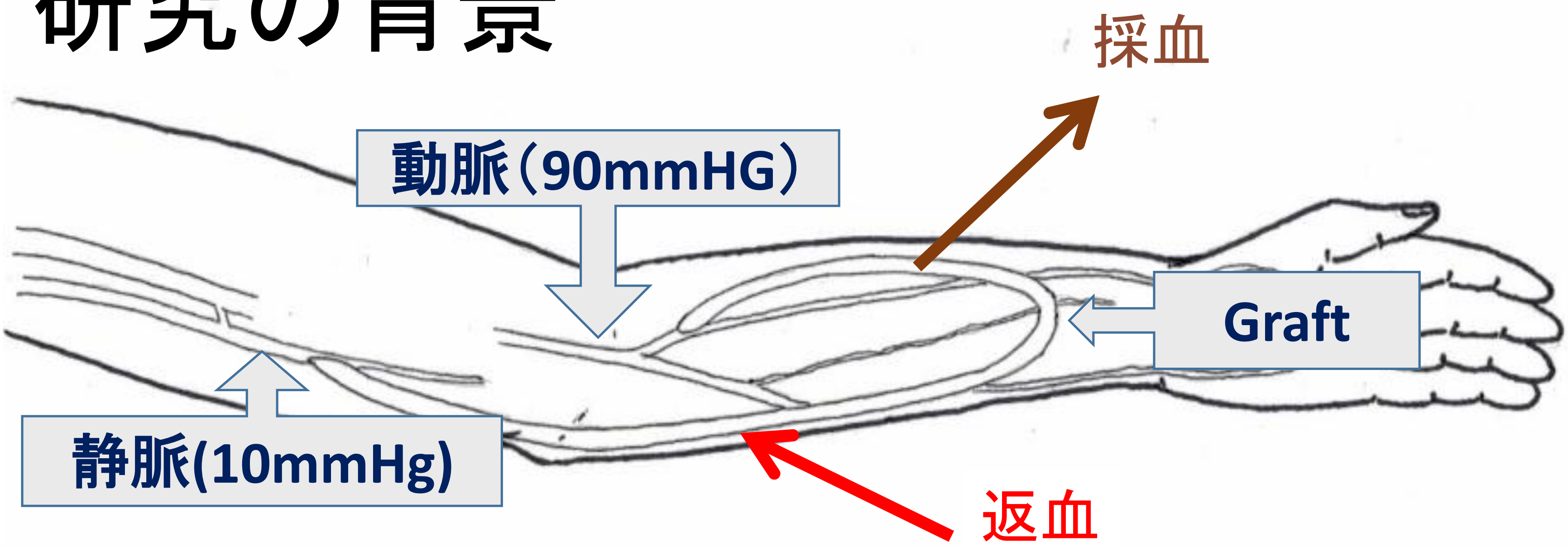
# 最適化による分岐構造制御とその臨床工学への応用

東北大学大学院情報科学研究科
数学連携推進室
中澤嵩

# 研究の背景




圧力差80mmHGが血流速度を駆動

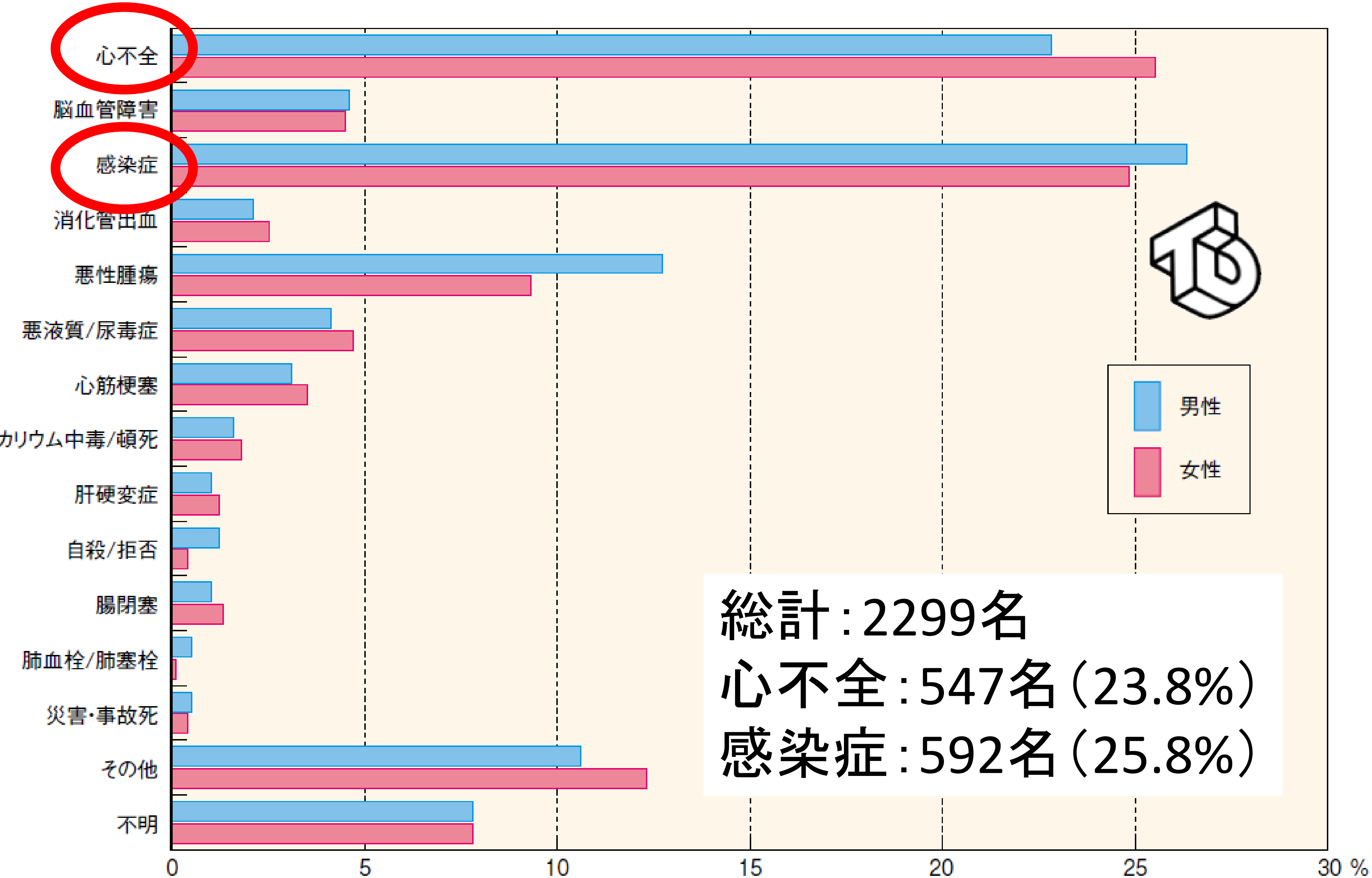
→ 最大秒速2m以上の血流速度

→ 静脈に多量の血液が流入

→ 高い心臓への負荷

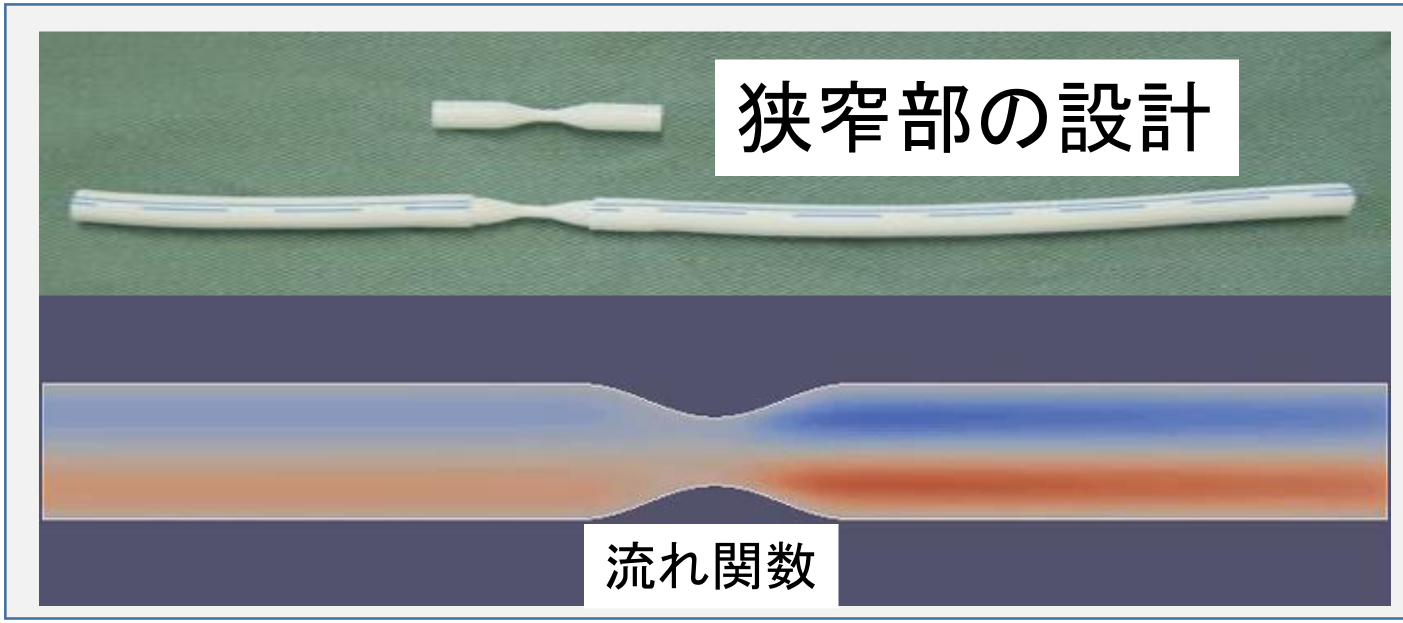
→ 心不全の遠因

# 2014年度　新規導入患者の死亡原因一覧




一般社団法人　日本透析医学会HPから抜粋　http://docs.jsdt.or.jp/overview/

FCG




**長所**

- 圧力損失の増大，FCG内の血流速度を低下
- 心臓への負荷を低下

**短所**

- 狭窄部の設計による時間周期流（渦）の発生
- 血栓や動脈硬化の遠因

周期流を抑制するFCGの開発

従来のFCGの設計理念には,
流れの状態に根ざした最適設計の視点が欠けていた

周期流が発生

周期流

Navier-Stokes方程式の
解の分岐構造により支配

形状最適化問題

Navier-Stokes方程式の
解を制御

形状最適化問題による解の分岐構造制御

*

# 研究のねらい

周期流を抑制するFCGの最適設計

Project2: 純粋数学（幾何・解析）
適切な初期形状の設定

Project1: 応用数学（数値解析）
形状最適化問題による解の分岐構造制御

Project3: 臨床工学・医学
数値解析・実験解析によるFCGの最適設計

# 構想

Project1: 応用数学(数値解析)

