

**数理的手法と理論に基づく  
計量的政治分析に関するワークショップ  
＝予稿集＝**

**2016年12月9日(金)**

**政策研究大学院大学**

**文部科学省委託事業 数学協働プログラム**

**(受託機関:統計数理研究所)**

**オーガナイザー:大山 達雄**

**政策研究大学院大学**



—Contents—

はしがき

|   |     |
|---|-----|
| 「空間競争モデルにおける非対称情報」<br>中川 訓範 (静岡大学)  | 5   |
| 「所得平等化政策に関する選好の計測と分析」<br>山本 耕資 (Hylab LLP)  | 11  |
| “Party Manifestos and Voters’ Multidimensional Policy Preferences<br>-Identification via a Conjoint Experiment-”<br>堀内 勇作 (ダートマス大学) | 41  |
| “Apportionment behind the Veil of Ignorance”<br>和田 淳一郎 (横浜市立大学)   | 61  |
| “Investigating the Japanese Election System through Recent National Elections”<br>小林 和博 (東京理科大学)、<br>大山 達雄、諸星 穂積 (政策研究大学院大学)        | 79  |
| 「いくつかの国でのアダムズ方式の配分結果」<br>一森 哲男 (大阪工業大学)   | 91  |
| 「原理党を含む展開系ゲームの部分ゲーム完全均衡解の解析的記述<br>—原理党数 1 現実党数 2 の場合—」<br>岸本 一男 (筑波大学)  | 105 |
| 「同盟における防衛義務の片務性と抑止の実効性」<br>栗崎 周平 (早稲田大学)  | 109 |
| 「投票区再画定と投票所再配置のデザインに向けた取り組み」<br>根本 俊男 (文教大学)  | 131 |

## はしがき

本ワークショップは、「文部科学省委託事業 数学協働プログラム（受託機関：統計数理研究所）」の助成を得て、数学協働プログラム（数学・数理科学と諸科学・産業との協働によるイノベーション創出のための研究促進プログラム）2016年度分ワークショップ（通常枠）に基づいて開催するものである。

政治学の分野において、統計解析等の数理科学的手法を用いてデータ解析を行なおうとするアプローチ、あるいはまた最適化理論、公共選択論等の数理科学、社会科学における理論を用いて公平公正な社会システムを構築しようとするアプローチは、かなり古い時代から百年以上もの間にわたって、多くの研究者によって挑戦され続けてきているが、いまだ多くの解決困難な問題を抱えているというのが現状である。一方、どのような投票制度、選挙制度がもっとも公平公正かという問題も、各国がそれぞれ異なる事情、状況を踏まえていることから、未解決の重要課題である。

本ワークショップでは、わが国の研究者を主体として、計量政治学あるいは数理政治学の理論と応用といった分野において活発な活動を行っている研究を、下記の構成に基づいて紹介する。

### I. 計量政治全般

- ・ 中川訓範（静岡大学）「空間競争モデルにおける非対称情報」
- ・ 山本耕資（Hylab LLP）「所得平等化政策に関する選好の計測と分析」
- ・ 堀内勇作（ダートマス大学）“Party Manifestos and Voters’ Multidimensional Policy Preferences-Identification via a Conjoint Experiment-”
- ・ 栗崎周平（早稲田大学）「同盟における防衛義務の片務性と抑止の実効性に関する分析」

### II. 選挙計量分析

- ・ 岸本一男（筑波大学）「原理党を含む展開系ゲームの部分ゲーム完全均衡解の解析的記述：原理頭数1 現実党数2 の場合」
- ・ 根本俊男（文教大学）「投票区再画定と投票所再配置のデザインに向けた取り組み」
- ・ 小林和博（東京理科大学）“Investigating the Japanese Election System through Recent National Elections”

### Ⅲ. 議席配分方法の理論と応用

- ・和田淳一郎（横浜市立大学）“Apportionment behind the Veil of Ignorance”
- ・一森哲男（大阪工業大学）「いくつかの国でのアダムズ方式の配分結果」

本ワークショップは、計量的政治分析を目指すわが国の研究者が一堂に会し、研究成果を発表し、情報交換を行ない、お互いに議論することによってわが国の数理政治研究の発展に少しでも寄与することを目的とするものである。このようなワークショップはこれまでわが国において、活発に頻繁に行われているとはいえない。本ワークショップが一つの契機となって、わが国の数理政治研究者層が拡大し、彼らの活動がより活発になることを期待したい。

ワークショップオーガナイザー  
大山達雄（政策研究大学院大学）



---

## 空間競争モデルにおける非対称情報

---

中川訓範

静岡大学

### 1 研究の背景

---

**動機** 市町村合併による地域の再編に関する実証研究

**関心** 行政界の変更に関する地域住民の対立(分極化)と政党の政策立地点  
e.g. 大都市地域における特別区の設置に関する法律に基づく住民投票

**方法** 経済学のモデルによる理論分析

- 経済学の分野でホテリングの空間競争モデル (Spatial Competition à la Hotelling(1929)) と呼ばれ、政治学の分野では投票の空間理論 (Spatial Theory of Voting)として広く知られているダウンスタイプのモデルを利用

---

#### ■関連研究

1. “Municipal sizes and municipal restructuring in Japan”, Letters in Spatial and Resource Sciences, 9/1, 27-41, 2014.
2. 「北海道内における平成大合併時の住民発議と住民投票」, 静岡大学経済研究, 20巻4号, 69-80, 2015.
3. “A model of referendum”, JSIAM Letters, 8, 57-60, 2016.

## 2 有権者の情報構造

---

- 提案したモデルの特徴
  1. 有権者の選好の分布の離散化,
  2. 各有権者は異なる情報構造を持つ。
- モデルの実装
  1. 有権者の選好は  $\{0, 1/2, 1\}$  の3点の離散分布
  2. 有権者の情報構造はバイナリ  
Informed: 1 全ての政党の政策を知っている。  
Uninformed: 0 自分の支持する政党の政策しか知らない。

## 3 Informed and Uninformed

---

- 情報の非対称
  1. 財を取引するさいに、その品質を売り手は知っていて買い手は知らない状況  
e.g. アカロフのレモン
  2. 買い手の中で、よく知っている人とよく知らない人がいる状況  
Informed よく知っている消費者  
Uninformed よく知らない消費者  
c.f. 一物一価 情報が偏っていない(完備情報)の市場では財について全員が同じ価格情報を知っている。
- 一物一価が成り立たないケース
  - 地理的な要因によって情報が行き渡りにくい。c.f. Salop and Stiglitz (1977).
  - 同じ財の値段をランダムイズしている(混合戦略による解釈) c.f. Varian (1980).



## 4 トランプ支持者の地理的分布

---

- 地理的な要因による情報の非対称性
- トランプ支持者の多く居住するカウンティはメキシコからの移民の影響が相対的に低い。
  - "An examination of the geographical concentration of support for Donald Trump in the presidential primaries indicates a negative correlation between the number of Trump supporters and the population size of Mexican immigrants, as well as a negative correlation between Trump support and import competition from Mexico or China."
  - "Donald Trump's False Narrative on Mexican Migration and Trade: A Geopolitical Economic Analysis.", by Raul Hinojosa Ojeda, Maksim Wynn and Zhenxiang Chen, North American Integration and Development Center, University of California Los Angeles, 2016.

## 5 モデル

---

- 有権者の選好と政党の政策立地点は同一の線分上の三点であるとする。
  - 有権者の選好  $t$  の分布： $\{0, 1/2, 1\}$ ,
  - 政党の政策立地点  $z$  の分布： $\{0, 1/2, 1\}$ .
- 有権者効用関数  $U - C$  として定義する。
  - 留保効用  $U$  は  $U^{\text{uninformed}} = 1$ ,  $U^{\text{informed}} = y$  とする。
  - 投票のコスト： $C = p + |t - z|$ 
    1. 政党と有権者の立地点間の距離： $t - z$
    2. それ以外のコスト： $p$
- 有権者の情報構造：バイナリ
  1. @1/2: Informed
  2. @0,1: Uninformed
- 有権者の数、 $1 \leq x$  とする。
  1. @1/2:  $x$ .
  2. @0,1: それぞれ 1.
- 政党  $i$ , ( $i = 1, 2$ ) が  $z, p$  を選択するゲームを考察する。

$$\pi_i = p_i(z_i) \times 1 + p_i(z_i) \times x. \quad (1)$$

## 6 均衡

- $z$  のみを選ぶゲーム ( $p = 0$ ) における均衡立地点は

$$z_i^* = 1/2, i = 1, 2.$$

- $z, p$  を選ぶ二段階のゲームにおける均衡立地点は

$$(z_i^*, z_j^*) = (0, 1/2), (1/2, 1), i, j = 1, 2, i \neq j.$$

Proposition 1 投票のコストに（政策間の）距離以外のパラメーターが存在するとき、有権者が分極化する投票において提案される政策が分極化する。

表1 Payoff Matrix

|            |                    |                            |
|------------|--------------------|----------------------------|
|            | Uninformed         | Informed                   |
| Uninformed | 1, 1               | 1, $\frac{1+x}{2}$         |
| Informed   | $\frac{1+x}{2}, 1$ | $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ |

## 7 拡張：政党間の非対称情報

- 政党  $i, i = 1, 2$  の Uninformed と Informed それぞれに関する私的情報  $\eta$  を  $\eta_i^U$  と  $\eta_i^I$  で表記する。
- 表1を書き直して表2の戦略形ゲームのベイジアンナッシュ均衡を考える。

表2 Payoff Matrix 2

|            |  |  |
|------------|--|--|
|            | Uninformed                               | Informed   |
| Uninformed | $1 + \eta_1^U, 1 + \eta_2^U$             | $1 + \eta_1^U, \frac{1+x}{2} + \eta_2^I$         |
| Informed   | $\frac{1+x}{2} + \eta_1^I, 1 + \eta_2^U$ | $\frac{1}{2} + \eta_1^I, \frac{1}{2} + \eta_2^I$ |

政党1の戦略  $s_1$  は次のように記述できる。

$$s_1 = \begin{cases} U & \text{if } \eta_i \leq z_1, \\ I & \text{if } \eta_i > z_1. \end{cases} \quad (2)$$

$\eta_i = \eta_i^U - \eta_i^I$  とし、閾値  $z$  は実直線上の値である。 $\eta_i$  を  $z$  と同じ実直線上に分布する確率変数とし、その分布関数を  $F$  とする。

## 8 ベイジアンナッシュ均衡

政党1が行動  $U$  を選択する確率  $q_1 = F(z_1)$  とし、 $F$  の逆関数  $F^{-1}$  とする。

$$s_1 = \begin{cases} U & \text{if } \eta_1 \leq F^{-1}(q_1), \\ I & \text{if } \eta_1 > F^{-1}(q_1) \end{cases} \quad (3)$$

利得行列の対称性より、政党2についても同様に定義できる。  
ベイジアンナッシュ均衡を計算すると、

$$q_1 \geq \frac{1}{X}$$

を得る。 $z$  を区間の一様分布とする。よって、

$$z_1^* = \frac{1}{X}$$

を得る。

## 9 Concluding Remarks

- 結論

1. 閾値  $z^*$  は表1の戦略形ゲームの混合戦略均衡  $1/X$  に一致する。  
(c.f. Harsany's purification, Harsany (1973), Govindan et al. (2003).)

