (1982). 数量化理論第 III 類とデータ処理, 数理科学, 225, 24-31.
- 駒澤 勉 (1992). 『数量化理論』, (財) 放送大学教育振興会, 東京.
- 駒澤 勉 (1993). 順序尺度の探索的数量化の方法, 数理科学, 359, 82-90.
- 丘本 正 (1992). 数量化第 3 類の人工データ, 行動計量学, 19, 75-82.

Exploratory Data Analysis for Hayashi's Quantification  
Method III by Graphics: Its Application of Ordinal  
Structure Analysis to the Ninth Nationwide Survey  
of the Japanese National Character

Tsutomu Komazawa and Takahiro Tsuchiya  
(The Institute of Statistical Mathematics)

Hayashi's quantification method III was presented by C. Hayashi in 1956. Thereafter, a correspondence analysis was developed by the school of Benzécri in France in 1973. Artificial data sets with a one-dimensional structure have been proposed by L. Guttman, S. Iwatsubo and M. Okamoto, among others. Also, S. Iwatsubo presented the circular data.

The purpose of this paper is to illustrate the graphics of qualitative data with ordinal structures and try an exploratory analysis using such graphics. First, we show that it is able to express on the surface of torus the family of artificial data sets with ordinal structures, which includes the Guttman data and the Iwatsubo data. Next we explain that these data sets are illustrated by the graphical configuration in third-dimensional spaces by applying Hayashi's quantification method III. Finally, we analyze the data from the ninth nationwide survey of the Japanese National Character.