**これまで行ってきた研究**

**線形安定性解析と形状最適化問題を融合**

- メリット
  - ✓ 解の安定性制御(分岐構造制御)
- デメリット
  - ✓ 定常Navier-Stokes問題は，高Reで，
    計算が困難

$$(\boldsymbol{u}\cdot\nabla)\boldsymbol{u} = -\nabla p + \frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta\boldsymbol{u}, \nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0$$

$\boldsymbol{u}$:速度，$p$:圧力，Re:レイノルズ数

*

# 構想

Project1: 応用数学（数値解析）

**本研究**

**<u>主成分分析(POD)と形状最適化問題を融合</u>**

- メリット
  - ✓ 解の安定性制御（分岐構造制御）
  - ✓ 非定常Navier-Stokes問題は，高Reで，
    計算が可能
  - ✓ 先行研究のデメリットを解消

$$\frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} - \frac{1}{\mathrm{Re}}\Delta\boldsymbol{u} + \nabla p = 0, \nabla\cdot\boldsymbol{u} = 0$$

$\boldsymbol{u}$:速度，$p$:圧力，Re:レイノルズ数

*

# 構想

## Project1: 応用数学（数値解析）

1. 非定常Navier-Stokes問題を解き，時刻$t \in \mathbb{R}$における速度ベクトル$\boldsymbol{u}(t) \in \mathbb{R}^d$を得る.
2. 時間平均速度ベクトルに対する相関係数行列Rを構成する.

$$\mathrm{R} = \int_{t_0}^{t_1} \boldsymbol{u}(t)\boldsymbol{u}(t)^T\, dt \Big/ \int_{t_0}^{t_1} dt \in \mathbb{R}^{d\times d}$$

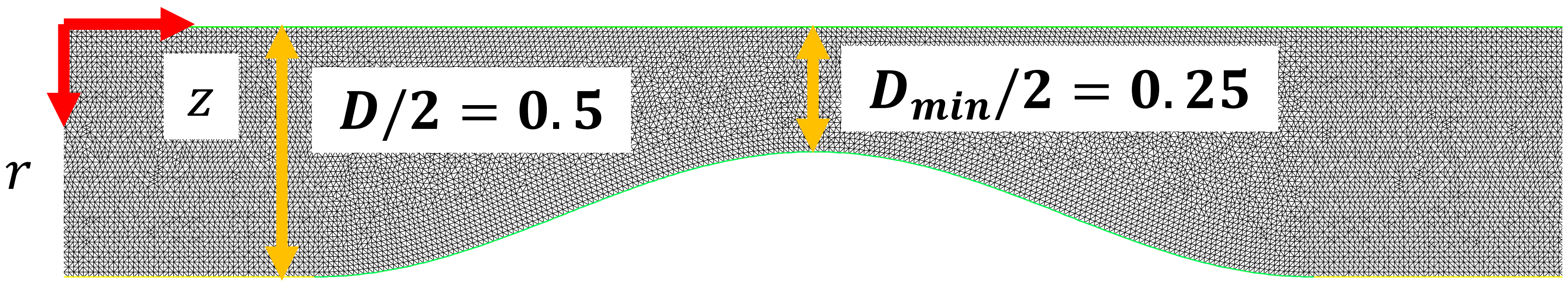
3. 固有値問題R$\boldsymbol{U} = \lambda \boldsymbol{U}$を解く.（固有値$\lambda \in \mathbb{R}$，固有関数$\boldsymbol{U} \in \mathbb{R}^d$）
4. 空間方向に離散化すると，固有値$\{\lambda_i\}_{i=1}^{M}$，固有関数$\{\boldsymbol{U}_i\}_{i=1}^{dM}$.
5. 目的関数を$f = \sum_{i=1}^{M_0} \lambda_i$ (累積寄与率: $g = \sum_{i=1}^{M_0} \lambda_i / \sum_{i=1}^{M} \lambda_i > 0.9$)，非定常Navier-Stokes問題を主問題として，形状最適化問題を解く.
   - ✓ $g$は$\{\boldsymbol{U}_i\}_{i=1}^{dM_0}$の時間平均速度ベクトルに対する累積寄与率
   - ✓ 擾乱の空間構造の影響を最小化
   - ✓ 流れ場を安定化させることが可能