- 考察

1. 閾値  $z$  は私的情報の差の大きさを含意
2. 私的情報の差の大きさは各グループの人口の比率と解釈可能

## 参考文献

---

- 1 S. Govindan, P.J. Reny, and A.J. Robson, A short proof of Harsanyi's purification theorem, *Games and Economic Behavior*, 45/2, 369-374, 2003.
- 2 J.C. Harsanyi, Games with randomly disturbed payoffs: a new rationale for mixed-strategy equilibrium points., *International Journal of Game Theory*, 2/1, 1-23, 1973.
- 3 K. Nakagawa, A model of referendum, *JSIAM Letters*, 8, 57-60, 2016.
- 4 K. Nakagawa, Municipal sizes and municipal restructuring in Japan", *Letters in Spatial and Resource Sciences*, 9/1, 27-41, 2014.
- 5 Raul Hinojosa Ojeda, Maksim Wynn and Zhenxiang Chen, Donald Trump's False Narrative on Mexican Migration and Trade: A Geopolitical Economic Analysis, North American Integration and Development Center, University of California Los Angeles, 2016.
- 6 中川訓範、北海道内における平成大合併時の住民発議と住民投票、*静岡大学経済研究*、20 巻4号、69-80、2015。

# 所得平等化政策に関する 選好の計測と分析

山本 耕資  
(Hylab LLP)

E-mail: [kojiy@kojiy.org](mailto:kojiy@kojiy.org)

2016年12月9日

数理的手法と理論に基づく計量的政治分析に関する  
ワークショップ @政策研究大学院大学

1

## この報告について

- I. 政策選好を、具体的水準で計測する方法を、考える
- II. 政策選好を、価値判断基準と事実認識で、説明するモデルを、考える

□ 関連する資料をWebに掲載する予定です。

□ URL: <http://kojiy.org/pref/>

※本研究での分析に際しては、慶應義塾大学パネルデータ設計・解析センターによる「日本家計パネル調査」の個票データの提供を受けた。本研究は科学研究費補助金(No.18830018, No.23-6528, No.16H00287)による研究成果の一部である。

2

# 第Ⅰ部

## 政策選好の計測：具体的水準による把握

### 目的・背景

- 目的：所得を平等化（再分配）するような政策について、一般の人々がどのように考えているのかを、具体的な程度として、計測する調査項目を示す
- 一般市民の政策選好について従来多く用いられている方法
  - 自然言語をベースとする
  - 例：「政府は一層所得格差を縮小すべきだ」という命題への賛否

3

### アプローチ

- 個人間での客観的な比較可能性、さらには、個人の考え、政府の政策、政党や政治家のスタンスなどの中での客観的な比較可能性を重視する
- より直接的に具体的に、量的に、望ましい平等化の程度を回答してもらう

4

## 提案される方法の利点

- 「主観的な賛成・反対の程度の強さ」ではなく客観的に把握が可能な指標が得られる
- 「演説などの中で表現されるような政治的レトリック」ではなく現実に施行されうる政策と関連づけられる指標が得られる

5

## より大きなレベルでの狙いは...

- 政治過程への、より生産的なフィードバック
  - 自然言語によるレトリックやスローガンのレベルでの政治的対立 →しばしば二項対立
  - 二項対立をどう乗り越える？
    - 程度問題化：漠然とした好意・敵意より、具体的で建設的(代替的)な意見の重視
  - こうした意見の情報をフィードバック
    - 民主的な決定プロセスがより一層、合意・妥協・納得しやすいものになると考える

6

# 提案項目の提示

- 所得の平等化となる政策の程度を、具体的な金額ベースで、回答者に回答してもらう。  
→調査項目1
- 本項目は、報告者がJHPS2011に提案し、採用されたもの
- JHPS2011: 日本家計パネル調査の2011年調査; 2009年に開始された全国規模のパネル調査の第3波に相当(樋口ほか編2012)
- 本項目に関連する説明など: 山本・深堀(2011)

# 調査項目1

調査項目1. 使用するデータを生み出した項目

このページでは、政府による、税・社会保険料の徴収と、生活を保障する給付について、お考えをうかがいます。

問1. 以下の架空の社会において、政府の政策としてどのようなものが望ましいかをお考えください。

架空の社会:

Aさんの世帯、Bさんの世帯、Cさんの世帯という、3つの世帯から社会が成り立っています。どの世帯も4人世帯です。政府は税・社会保険料を徴収して、人々の生活の保障のために使用することができます。政府が税・社会保険料を徴収しない場合、Aさんの世帯の年収は350万円、Bさんの世帯の年収は700万円、Cさんの世帯の年収は1250万円です。

- (1) この架空の社会で政府は、1年間に、各世帯からどのくらい税・社会保険料を徴収して、各世帯にどのくらい生活の保障のための給付を行なうべきだと思いますか。それぞれの金額を万円単位でお答えください。税と社会保険料は区別せずに総額をお答えください。徴収または給付の必要がないとお考えの箇所は金額を「0」としてください。

|                     | 各世帯から<br>税・社会保険料として<br>徴収すべき金額 | 各世帯に<br>生活の保障のために<br>給付すべき金額 |
|---------------------|--------------------------------|------------------------------|
| Aさんの世帯 (年収 350 万円)  | <input type="text"/> 万円        | <input type="text"/> 万円      |
| Bさんの世帯 (年収 700 万円)  | <input type="text"/> 万円        | <input type="text"/> 万円      |
| Cさんの世帯 (年収 1250 万円) | <input type="text"/> 万円        | <input type="text"/> 万円      |

- (2) この架空の社会で、仮に、いずれかの世帯で、働いていた人が失業してしまい、世帯の収入がゼロになってしまったとき、政府はその世帯の生活を保障するために、その世帯に対して、1年間にどの程度の給付を行なうべきだと思いますか。金額を万円単位でお答えください。  
 万円

- (3) 政府が各世帯から税などを徴収したり、各世帯に給付を行なったりすると、経済成長に影響する、と考える人もいますし、そう考えない人もいます。この架空の社会で、あなたが上記の(1)と(2)でお答えになったような政策が政府が採用した場合には、政府が何もしない場合と比べて、経済成長はどのようになるとお考えですか。

- 1 経済成長の度合いは大幅に悪化する
- 2 経済成長の度合いは少し悪化する
- 3 経済成長の度合いは変わらない
- 4 経済成長の度合いは少し改善する
- 5 経済成長の度合いは大幅に改善する
- 6 わからない



## 提案項目の提示

### □ 架空社会の提示

- 3世帯からなる単純化したもの；貨幣価値は現実の単位で表現
- 各世帯の収入を1,250万円、700万円、350万円とする
- 各世帯の人数は等しいとする

## 提案項目の提示

- 架空社会で政府がなすべき再分配を訊く
  - 設問(1) 各世帯の負担・給付の金額を記入してもらう
  - 設問(2) 失業により所得を失った世帯への給付水準を回答してもらう
- その政策の外的な効果について訊く
  - 設問(3) 上記の政策パッケージがもたらす外的な効果の例として、経済成長への影響に関する考えを回答してもらう

## 採用時の修正

- 当初提案された項目が採用されるまでに、若干の(しかし決定的な)変更がなされた
  - 変更理由は主として、「このままでは答えられない」という意見を受けたこと
- 変更部分の1つ
  - 当初案: 架空社会の各世帯の世帯構成員の年齢や「妻」「夫」の職業の設定を表記  
→採用時: これらは削除された

11

## 設問(1): 回答状況・記述統計量

- 設問(1)の回答状況→表1
  - 設問(1)のすべてに回答: 3,160名のうち2,578名(81.6%)
    - 「順序変化あり」「完全平等」「記入金額がすべてゼロ」に該当する者を除くと、2,494名(78.9%)
- 設問(1)の仮想的再分配後所得の記述統計量→表2
  - 世帯Cに加え、世帯Bでも、再分配後所得を再分配前より少なくする回答者が多い
  - 世帯Aの所得は、平均的には増やされている

12

# 表1・表2

表1. 回答状況：設問(1)

|                        | n     | %      |
|------------------------|-------|--------|
| 調査全体の有効サンプルサイズ         | 3,160 | 100.0% |
| 設問(1)のすべてには回答せず        | 582   | 18.4%  |
| 設問(1)のすべてに回答あり<br>(内訳) | 2,578 | 81.6%  |
| 順序変化あり                 | 19    | 0.6%   |
| 完全平等                   | 14    | 0.4%   |
| 記入金額がすべてゼロ             | 51    | 1.6%   |
| 上記3カテゴリ以外              | 2,494 | 78.9%  |

表2. 仮想的再分配後の各世帯の収入の記述統計量

| 統計量       | 世帯A   | 世帯B   | 世帯C     |
|-----------|-------|-------|---------|
| 25パーセンタイル | 345   | 630   | 1,000   |
| 50パーセンタイル | 360   | 664   | 1,130   |
| 75パーセンタイル | 400   | 696   | 1,206   |
| 平均値       | 386.7 | 665.0 | 1,115.9 |
| 標準偏差      | 77.77 | 95.96 | 180.42  |
| 再分配前      | 350   | 700   | 1,250   |

## 設問(1): 回答のプロット

□ 参考：設問(1)の世帯Aと世帯Cの、再分配後の所得シェアをプロット → 図1

□ 密度の高い部分を拡大した図 → 図2

図1. 仮想的再分配後の世帯Aと世帯Cの所得シェアの散布図

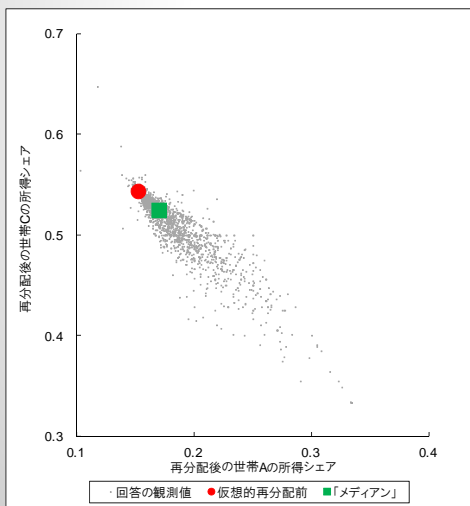
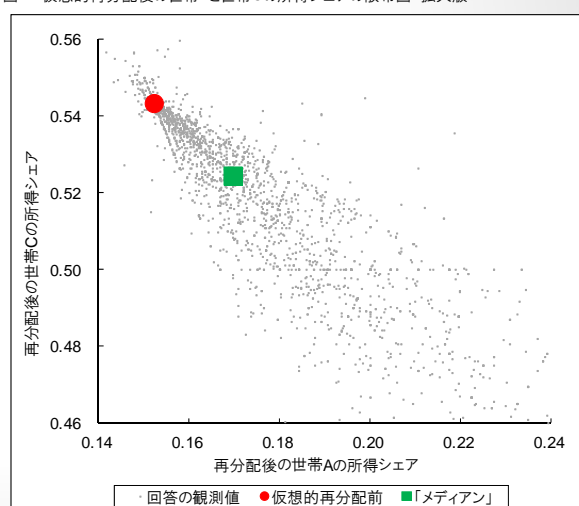


図2. 仮想的再分配後の世帯Aと世帯Cの所得シェアの散布図：拡大版



## 設問(2): 回答状況・記述統計量

- 設問(2)の回答状況→表3
  - 設問(2)に回答: 3,160名のうち2,755名(87.2%)
    - 「失業給付が「過多」」「記入金額がゼロ」に該当する者を除くと、2,622名(83.0%)
- 設問(2)の記述統計量→表4
  - 失業時給付額は年間200万円程度が平均的な回答

15

### 表3・表4

表3. 回答状況: 設問(2)

|                | n     | %      |
|----------------|-------|--------|
| 調査全体の有効サンプルサイズ | 3,160 | 100.0% |
| 設問(2)に回答せず     | 405   | 12.8%  |
| 設問(2)に回答あり     | 2,755 | 87.2%  |
| (内訳)           |       |        |
| 失業給付が「過多」      | 77    | 2.4%   |
| 記入金額がゼロ        | 56    | 1.8%   |
| 上記2カテゴリ以外      | 2,622 | 83.0%  |

表4. 失業時給付の記述統計量

| 統計量       | 失業時給付  |
|-----------|--------|
| 25パーセンタイル | 120    |
| 50パーセンタイル | 200    |
| 75パーセンタイル | 250    |
| 平均値       | 202.2  |
| 標準偏差      | 110.33 |

16

## 設問(3): 回答分布

- 設問(3)の回答分布→表5
  - 設問(3)に無回答: 249名
  - 設問(3)で「わからない」を選択: 950名
    - かなり多い...
  - NA・DK以外の回答: 3,160名のうち1,961名 (62.1%)
  - 有効な回答の中では、「少し改善する」「変わらない」が多い

17

## 表5

表5. 経済成長が受ける影響についての回答分布

| 経済成長への影響 | 全回答者  |        | NA・DKを除く |        |
|----------|-------|--------|----------|--------|
|          | n     | %      | n        | %      |
| 大幅に悪化する  | 171   | 5.4%   | 171      | 8.7%   |
| 少し悪化する   | 325   | 10.3%  | 325      | 16.6%  |
| 変わらない    | 624   | 19.7%  | 624      | 31.8%  |
| 少し改善する   | 768   | 24.3%  | 768      | 39.2%  |
| 大幅に改善する  | 73    | 2.3%   | 73       | 3.7%   |
| わからない    | 950   | 30.1%  | ---      | ---    |
| 無回答      | 249   | 7.9%   | ---      | ---    |
| 計        | 3,160 | 100.0% | 1,961    | 100.0% |

18

## 回答状況のまとめ

- 設問(1)と設問(2)については、NAは80%程度
  - 回答率に全く問題がないというわけではないが、絶望的に悪いほどではないと言えそう
- 他方、設問(3)のNA・DKは合わせて40%程度と多い

19

## 展望

- 大目標：民主的政治過程における合意形成に役立ちうる情報の提示
- そのための考え方：
  - 「一般の人々の心の中の、社会・政策の望ましさを具体的な水準から評価するような関数」  
(IEF=Individual Evaluation Function on Status of Society)
  - これを構成することを展望しながら本項目は作成された

20

## 展望

- IEFをどう使うか？
  - 情報ベースとしての「納得の度合い」  
“convincedness”？
    - 「個人の資源のみに依存する効用」などではなく
    - 自分が持つ(であろう)資源の量が「減る」としても、その社会に、より一層「納得」することがありうる、ということを反映する
    - 直接的な資源をめぐる対立を超えて合意に近づける可能性
    - 個人の選好を具体的な程度で計測することがその可能性を高める

21

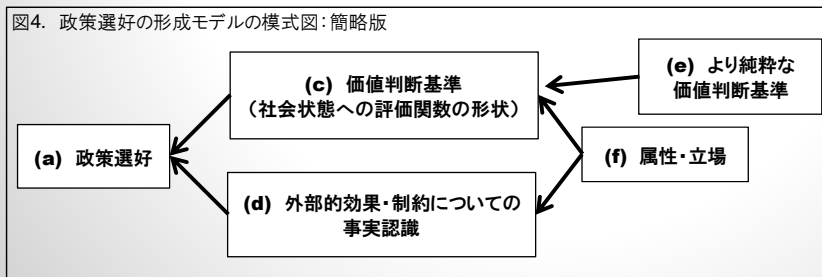
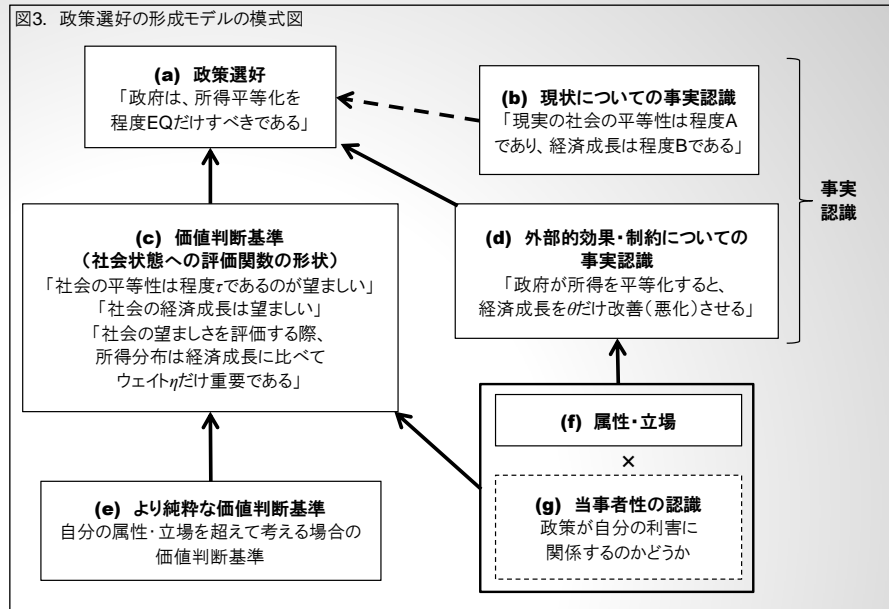
## 展望

- IEFをどう識別するか？
  - 政策選好の要因の分解: 図3
    - 価値判断基準(IEF)と事実認識の区別
    - 事実認識のうち、現状認識と外部性認識の区別
    - 属性・立場と当事者性認識の影響の可能性
  - 本項目では、架空社会の提示により、所得分布という「現状認識」と、「当事者性認識」を統制しようとした  
→図4で理解できる
- 事実認識などを統制した仮想的な状況下での政策選好を導き出し、合意形成のための材料を提供することを目指す

22



## 図3・図4



23

## 第II部

### 政策選好の分析: 価値判断基準と事実認識

#### はじめに

#### □ 目的:

- 政策選好が《価値判断基準》と《事実認識》から形成されると明示するモデルを提示する
- 比較的単純な設計による調査のデータから、個人属性と《価値判断基準》・《事実認識》との関係を推定できることを示す
- 具体例として、所得平等化(再分配)政策をとりあげ、「大学進学者がより強い平等化政策を好む」という現象について分析する

24



## 政策選好の構造モデル

- 回答者*i*が社会状態を評価する関数IEF

$$IEF_i = \delta_i \cdot \left[ - (EQ - \tau_i)^2 \right] + (1 - \delta_i) \cdot GR$$

- *EQ*は架空社会の平等性、*GR*は経済成長の度合い
- $\tau$ は「回答者にとっての最適な平等性」
- $\delta$ は「最適な平等性」を経済成長より重視する度合い

25

## 政策選好の構造モデル

- 政策に伴う制約・外部効果の認識
  - 公共政策が平等性と経済成長を任意に定められるわけではない。平等化政策によって経済成長が改善・悪化する。
  - この点についての回答者の認識を示す式

$$GR - GR_0 = \theta_i \cdot (EQ - EQ_0)$$

- $(EQ_0, GR_0)$ は、「現状 (Status Quo)」点で、何らの政策も実施されない場合の $(EQ, GR)$
- $\theta$ は回答者の制約・外部効果に関する認識を反映するパラメータ

26

## 政策選好の構造モデル

### □ 最適点( $EQ_i^*, GR_i^*$ )

- 回答者*i*が認識する制約のもとで、自身のIEFを最大にする点

$$EQ_i^* = \theta_i \cdot (1 - \delta_i) / 2\delta_i + \tau_i$$

$$GR_i^* = \theta_i \cdot (EQ_i^* - EQ_0) + GR_0$$

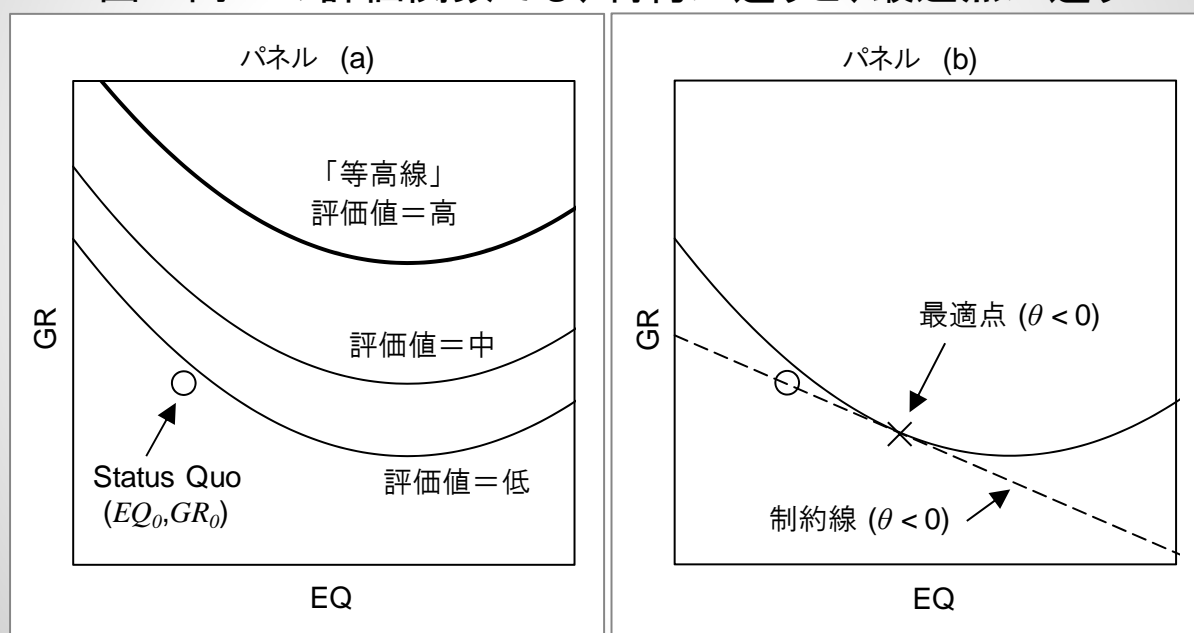
### □ 各回答者の政策選好を決めるのは、それぞれの「心の中」にある...

- 社会状態の望ましさの価値判断基準 ( $\tau, \delta$ )
  - ただし、 $\delta$ はのちの推定では重視しない
- 政策がもたらす効果についての事実認識 ( $\theta$ )

27

## 政策選好の構造モデル

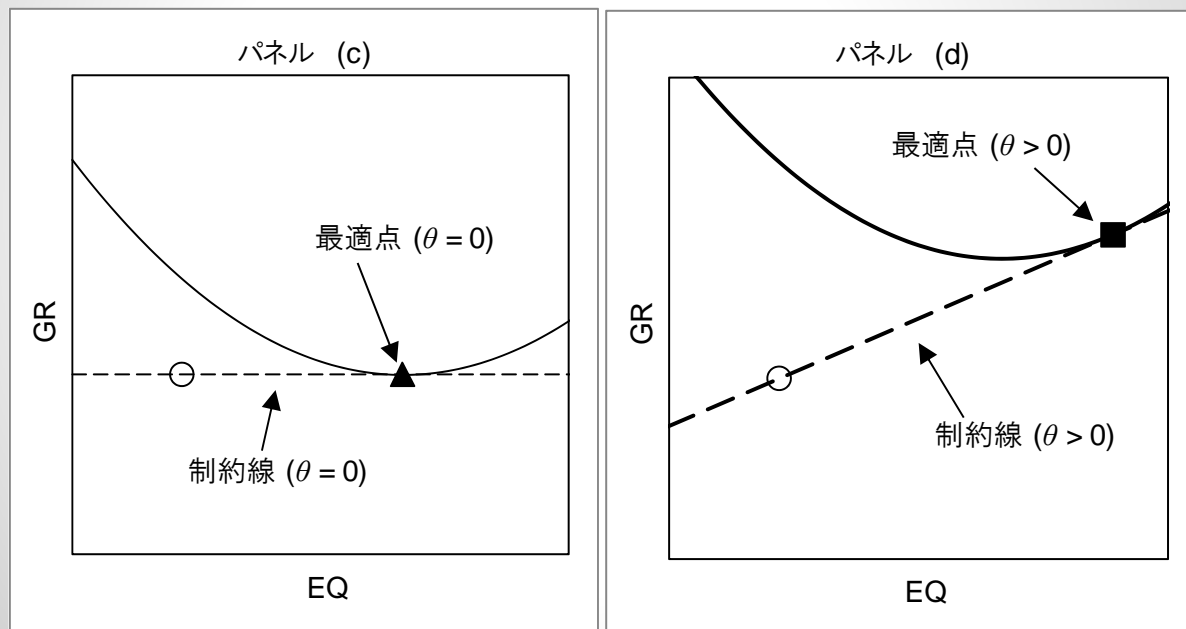
### □ 図5: 同一の評価関数でも、制約が違うと、最適点が違う



28

## 政策選好の構造モデル

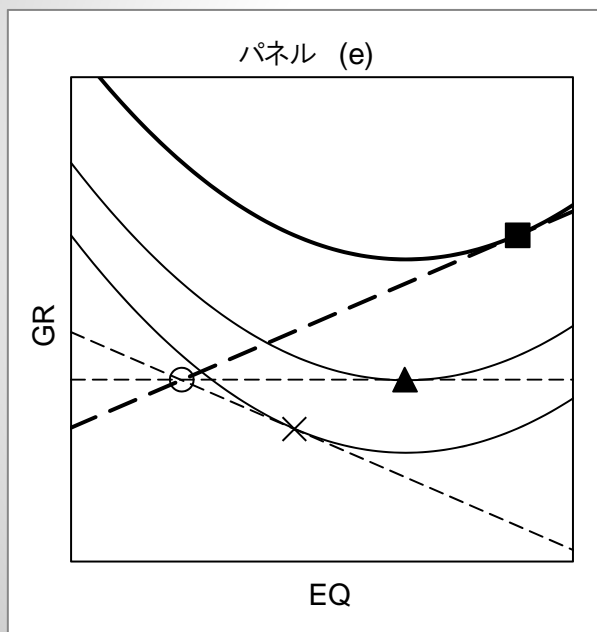
□ 図5



29

## 政策選好の構造モデル

□ 図5



制約線が右上がりである =  $\theta$  が大きい  $\rightarrow EQ_i^*$  が大きい

- 「政策によって平等化すると、経済成長も促進されるから、もっと強く平等化する政策を実施すべきだ」

逆だと  $EQ_i^*$  が小さい

- 「経済成長を鈍化させるから、あまり平等化しないほうがよい」

25

30

## 推定モデル

- 観察される回答( $EQ_i, GR_i$ )と、構造モデルでの最適点( $EQ_i^*, GR_i^*$ )が対応すると仮定
- 観察される世界での $\theta$ を特定

$$\theta^{(obs)}_i \equiv (GR_i - GR_0) / (EQ_i - EQ_0)$$

- $EQ_i^*$ の式を $EQ_i$ で書き換え

$$EQ_i = \theta^{(obs)}_i \cdot (1 - \delta_i) / 2\delta_i + \tau_i$$

31

## 推定モデル

- 関心の対象： $\tau$ と $\theta$ に対する説明変数の効果

$$\tau_i = z_i \cdot \beta_\tau + \varepsilon_{\tau,i}$$

$$\theta^{(obs)}_i = z_i \cdot \beta_\theta + \varepsilon_{\theta,i}$$

- $z_i$ は個人属性のベクトル、 $\beta_\tau$ と $\beta_\theta$ は係数ベクトル
- $EQ_i$ の式で $\tau$ を展開し、 $\delta$ について整理する...