*

# 構想

**Project2: 純粋数学**

1. 幾何学的な変数を変化，形状最適化問題を解く
2. 目的関数が最小となる初期形状（変数に組み合わせ）を決定
3. どのような量（剪断応力を想定）が，最小化・最大化しているかを決定
4. 前処理（渦度の2乗最小化問題）を実行
5. 最適形状を初期形状と定義し，形状最適化問題を解く




S. J. Shervin and H. M. Blackburn, JFM, 2005

中心軸対称円柱座標系；
$r$：半径，$z$：中心軸

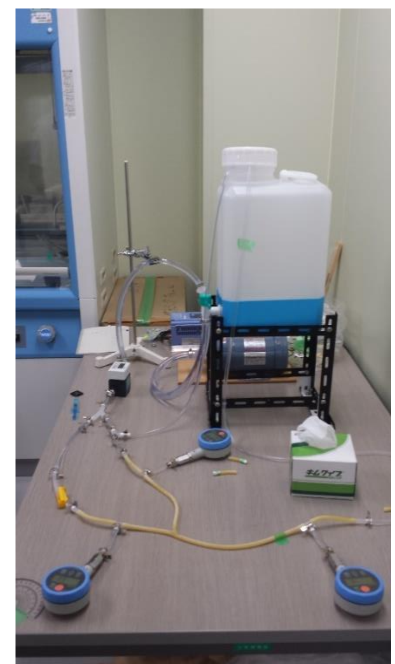
*

# 構想

## Project3: 医学・臨床工学

1. 圧力勾配で速度を駆動，脈拍の測定値の物理モデルを導入する.
2. 数値的にFCGの形状最適化問題を解く.
3. シリコン製の実験用FCG制作を外注，実験解析を行う.


静岡大学工学部　佐野吉彦実験室



# 研究の進め方

**Task1　汎関数の定義（3ヶ月）**

(a) PODを行った際に得られる固有値を目的関数と定義

(b) 非定常Navier-Stokes問題を主問題と定義

(c)主問題を弱形式で記述し，Lagrange未定乗数法を用いて汎関数を定義

**Task2　感度の導出（3ヶ月）**

(a) Task1で定義した汎関数の変分

(b) 随伴変数法を用いて感度を導出

**Task3　2次元空間における数値解析（6ヶ月）**

(a) $H^1$ニュートン法を用いて形状更新

(b

東北大学サイバーサイエンスセンターの大型計算機を用いる

**Task4　臨床工学へ　応用（2年6ヶ月）**

(a) Task3の3次元計算への拡張

(b) 大規模高精度計算

(c) FCGの形状最適化問題

(c-1) 適切な初期形状の検討

(c-2) 数値解析と実験解析との比較等

Project1: Task1,2,3,4(a,b)　Project2: Task4(c-1)　Project3: Task4(c-2)

進捗状況

- ✓ Task4(a,b)：小野敏氏（サイバーサイエンスセンター）と，大型計算機の使用について支援を受けている
- ✓ Task4(c-2)：静岡大学工学部で，流体実験設備は完成

# 将来展望

先駆性　形状最適化による流れ場の安定性制御

独創性　主成分分析の活用による時間周期流の制御

挑戦性　多段階最適化による革新的な流体制御

インパクト：人体への影響が小さいFCGの最適設計を実現

将来像：実用化に向け，医療機器メーカーと臨床試験を行う

イノベーションへの将来的な展望

実世界の様々な乱流場に対して，
安定性を制御するための数学・数値解析手法の構築

*