$$EQ_i = \omega \cdot \theta^{(obs)}_i + z_i \cdot \beta_\tau + \varepsilon_{\tau,i}$$

$$\text{ただし、} \omega \equiv (1 - \delta) / 2\delta$$

32

## 推定モデル

### □ 再掲: $EQ_i$ の式

- ここから、 $\beta_\tau$ を推定する
- $\delta$ はすべての個人に共通とする

$$EQ_i = \omega \cdot \theta^{(obs)}_i + z_i \cdot \beta_\tau + \varepsilon_{\tau,i}$$

### □ 再掲: $\theta^{(obs)}_i$ の式

- ここから、 $\beta_\theta$ を推定する

$$\theta^{(obs)}_i = z_i \cdot \beta_\theta + \varepsilon_{\theta,i}$$

- 上の2式をOLSで推定、ブートストラップ法で誤差評価

33

## データと変数:

### 被説明変数: 架空社会の平等性(EQ)

- データ: JHPS2011 (調査項目1を含む)

### □ 推定で用いる $EQ_i$ の算出

- 調査項目1の(1)の回答から、再分配後所得のGini係数を算出
- これを変換する
  - 「回答者が平等にするほど大きくなる」ように
  - 理論上の範囲を $(-\infty, \infty)$ にするように
  - 尖度が「ほどほど」になるように
  - 構造モデルに適合的になるように
    - 絶対値を0.09乗するなどした

34

## データと変数: 被説明変数: 架空社会の経済成長(GR)

- 推定で用いる $GR_i$ の算出
  - 調査項目1の(3)は、自然言語で順序尺度の回答を得る
  - しかし構造モデルは数量的な $GR$ を想定
  - 自然言語「大幅に改善する」などに、数量を対応させる
    - 別の大学生対象のアンケートから、アルバイト時給の増え方を想定した、自然言語表現と対応する数量の、メディアンを得て、本分析で利用
    - 例:「変わらない」のとき $GR=0$ ;「大幅に悪化」のとき $GR=-3.493$ ;「大幅に改善」のとき $GR=2.795$
    - 「増え方」の「比」の対数值 (対数オッズ比に類似)
  - 単調変換を施す(モデルフィットを改善)

35

## データと変数: 説明変数

- 年齢(2010年末時点満年齢を100で除する)、大学進学ダミー、既婚ダミー、定数
- 定数を含めて、性別以外の説明変数の係数が、男女で別々に推定されるように変数を構成
  - 「女性ダミーとの交互作用」の推定ではない
- $\tau$ と $\theta$ を説明変数で説明
  - $\delta$ (と対応する $\omega$ )は定数のみを推定

36

## 推定結果

- 分析対象:すべての変数が有効に得られる1,692ケース
- まず、シンプルなOLSで、 $EQ_i$ を被説明変数として推定した結果を示す →表6
- 5%水準で判断
- 大学進学者と女性の非既婚者が、より平等性を高める政策を選好する

表6.  $EQ_i$ を説明する単純なOLSの推定結果

| 変数        | 男性       |         | 女性       |         |
|-----------|----------|---------|----------|---------|
|           | 係数       | (SE)    | 係数       | (SE)    |
| 年齢/100    | -0.135   | (0.089) | 0.135    | (0.100) |
| 大学進学ダミー   | 0.048 *  | (0.024) | 0.087 ** | (0.027) |
| 既婚ダミー     | 0.044    | (0.027) | -0.054 * | (0.023) |
| 定数        | 0.760 ** | (0.056) | 0.679 ** | (0.057) |
| R-Squared | 0.009    |         |          |         |
| N of Obs. | 1692     |         |          |         |

37

## 推定結果

- 主たる分析の結果  
→表7
- 5%水準で判断
- $\theta$ に有意に影響する変数
- 男性において、大学進学ダミー(+)、既婚ダミー(+)
- $\tau$ に有意に影響する変数
- 女性において、大学進学ダミー(+)、既婚ダミー(-)

表7. 主たるモデルの推定結果

| 変数  | 男性       |         | 女性       |         |
|---|----------|---------|----------|---------|
|   | 係数       | (SE)    | 係数       | (SE)    |
| Coefficients for Equation on $\theta^{(obs)}_i$ |          |         |          |         |
| 年齢/100  | 0.025    | (0.233) | 0.015    | (0.226) |
| 大学進学ダミー   | 0.166 ** | (0.053) | 0.050    | (0.105) |
| 既婚ダミー   | 0.230 ** | (0.075) | 0.128    | (0.079) |
| 定数  | -0.059   | (0.116) | 0.124    | (0.130) |
| Coefficients for Equation on $EQ_i$             |          |         |          |         |
| $\theta^{(obs)}_i$                              | 0.042 ** | (0.012) | ---      |         |
| 年齢/100  | -0.136   | (0.089) | 0.134    | (0.100) |
| 大学進学ダミー   | 0.041    | (0.025) | 0.085 ** | (0.028) |
| 既婚ダミー   | 0.034    | (0.026) | -0.059 * | (0.024) |
| 定数  | 0.762 ** | (0.055) | 0.674 ** | (0.058) |
| Estimate for $\delta$                           | 0.923    | (0.021) | ---      |         |
| N of Obs.                                       | 1692     |         |          |         |

38

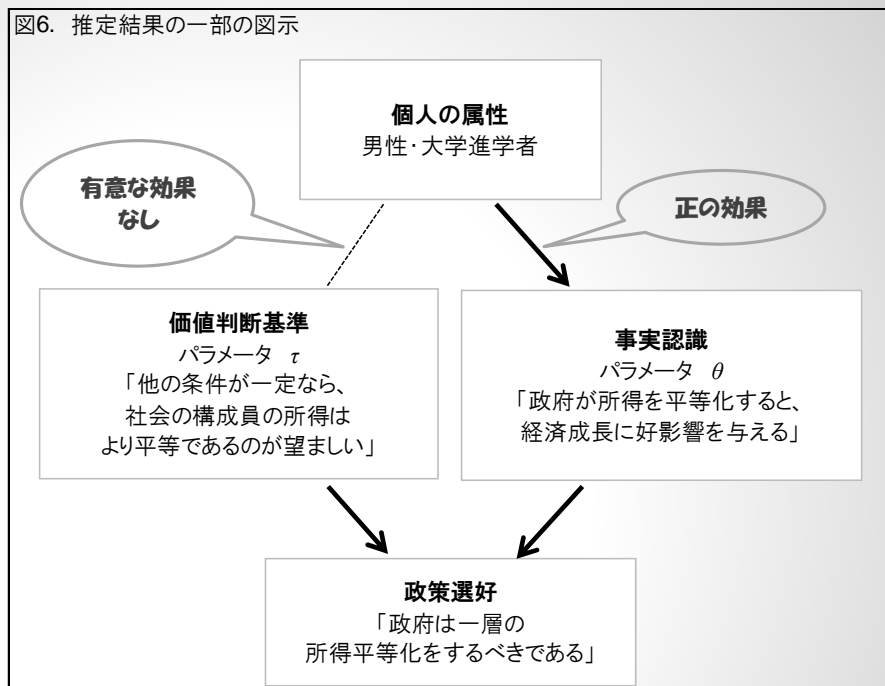


## 推定結果

- 男性において、大学進学者が、より強い平等化政策を望む(表6)
  - これは、価値判断基準( $\tau$ )によるというより、事実認識( $\theta$ )の差異に由来する(表7)
  - すなわち、大学進学者は、「一層の平等化政策が、経済成長も促進するので、好ましい」と考えている
- 男性の既婚ダミーについては...
  - $\theta$ には有意に正に影響する(表7)
  - しかし、政策選好( $EQ_i$ )そのものには有意な影響をもたらさない(表6)

39

## 推定結果



- 結果の一部の図式化→ 図6
- 「男性における大学進学者」について、より「きれい」にあてはまる

40



## 結果の考察: 説明しうる仮説の提示

- 事実認識への効果について...
- 「デマンドサイド経済政策への支持傾向仮説」
  - 大学教育でいわゆるデマンドサイド重視の経済政策を学ぶ? (男性において特に?)
- 「Win-Win方策の存在可能性への信頼傾向仮説」
  - 平等化政策による経済成長→所得の多寡によらない (潜在的な) メリット、「パイが増える」「Win-Win」
  - 「Win-Win」な方策を信じて模索する傾向?

41

## 結論

- 個人の政策選好が、価値判断基準と事実認識に由来するというモデルを提示した
- 提示したモデルをもとに、個人の属性が価値判断基準と事実認識に与える効果を、推定できることを示した
- 例として、男性において、大学進学者がより強い平等化政策を好むのは、平等化政策の好ましい外部効果の事実認識に由来する、という結果を得た
- 本報告のアプローチは、政治過程における合意・調整・納得に資すると考える

42

2016年12月9日

数理的手法と理論に基づく計量的政治分析に関するワークショップ @政策研究大学院大学

### 「所得平等化政策に関する選好の計測と分析」 図表・調査項目

山本耕資

#### 調査項目1. 使用するデータを生み出した項目

このページでは、政府による、税・社会保険料の徴収と、生活を保障する給付について、お考えをうかがいます。

問1. 以下の架空の社会において、政府の政策としてどのようなものが望ましいかをお考えください。

架空の社会：

Aさんの世帯、Bさんの世帯、Cさんの世帯という、3つの世帯から社会が成り立っています。どの世帯も4人世帯です。政府は税・社会保険料を徴収して、人々の生活の保障のために使用することができます。政府が税・社会保険料を徴収しない場合、Aさんの世帯の年収は350万円、Bさんの世帯の年収は700万円、Cさんの世帯の年収は1250万円です。

- (1) この架空の社会で政府は、1年間に、各世帯からどのくらい税・社会保険料を徴収して、各世帯にどのくらい生活の保障のための給付を行なうべきだと思いますか。それぞれの金額を万円単位でお答えください。税と社会保険料は区別せずに総額をお答えください。徴収または給付の必要がないとお考えの箇所は金額を「0」としてください。

|                     | 各世帯から<br>税・社会保険料として<br>徴収すべき金額                             | 各世帯に<br>生活の保障のために<br>給付すべき金額                               |
|---------------------|--|--|
| Aさんの世帯 (年収 350 万円)  | <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> 万円 | <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> 万円 |
| Bさんの世帯 (年収 700 万円)  | <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> 万円 | <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> 万円 |
| Cさんの世帯 (年収 1250 万円) | <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> 万円 | <input style="width: 80px; height: 20px;" type="text"/> 万円 |

- (2) この架空の社会で、仮に、いずれかの世帯で、働いていた人が失業してしまい、世帯の収入がゼロになってしまったとき、政府はその世帯の生活を保障するために、その世帯に対して、1年間にどの程度の給付を行なうべきだと思いますか。金額を万円単位でお答えください。

万円

- (3) 政府が各世帯から税などを徴収したり、各世帯に給付を行なったりすると、経済成長に影響する、と考える人もいますし、そう考えない人もいます。この架空の社会で、あなたが上記の(1)と(2)でお答えになったような政策を政府が採用した場合には、政府が何もしない場合と比べて、経済成長はどのようになると思いますか。

- 1 経済成長の度合いは大幅に悪化する
- 2 経済成長の度合いは少し悪化する
- 3 経済成長の度合いは変わらない
- 4 経済成長の度合いは少し改善する
- 5 経済成長の度合いは大幅に改善する
- 6 わからない

Source: 筆者が作成した文書をもとにしたJHPS2011調査票

表1. 回答状況：設問(1)

|                        | n     | %      |
|------------------------|-------|--------|
| 調査全体の有効サンプルサイズ         | 3,160 | 100.0% |
| 設問(1)のすべてには回答せず        | 582   | 18.4%  |
| 設問(1)のすべてに回答あり<br>(内訳) | 2,578 | 81.6%  |
| 順序変化あり                 | 19    | 0.6%   |
| 完全平等                   | 14    | 0.4%   |
| 記入金額がすべてゼロ             | 51    | 1.6%   |
| 上記3カテゴリ以外              | 2,494 | 78.9%  |

*Note:* 「設問(1)のすべてに回答あり」に該当する回答者は、架空社会の各世帯の徴収額と給付額のすべてに、何らかの回答をした者を指す。「順序変化あり」に該当するのは、架空社会の各世帯の収入の順序が変化するような再分配を回答した者である。「完全平等」に該当するのは、架空社会の再分配後所得がどの世帯でも等しくなるような回答をした者である。「記入金額がすべてゼロ」に該当するのは、徴収額・給付額としての記入金額がすべてゼロを回答した者である。

*Source:* JHPS2011

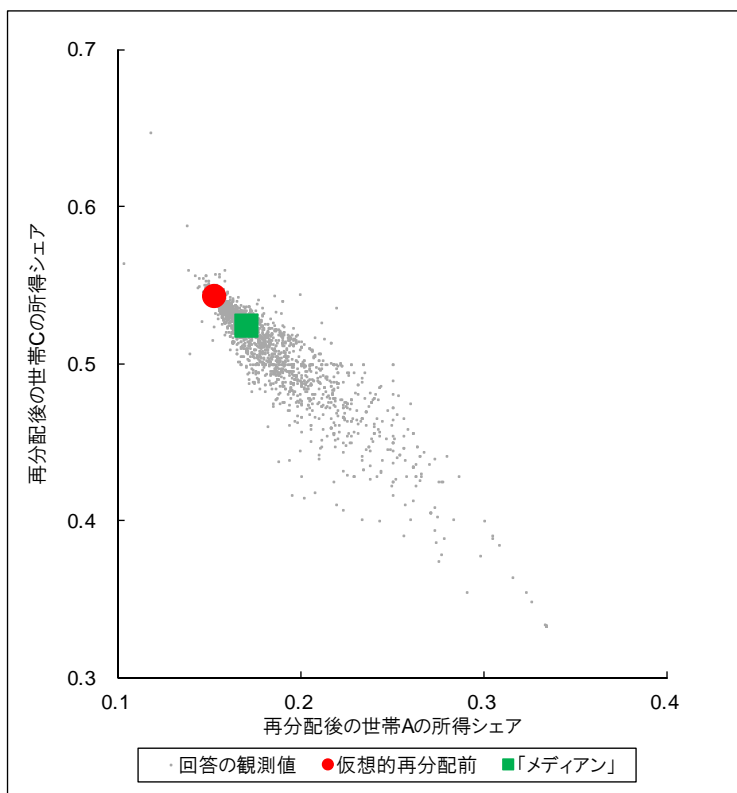
表2. 仮想的再分配後の各世帯の収入の記述統計量

| 統計量       | 世帯A   | 世帯B   | 世帯C     |
|-----------|-------|-------|---------|
| 25パーセンタイル | 345   | 630   | 1,000   |
| 50パーセンタイル | 360   | 664   | 1,130   |
| 75パーセンタイル | 400   | 696   | 1,206   |
| 平均値       | 386.7 | 665.0 | 1,115.9 |
| 標準偏差      | 77.77 | 95.96 | 180.42  |
| 再分配前      | 350   | 700   | 1,250   |

*Note:* n = 2,578. 単位は万円。「設問(1)のすべてに回答した」に該当する回答者について、算出した。

*Source:* JHPS2011

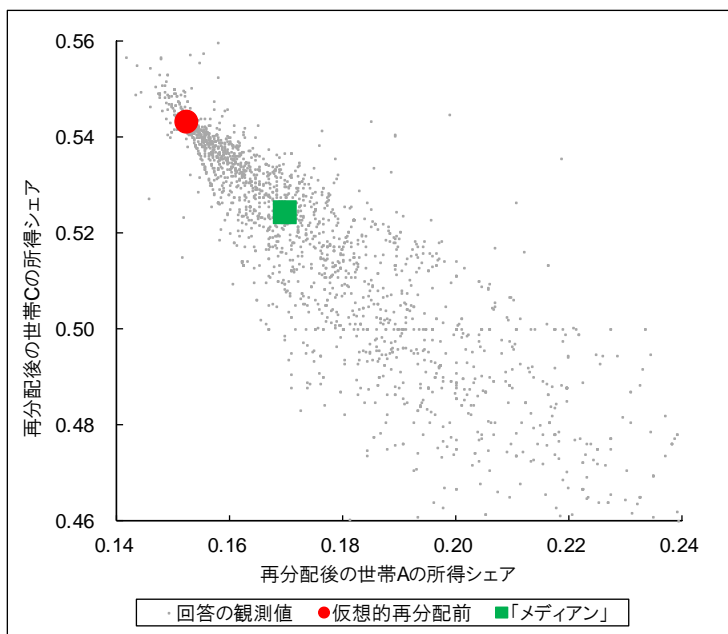
図1. 仮想的再分配後の世帯Aと世帯Cの所得シェアの散布図



Note: n = 2,559。「設問(1)のすべてに回答あり」に該当し、かつ、「順序変化あり」に該当しない回答者について、仮想的再分配後の架空社会の所得シェアをプロットした。「仮想的再分配前」とラベルされている点は、架空社会の再分配前の所得シェアを反映する点である。「メディアン」とラベルされている点は、再分配後の世帯Aの所得シェアのメディアンと、世帯Cの所得シェアのメディアンとを、プロットした点である。

Source: JHPS2011

図2. 仮想的再分配後の世帯Aと世帯Cの所得シェアの散布図：拡大版



Note: 図1の一部分を拡大して示した。

Source: JHPS2011

表3. 回答状況：設問(2)

|                    | n     | %      |
|--------------------|-------|--------|
| 調査全体の有効サンプルサイズ     | 3,160 | 100.0% |
| 設問(2)に回答せず         | 405   | 12.8%  |
| 設問(2)に回答あり<br>(内訳) | 2,755 | 87.2%  |
| 失業給付が「過多」          | 77    | 2.4%   |
| 記入金額がゼロ            | 56    | 1.8%   |
| 上記2カテゴリ以外          | 2,622 | 83.0%  |

Note: 「設問(2)に回答あり」に該当するのは、架空社会での失業時給付水準に関する質問に、何らかの回答をした者である。「失業給付が「過多」」に該当するのは、設問(1)での再分配後の最貧世帯の所得が、失業時給付水準を下回るような回答をした者である。「記入金額がすべてゼロ」に該当するのは、徴収額・給付額としての記入金額がすべてゼロを回答した者である。

Source: JHPS2011

表4. 失業時給付の記述統計量

| 統計量       | 失業時給付  |
|-----------|--------|
| 25パーセンタイル | 120    |
| 50パーセンタイル | 200    |
| 75パーセンタイル | 250    |
| 平均値       | 202.2  |
| 標準偏差      | 110.33 |

Note: n = 2,755. 単位は万円。「設問(2)に回答あり」に該当する回答者について、算出した。

Source: JHPS2011

表5. 経済成長が受ける影響についての回答分布

| 経済成長への<br>影響 | 全回答者  |        | NA・DKを除く |        |
|--------------|-------|--------|----------|--------|
|              | n     | %      | n        | %      |
| 大幅に悪化する      | 171   | 5.4%   | 171      | 8.7%   |
| 少し悪化する       | 325   | 10.3%  | 325      | 16.6%  |
| 変わらない        | 624   | 19.7%  | 624      | 31.8%  |
| 少し改善する       | 768   | 24.3%  | 768      | 39.2%  |
| 大幅に改善する      | 73    | 2.3%   | 73       | 3.7%   |
| わからない        | 950   | 30.1%  | ---      |        |
| 無回答          | 249   | 7.9%   | ---      |        |
| 計            | 3,160 | 100.0% | 1,961    | 100.0% |

Note: 回答者が回答した再分配政策が、経済成長にどのような影響を与えるのかに関して、回答者自身の考えを尋ねた項目への回答の分布を示した。

Source: JHPS2011

図3. 政策選好の形成モデルの模式図

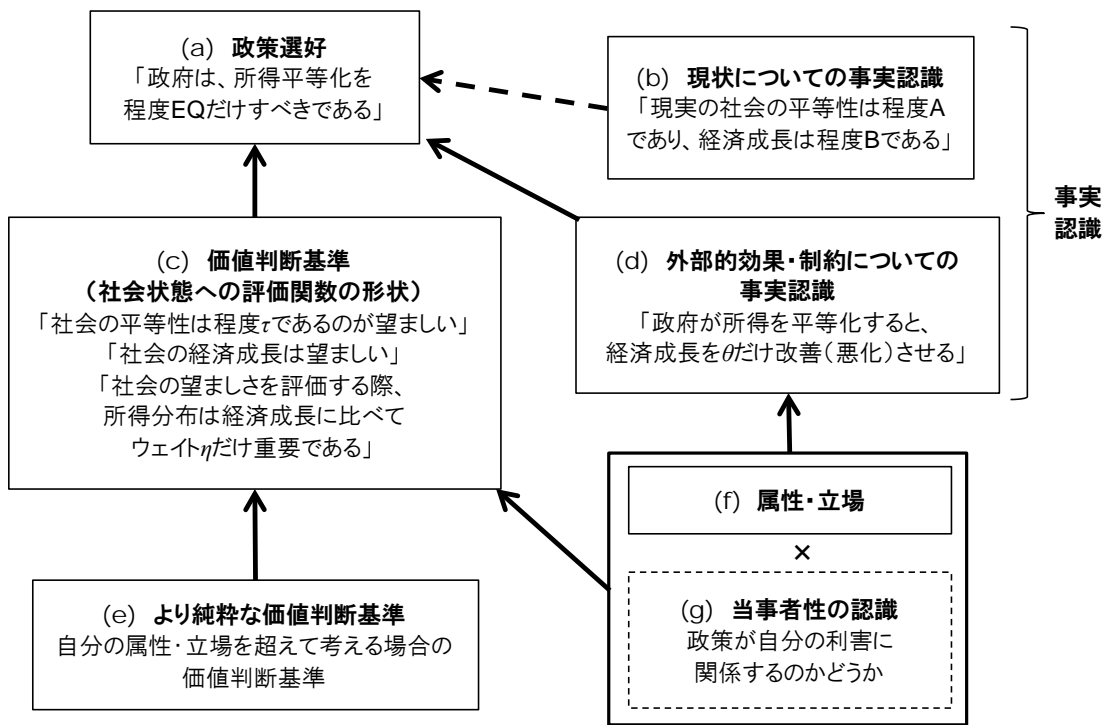


図4. 政策選好の形成モデルの模式図：簡略版

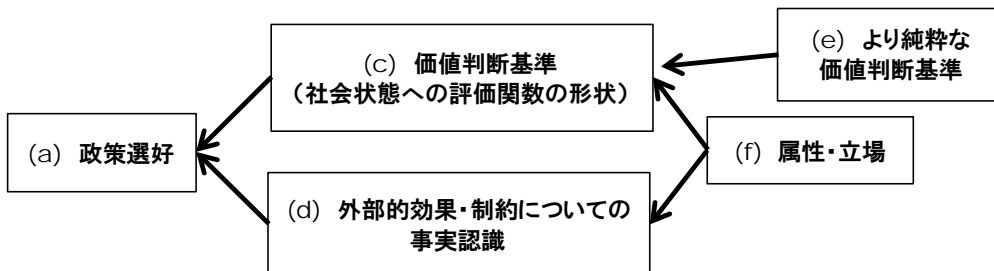
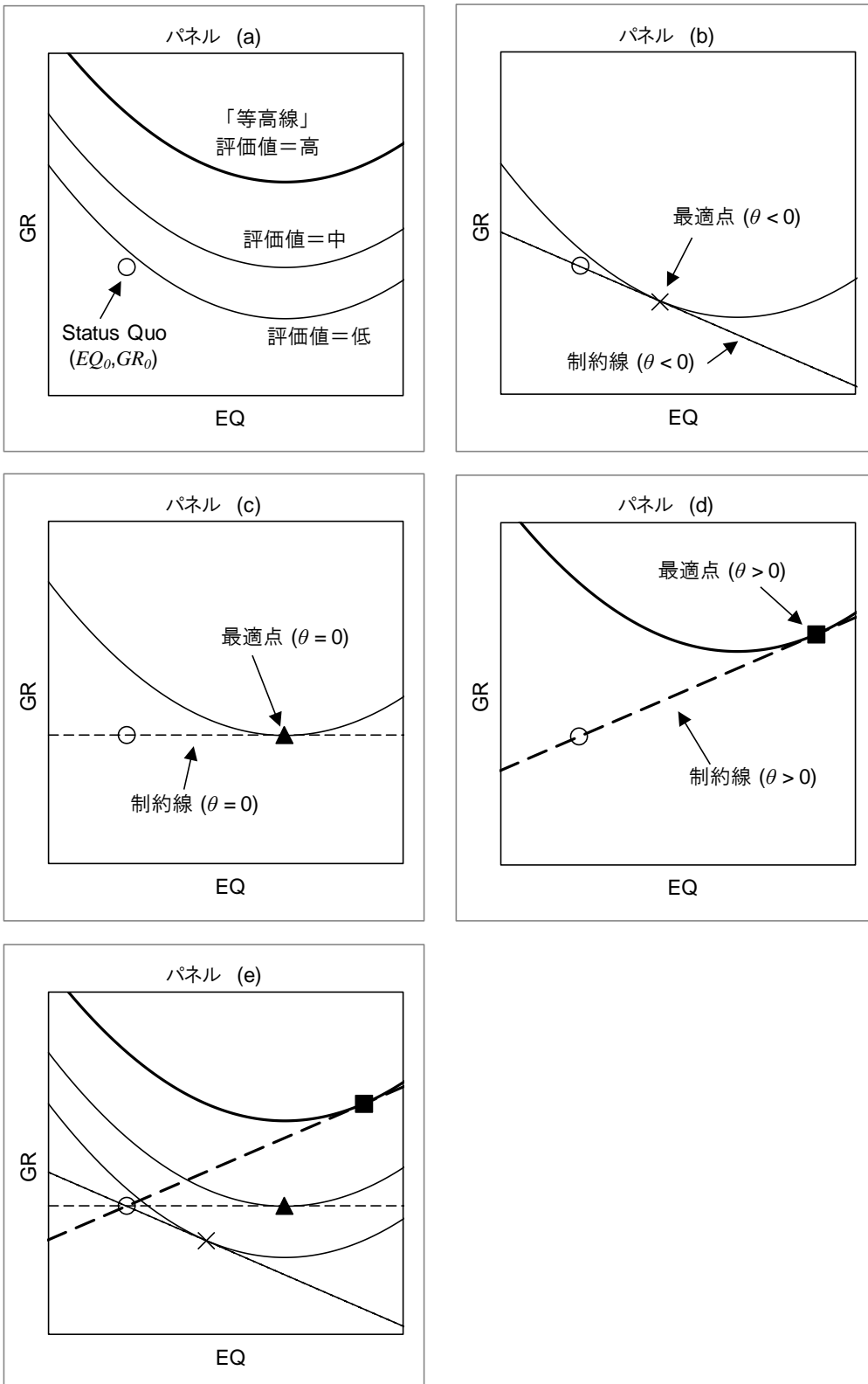


図5. 評価関数IEFの等高線・制約線と最適点の模式図



Note: 同一の評価関数IEF(等しい $r$ と $\eta$ からなる)と、同一の「現状 (Status Quo)」点に対して、政策実施上の制約を示す $\theta$ の値が異なる場合の最適点を、模式的に示す。パネル(a)は評価値の等高線と「現状」点を示す。パネル(b)~(d)は、それぞれ、 $\theta$ が負・ゼロ・正のときの、最適点を示す。パネル(e)ではこれらの線・点をまとめて表示した。

表6.  $EQ_i$ を説明する単純なOLSの推定結果

| 変数        | 男性       |         | 女性       |         |
|-----------|----------|---------|----------|---------|
|           | 係数       | (SE)    | 係数       | (SE)    |
| 年齢/100    | -0.135   | (0.089) | 0.135    | (0.100) |
| 大学進学ダミー   | 0.048 *  | (0.024) | 0.087 ** | (0.027) |
| 既婚ダミー     | 0.044    | (0.027) | -0.054 * | (0.023) |
| 定数        | 0.760 ** | (0.056) | 0.679 ** | (0.057) |
| R-Squared | 0.009    |         |          |         |
| N of Obs. | 1692     |         |          |         |

Note: +:p<0.10, \*:p<0.05, \*\*:p<0.01

一度のモデル推定により男女で異なる係数が推定されるように変数を投入した。標準誤差はブートストラップ法(反復回数50)を用いて算出しているが、検定等は正規分布を仮定して行なった。係数推定値について、0であるという帰無仮説に対する検定結果を示す記号として、上記の3種(+ \*\*\*)を用いた。

Source: JHPS2011

表7. 主たるモデルの推定結果

| 変数  | 男性       |         | 女性       |         |
|---|----------|---------|----------|---------|
|   | 係数       | (SE)    | 係数       | (SE)    |
| Coefficients for Equation on $\theta^{(obs)}_i$ |          |         |          |         |
| 年齢/100  | 0.025    | (0.233) | 0.015    | (0.226) |
| 大学進学ダミー   | 0.166 ** | (0.053) | 0.050    | (0.105) |
| 既婚ダミー   | 0.230 ** | (0.075) | 0.128    | (0.079) |
| 定数  | -0.059   | (0.116) | 0.124    | (0.130) |
| Coefficients for Equation on $EQ_i$             |          |         |          |         |
| $\theta^{(obs)}_i$                              | 0.042 ** | (0.012) | ---      |         |
| 年齢/100  | -0.136   | (0.089) | 0.134    | (0.100) |
| 大学進学ダミー   | 0.041    | (0.025) | 0.085 ** | (0.028) |
| 既婚ダミー   | 0.034    | (0.026) | -0.059 * | (0.024) |
| 定数  | 0.762 ** | (0.055) | 0.674 ** | (0.058) |
| Estimate for $\delta$                           | 0.923    | (0.021) | ---      |         |
| N of Obs.                                       | 1692     |         |          |         |

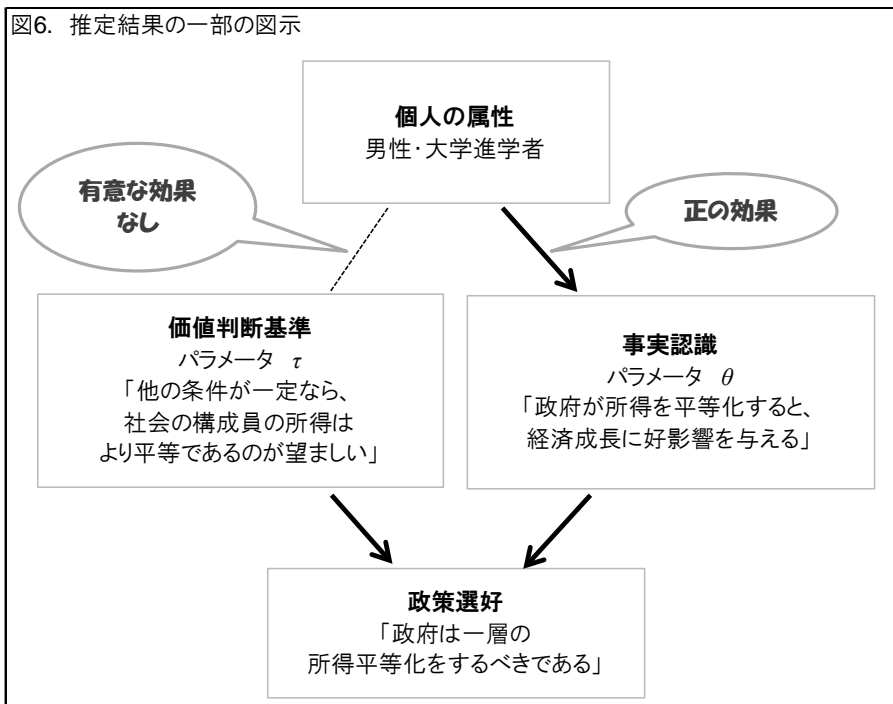
Note: +:p<0.10, \*:p<0.05, \*\*:p<0.01

一度のモデル推定により男女で異なる係数が推定されるように変数を投入した。ただし、 $\theta_i$ の係数は男女共通のパラメータとして推定し、その係数から $\delta$ の推定値を算出した。標準誤差はブートストラップ法(反復回数50)を用いて算出しているが、検定等は正規分布を仮定して行なった。係数推定値について、0であるという帰無仮説に対する検定結果を示す記号として、上記の3種(+ \*\*\*)を用いた。ただし、 $\delta$ については検定結果を示していない。

Source: JHPS2011



図6. 推定結果の一部の図示





# Party Manifestos and Voters' Multidimensional Policy Preferences

Identification via a Conjoint Experiment

Yusaku Horiuchi <sup>1</sup> Daniel M. Smith <sup>2</sup> Teppei Yamamoto <sup>3</sup>

<sup>1</sup>Dartmouth College

<sup>2</sup>Harvard University

<sup>3</sup>Massachusetts Institute of Technology

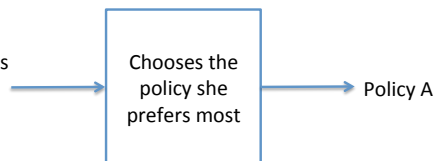
GRIPS

December 9, 2016

## “Identification Problem” in Representative Democracy

### Direct democracy

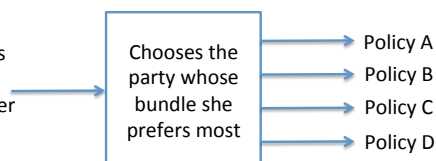
For a particular issue, a voter is presented with alternative policies



(a single choice for a single outcome)

### Representative democracy

For a range of issues, a voter is presented with alternative bundles of policies put together by political parties



(a single choice for multiple outcomes)

## Normative Concerns

- Voters choose a **bundle of policies** in representative democracy
- Difficult to identify **multidimensional** preferences based on **unidimensional** voting decisions
- Problem: Incomplete mapping of voters' policy preferences onto policy outcomes
  - Political leaders may use an electoral victory to justify their policies even when voters do not support all their policies
  - Media and scholars may fail to recognize issues that voters think important

## Limitations in Existing Toolkits

- Standard tools are ill-suited to identifying voters' **multidimensional** policy preferences behind their vote choice
- Analysis of actual election results does not help
- We want to ask:
  - 1 How important is each issue *relative to other issues* when voters choose their most preferred party?
  - 2 For each issue, which policy *among proposed policies* do voters most prefer?
- Standard survey questions are not designed to answer these questions **simultaneously**

# An Analogy

Overview

Sport-utility vehicles have gone from praised to vilified to largely praised again, thanks in great part to significant technological and material advances that have helped SUVs vastly improve their gas-guzzling reputation while retaining their crown as kings of cargo.

SUVs

| All | Compact | Economy | Family | Luxury |
|-----|---------|---------|--------|--------|
| 187 | 187     | 8       | 108    | 79     |

Latest | Horsepower | MPG | Price

| Vehicle                         | Horsepower | MPG              | Price         |
|---------------------------------|------------|------------------|---------------|
| 2015 Mitsubishi Outlander Sport | 148 hp     | 25 city / 32 hwy | \$24,195 MSRP |
| 2015 Jeep Patriot               | 172 hp     | 23 city / 30 hwy | \$26,695 MSRP |
| 2015 Jeep Compass               | 172 hp     | 23 city / 30 hwy | \$28,195 MSRP |
| 2014 Jeep Compass               | 172 hp     | 23 city / 30 hwy | \$27,995 MSRP |
| 2014 Nissan JUKE                | 197 hp     | 27 city / 32 hwy | \$28,120 MSRP |

# Common Survey Questions

Typical surveys ask questions such as...

- Which is the most important to you – vehicle type, horsepower, MPG, or price?
- Please rank order vehicle type, horsepower, MPG, and price in terms of their importance to you.
- With regard to vehicle type, which do you prefer the most – sedan, minivan, or SUV?

These questions do not directly reveal preferences behind actual choice of cars as a whole

People evaluate multiple dimensions of variation *holistically* and make a choice

**Same is true for the choice of policy bundles!**

## Conjoint Analysis

- Our solution: **Conjoint analysis**
  - A measurement technique for multi-dimensional choices and preferences
  - Juxtaposed sets of multiple issue positions as hypothetical “manifestos” (policy bundles)
  - Asked respondents to choose the most preferred bundle
- **The first** to analyze public opinion about policy issues **as bundles put together by parties** in an **actual national election**
- Common method in marketing, recently revisited as a tool for causal inference (Hainmueller, Hopkins & Yamamoto, 2014)
  - Similar to factorial vignette (sociology), contingent valuation (econ)
- Many recent applications in political science
  - Hainmueller & Hopkins (2015), Bechtel & Scheve (2013), etc.
- High external validity in public policy settings (Hainmueller, Hangartner & Yamamoto 2015)

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

6 / 28

## The 2014 Japanese Lower House Election

November 18: Abe calls a snap election  
November 21: Lower house dissolved  
December 2–13: Campaign period (only 12 days)  
December 14: Election day

Result:

- Government coalition (LDP, Komeito) maintained a supermajority
- Abe claimed that voters gave him a mandate to continue “Abenomics”  
— *but did they?*

Study timeline:

November 19: IRB initial approvals  
December 3: IRB amendment approvals  
December 3–14: Sampling period (11 days)

Sample:

- Internet-based non-probability panel ( $N = 1,951$ )
- Matched to national census margins on age, gender, region, education and income

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

7 / 28

## Experimental Design

- Each respondent compared policy bundles of 2 hypothetical parties (“profiles”)
- The order of 9 issues (“attributes”) was randomized
- For each issue, one of 3-4 policy proposals (“levels”) was randomly assigned
- Proposals were taken from actual party “manifestos”
- Each respondent then chose the most preferred party
- Respondent repeated the task 5 times

## Conjoint Table: An Example

仮に、次のような公約を掲げた2つの政党が今回の総選挙で候補者を擁立していると想定してください。あなたは、どちらの政党を支持しますか。もし、どちらを支持するかはっきりとは言えない場合でも、どちらか一方、あえていえば支持する方を選んでください。

|        | 政党1                       | 政党2                            |
|--------|---------------------------|--------------------------------|
| 雇用政策   | 年功序列を撤廃して労働市場の流動化を促す      | 多様な働き方を認め、正規・非正規を問わず雇用を拡大      |
| 金融財政政策 | 大胆な金融緩和と機動的な財政出動によりアフレ脱却  | 過度の金融緩和や円安、公共事業のパラマキを是正        |
| T P P  | T P Pへの参加反対               | 参加して積極的に自由化を推進                 |
| 議員定数削減 | 議員定数削減を実現する               | 選挙制度調査会の答申を尊重し、よりよい選挙制度改革に取り組み |
| 集団的自衛権 | 閣議決定のみに基づく行使の容認には反対       | 閣議決定のみに基づく行使の容認には反対            |
| 成長戦略   | 地方産業・中小企業の活性化による成長実現      | 農業・医療など岩盤規制を打破                 |
| 憲法改正   | 現行憲法条文のいかなる変更にも反対。平和憲法を守る | 現行憲法の基本原則を維持した上で必要な条文を追加       |
| 消費増税   | 期限を決めずに延期                 | 2017年4月に10%にし、軽減税率を導入          |
| 原発再稼働  | 安全基準に合格すれば認める             | 責任ある選定計画など厳しい条件で容認             |

どちらを支持するか

政党1
  政党2

## External Validity

- Issues and policy proposals were chosen based on the **actual election manifestos** released by parties running candidates
- Surveys were fielded **concurrently** with the actual election campaigns
- Evidence suggests voters make conjoint-like comparison in the actual voting decisions
  - Policy summary tables are ubiquitous in newspapers and TV news shows
  - Actual policy documents are too lengthy and complicated for most voters

## Conjoint Table: Example 1

| 各党の主な総選挙公約 |   | 未来は政策要綱案などから作製                                      |  |  |
|------------|---|---|--|--|
|            | 民主党   | 自民党   | 日本維新の会                                       | 日本未来の党                                       |
| 原発         | 2030年代に原発稼働ゼロ。核燃料サイクルのあり方を見直し               | 再稼働は3年以内に結論。10年以内に「電源構成ベストミックス」                     | 発送電分離、市場自由化などで30年代までにフェードアウト                 | 全原発を廃炉とする「卒原発」。東京電力は破綻(はたん)処理                |
| 経済財政       | 消費税の増収分は社会保障財源に。TPPは日中韓FTAなどと同時並行的に進め、政府が判断 | 消費税収は社会保障に。物価上昇目標2%を政府・日銀で協定。聖域なき関税撤廃が前提のTPP交渉参加に反対 | 消費税の地方税化、地方共有税の創設。TPP交渉参加。日本の競争力を高める徹底した競争政策 | 脱増税。消費増税法凍結。必要な財源は政治改革、地域主権改革などで捻出。TPP交渉入り反対 |
| 外交安保       | 専守防衛で防衛力整備。領土・領海を守る                         | 集団的自衛権行使を可能とし、安全保障基本法制定                             | 防衛費1%枠の撤廃。集団的自衛権行使の法整備                       | 東アジア外交重視。安全保障基本法制定、PKO推進                     |
| 社会保障       | 年金一元化などは国民会議の議論を経て実現                        | 生活保護費は1割カット、選択制で現物給付も                               | 年金は積み立て方式、高齢者向け給付適正化                         | 子ども1人あたり年31.2万円の手当。年金制度一元化                   |
| 憲法         | 憲法をいかに、国民主権・基本的人権の尊重を徹底                     | 憲法改正。自衛権の発動を妨げず、国防軍保持を明記                            | 自主憲法制定、首相公選制、参院廃止                            | 改正を直に行わなければならない課題はない。改正にどちらかといえば反対           |



## Conjoint Table: Example 2

| 主要政党のマニフェスト比較 |                               |  |                                       |                                   |                                      |                                |
|---------------|-------------------------------|--|---------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------|
|               | 自民党                           | 民主党  | 公明党                                   | 共産党                               | 社民党                                  | 国民新党                           |
| 財政・税制         | 経済状況好転後に消費増税                  | 無駄排除、埋蔵金活用などで16兆8000億円を捻出                    | 景気回復を前提に消費税を含み税制基本改革を実施               | 消費増税に反対                           | 消費税は引き上げず、食料品は実質非課税                  | 消費税は上げず日常生活品はゼロ税率              |
| 子育て・教育        | 今後3年間で3~5歳の幼児教育を無償化。給付型奨学金の創設 | 1人当たり月額2万6000円の子ども手当支給。公立高校は無償化              | 児童手当の支給対象を小学6年生から中学3年生まで拡大。幼児教育の無償化   | 児童手当を増額。公立高校の授業料無償化               | 中学までの医療費無料化。18歳まで月1万円の子ども手当創設。保育料無料化 | 高校教育の無償化。仕送り減税を創設              |
| 社会保障          | 3年以内に無年金・低年金対策を実施。診療報酬を引き上げ   | 年金制度を一元化し、月額7万円の最低保障年金の実現。後期高齢者医療制度の廃止       | 高額療養費制度の自己負担限度額を引き下げ。年金の支給資格期間を10年に短縮 | 後期高齢者医療制度の廃止。月5万円底上げする最低保障年金制度の創設 | 後期高齢者医療制度の廃止。年金制度を一元化し、単身最低月8万円を実現   | 年金の最低保障額を月8万円に引き上げ。老老介護家庭へ現金支給 |
| 地域活性化         | 17年までに道州制に移行。国と地方の協議機関を設置     | ひも付き補助金を廃止し、地方の自主財源に。農家への戸別所得補償制度を創設         | 3年後をめどに道州制基本法を制定し、10年後に道州制に移行         | 道州制反対。農業・漁業の価格保障所得補償の拡充           | 国税と地方の税源配分は5対5に                      | 地方交付税の復元。良き談合の入札制度改革           |
| 外交・安保         | 日米安保体制の強化。インド洋での給油支援活動を継続     | 緊密で対等な日米関係など主体的な外交戦略を構築。米国との自由貿易協定(FTA)の交渉促進 | 日米同盟の堅持。核兵器廃絶へ世界をリード                  | インド洋の自衛隊即時撤退と海賊対処法の廃止             | インド洋から自衛隊を撤退。非核三原則の法制化               | 新日米同盟の締結                       |

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

12 / 28

## Conjoint Table: Example 3

### 衆院選 各党の政策比較

| 政党            | 消費税  | 原発            | TPP参加交渉       |
|---------------|------|---------------|---------------|
| 民主党           | 賛成   | 2030年代に原発稼働ゼロ | 賛成            |
| 自民党           | 賛成   | 再稼働を3年以内に結論   | 「聖域なき関税撤廃」に反対 |
| 国民の生活が第一      | 反対   | 2022年までに原発全廃  | 反対            |
| 公明党           | 賛成   | 速やかに原発ゼロを目指す  | 十分に審議できる環境を   |
| 共産党           | 反対   | 即時原発ゼロ        | 反対            |
| 日本維新の会        | 地方税化 | 脱原発依存         | 賛成            |
| みんなの党         | 反対   | 規制改革で脱原発      | 賛成            |
| 減税日本・反TPP・脱原発 | 反対   | できるだけ早く稼働ゼロ   | 反対            |
| 社民党           | 反対   | 即時原発ゼロ        | 反対            |
| 国民新党          | 賛成   | 原発依存度を減らす     | 慎重に判断         |
| 新党大地・真民主      | 反対   | 原発ゼロを目指す      | 反対            |
| みどりの風         | 反対   | 原発稼働ゼロ        | 反対            |
| 新党日本          | 反対   | 2022年までに原発全廃  | 反対            |
| 新党改革          | 反対   | 脱原発依存を目指す     | 基本的に参加検討      |

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

13 / 28

## Conjoint Table: Example 4

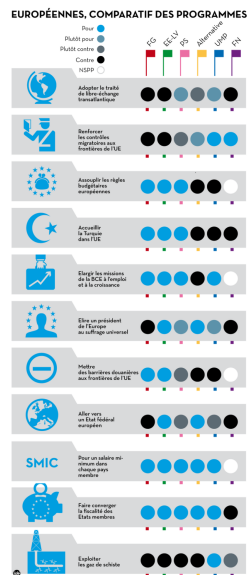
| 主な論点に関する各党の立場 |                      |                    |
|---------------|----------------------|--------------------|
| 成長戦略          | 農業・医療など岩盤規制を打破       | 自民 公明 維新<br>次世代 改革 |
|               | 子育て支援などによる所得増で消費拡大   | 民主 (生活 共産 社民)      |
| 雇用            | 多様な働き方を認め、雇用を拡大      | 自民 公明 改革           |
|               | 労働市場の流動化と同一労働・同一賃金   | 維新 次世代             |
|               | 派遣法改正など労働規制緩和に反対     | 民主 (生活 共産 社民)      |
| 消費増税          | 2017年4月に10%へ。軽減税率を導入 | 自民 公明              |
|               | 期限を決めずに延期            | 民主 維新 次世代<br>生活 改革 |
|               | 中止・税率引き下げ            | 共産 社民              |
| 原発再稼働         | 安全基準に合格すれば認める        | 自民 公明 次世代          |
|               | 責任ある避難計画など厳しい条件で容認   | 民主 維新              |
|               | 再稼働を認めない             | 共産 (生活 社民 改革)      |
| 集団的自衛権        | 行使を容認し、関連法を整備        | 自民 公明 次世代<br>改革    |
|               | 現時点で行使容認を唱えず         | 民主 維新 (生活)         |
|               | 行使を認めない              | 共産 (社民)            |

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

14 / 28

## Conjoint Table: France



Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

15 / 28

## Conjoint Table: Italy

|   | EURO  | TRATTATI EUROPEI   | AUSTERITA'   | RUOLO BANCA CENTRALE  | Altri punti e slogan del programma                                 |
|---|---|--|--|---|--|
|  | Per mantenimento dell'EURO  | "Patto del progresso sociale" (Social Compact) che integri il Fiscal Compact   | Contro l'austerità; per EUROBOND per "mutualizzare" il debito; investimenti fuori dai parametri              | BCE emette Eurobond e stampa valuta (stile FED)                         | Verso gli Stati Uniti d'Europa                                     |
|  | Per mantenimento dell'EURO, ma REFERENDUM se non si cambiano i trattati | Abolizione del Fiscal Compact e del Pareggio di Bilancio   | Contro l'austerità; per EUROBOND per "mutualizzare" il debito; rivedere parametro 3%                         | BCE emette Eurobond e stampa valuta (stile FED)                         | Per un'Europa che sia realmente solidale                           |
|  | Per mantenimento dell'EURO (ma così non funziona)                       | Abolizione del Fiscal Compact e rinegoziazione di tutti i trattati   | Contro l'austerità; per EUROBOND per "mutualizzare" il debito; rivedere parametro 3% durante recessione      | BCE emette Eurobond e stampa valuta (stile FED)                         | Elezione diretta del presidente del governo europeo                |
|  | Uscita dell'Italia dall'Euro e ripristino Sovranità                     | Sospensione dei trattati, dell'adesione dell'Italia al Fiscal Compact ed al fondosalvatiati ESM                        | Fine dell'Austerità grazie a "svalutazione". Gestione Sovrana conti pubblici                                 | Gestione delle politiche monetarie su base nazionale (Banca d'Italia)   | Lotta feroce all'immigrazione irregolare                           |
|  | A favore del mantenimento dell'EURO                                     | Patto di stabilità più flessibile  | Contro l'austerità; per EUROBOND per "mutualizzare" il debito  | BCE emette Eurobond e stampa valuta (stile FED)                         | l'elezione diretta del Presidente della Commissione europea        |
|  | Scioglimento concordato dell'eurozona ed Uscita dall'Italia dall'Euro   | Sospensione dei trattati, dell'adesione dell'Italia al Fiscal Compact ed al fondosalvatiati ESM                        | Fine dell'Austerità grazie a "svalutazione". Gestione Sovrana conti pubblici                                 | Gestione delle politiche monetarie su base nazionale (Banca d'Italia)   | Lotta feroce all'immigrazione irregolare                           |
|  | A favore del mantenimento dell'EURO                                     | Sospensione del nuovo sistema fiscale europeo (con uso dello stimolo fiscale durante una recessione)                   | Contro l'austerità; per EUROBOND per "mutualizzare" il debito; stampa valuta per finanziare New Deal europeo | BCE emette Eurobond e stampa valuta (stile FED)                         | Nuova Costituzione Europea, fine dell'austerità e New Deal Europeo |
|  | A favore del mantenimento dell'EURO                                     | Riforma del sistema finanziario UE. Per mantenere i conti in ordine gli Stati dovranno ristabilizzare i conti pubblici | Covergenza Debiti al 60% del PIL attraverso massive privatizzazioni  | Accelerazione del processo di unificazione del sistema bancario europeo | Per un'Europa federalista, liberale e nemica della burocrazia      |

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

16 / 28

## Conjoint Table: Germany

Wahl-O-Mat® Bundestagswahl 2013

### Vergleich der Positionen



|  |   |   |   |   |   |
|--|---|---|---|---|---|
| 1. Es soll ein gesetzlicher flächendeckender Mindestlohn eingeführt werden.  | X | ✓ | X | ✓ | ✓ |
| 2. Eltern, deren Kinder nicht in die Kita gehen, sollen ein Betreuungsgeld erhalten.   | ✓ | X | - | X | X |
| 3. Generelles Tempolimit auf Autobahnen!   | X | X | X | ✓ | ✓ |
| 4. Deutschland soll den Euro als Währung behalten.   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| 5. Der Strompreis soll vom Staat stärker reguliert werden.   | X | ✓ | X | ✓ | - |
| 6. Die Videoüberwachung im öffentlichen Raum soll ausgebaut werden.  | ✓ | - | X | X | X |
| 7. In Deutschland soll ein bedingungsloses Grundeinkommen eingeführt werden.   | X | X | X | - | - |
| 8. Nur ökologische Landwirtschaft soll finanzielle Förderung erhalten.   | X | - | X | - | - |
| 9. Alle Kinder sollen ungeachtet ihres kulturellen Hintergrundes gemeinsam unterrichtet werden.                                      | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| 10. Der Spitzensteuersatz soll erhöht werden.  | X | ✓ | X | ✓ | ✓ |
| 11. Deutschland soll aus der NATO austreten.   | X | X | X | ✓ | X |
| 12. Kein Neubau von Kohlekraftwerken!  | X | X | X | ✓ | ✓ |
| 13. Die "Pille danach" soll rezeptpflichtig bleiben.   | ✓ | X | - | X | X |
| 14. Alle Banken in Deutschland sollen verstaatlicht werden.  | X | X | X | - | X |
| 15. Deutschland soll mehr Flüchtlinge aufnehmen.   | X | ✓ | - | ✓ | ✓ |
| 16. Arbeitnehmerinnen und Arbeitnehmer sollen für die Zeit, in der sie Angehörige pflegen, staatliche Lohnersatzleistungen erhalten. | X | ✓ | X | ✓ | ✓ |
| 17. Verfassungswidrige Parteien sollen weiterhin verboten werden dürfen.   | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ |
| 18. BAföG soll unabhängig vom Einkommen der Eltern gezahlt werden.   | X | - | ✓ | ✓ | ✓ |
| 19. An allen deutschen Grenzen sollen wieder Einreisekontrollen durchgeführt werden.   | X | X | X | X | X |
| 20. In Aufsichtsräten und Vorständen von Unternehmen soll eine gesetzliche Frauenquote gelten.                                       | - | ✓ | X | ✓ | ✓ |

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

17 / 28

## Conjoint Table: India

How the BJP's manifesto, released on Friday, compares with that of the Congress and the CPI (M)

|                              | CONGRESS  | BJP  | CPI (M)  |
|------------------------------|---|--|--|
| <b>Farm sector</b>           | <ul style="list-style-type: none"> <li>Bank credit at lower interest</li> <li>Interest relief to all farmers who repay loans</li> <li>Crop insurance schemes</li> </ul>               | <ul style="list-style-type: none"> <li>Waive agricultural loans</li> <li>Agricultural loans at 4 per cent interest</li> <li>Irrigate additional 35 million hectares</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Credit to farmers at 4 per cent interest</li> <li>Expand minimum support price coverage to more crops</li> <li>More power to rural areas</li> </ul> |
| <b>Downturn dele</b>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>Implement goods and services tax so that taxes like VAT stand abolished to bring relief to the <i>aam aadmi</i></li> </ul>                     | <ul style="list-style-type: none"> <li>Exempt from tax income up to Rs 3 lakh per annum for men</li> <li>Rs 3.5 lakh exemption for women and senior citizens</li> </ul>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Preventing job cuts and pay cuts</li> <li>Income-tax relief</li> <li>Limiting foreign direct investment</li> </ul>                                  |
| <b>Security &amp; terror</b> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Zero-tolerance for terror, be it Muslim or Hindu</li> <li>Identity card for all citizens</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>Revive POTA, have national ID card</li> <li>Deport illegal immigrants, replicate Salwa Judum</li> </ul>                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>Tackling terror, including Hindutva terror</li> <li>Curbing Maoist terror</li> <li>Addressing poverty</li> </ul>                                    |
| <b>Foreign policy</b>        | <ul style="list-style-type: none"> <li>Good ties with the United States</li> <li>Support for Palestinian state</li> <li>Sri Lanka: A solution compatible with Tamil rights</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>Independent strategic nuclear programme</li> <li>Parliamentary approval for foreign treaties</li> </ul>                                 | <ul style="list-style-type: none"> <li>Will renegotiate the nuclear deal</li> <li>No strategic tie-up with the United States, promote a multi-polar world</li> </ul>                       |
| <b>Education</b>             | <ul style="list-style-type: none"> <li>Quality education for all</li> <li>Addition of one model school in every development block</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>New law against ragging, trial in fast-track courts</li> <li>6 per cent GDP earmarked for education</li> </ul>                          | <ul style="list-style-type: none"> <li>6 per cent GDP earmarked for education</li> <li>Introduce Right to Education Bill</li> </ul>  |
| <b>Food security</b>         | <ul style="list-style-type: none"> <li>Enact a National Food Security Act</li> <li>25 kg wheat or rice at Rs 3 per kg to below poverty line families</li> </ul>                       | <ul style="list-style-type: none"> <li>35 kg wheat/rice at Rs 2 a kg for below poverty line families</li> <li>No fertile land for special economic zones</li> </ul>            | <ul style="list-style-type: none"> <li>Re-introduction of the universal public distribution system</li> <li>Subsidised foodgrains under PDS</li> </ul>                                     |

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

18 / 28

## Policy Proposals – 1

### ● Consumption Tax

- Delay the tax increase until April 2017 and reduce other tax rates [LDP, Komeito]
- Delay until other reforms are made [PFG]
- Delay the tax increase indefinitely [DPJ, JIP, PLP]
- Stop the tax increase and reduce the existing tax [SDP, JCP]

### ● Employment

- Expand employment through job diversity [LDP, Komeito]
- Break down seniority system and liberalize labor market [JIP, PFG]
- Oppose deregulation of labor laws. Support regular (full-time) employment [DPJ, PLP, SDP, JCP]

### ● Monetary and Fiscal Policy

- Continue bold monetary policy and flexible fiscal policy [LDP, Komeito]
- Correct excessively loose monetary policy and reckless public works spending [DPJ, JIP, PFG]
- Oppose monetary and fiscal policies that widen inequality [PLP, SDP, JCP]

Horiuchi/Smith/Yamamoto (Dartmouth/Harvard/MIT)

Manifestos and Policy Preferences

19 / 28

## Policy Proposals – 2

- **Economic Growth Strategy**
  - Break down regulatory protection of agriculture and health industries [LDP, JIP, PFG]
  - Activate growth in rural areas and small businesses [Komeito]
  - Increase consumption through employment and childrearing support [DPJ, PLP, SDP, JCP]
- **Nuclear Power**
  - Restart nuclear reactors if proven safe [LDP, Komeito, PFG]
  - Restart nuclear reactors only under strict safety guidelines [DPJ, JIP]
  - Do not restart nuclear reactors [PLP, SDP, JCP]
- **TPP (Trans-Pacific Partnership)**
  - Join TPP, but be prudent about liberalization [LDP, Komeito, DPJ]
  - Join TPP, and actively promote liberalization [JIP, PFG]
  - Oppose joining TPP [PLP, SDP, JCP]

## Policy Proposals – 3

- **Collective Self-Defense**
  - Approve collective self-defense under new laws [LDP, Komeito, PFG]
  - Oppose the reinterpretation decision by the cabinet [DPJ, JIP, PLP]
  - Oppose collective self-defense [SDP, JCP]
- **Constitutional Revision**
  - Create a new constitution written by the Japanese people [LDP, DPJ, JIP, PFG]
  - Add new rights to the existing constitution [Komeito, PLP]
  - Oppose revision and protect the "Peace Constitution" [SDP, JCP]
- **National Assembly Seat Reduction**
  - Follow the recommendation of a special committee to create a better electoral system [LDP, Komeito]
  - Drastically reduce the number of seats [JIP]
  - Reduce the number of seats [DPJ, PFG, PLP]
  - Oppose any reduction of proportional representation seats [SDP, JCP]

# Analysis

- 1 Overall relative importance of issues and positions
  - Estimate average marginal component effects (AMCE; Hainmueller et al. 2014) via OLS
  - $Y$  = whether party was chosen (0 or 1)
  - $X$  = 9 sets of policy issues (i.e. dummy variables)
- 2 Heterogeneity of preferences for each issue position
  - Model coefficients as functions of respondent-level covariates (hierarchical Bayes)
- 3 Ranking of policy bundles
  - Predict choice probability with a flexible model specification
  - Select model from many possible specifications via cross-validation

# Result 1: Overall Preferences

**Consumption Tax**  
 Delay the tax increase until April 2017 and reduce other tax rates [LDP, Komeito]  
 Delay until other reforms are made [PFG]  
 Delay the tax increase indefinitely [DPJ, JIP, PLP]  
 Stop the tax increase and reduce the existing tax [SDP, JCP]

**Employment**  
 Expand employment through job diversity [LDP, Komeito]  
 Break down seniority system and liberalize labor market [JIP, PFG]  
 Oppose deregulation of labor laws. Support regular (full-time) employment [DPJ, PJP, SDP, JCP]

**Monetary and Fiscal Policy**  
 Continue bold monetary policy and flexible fiscal policy [LDP, Komeito]  
 Correct excessively loose monetary policy and reckless public works spending [DPJ, JIP, PFG]  
 Oppose monetary and fiscal policies that widen inequality [PLP, SDP, JCP]

**Economic Growth Strategy**  
 Break down regulatory protection of agriculture and health industries [LDP, JIP, PFG]  
 Activate growth in rural areas and small businesses [Komeito]  
 Increase consumption through employment and childrearing support [DPJ, PLP, SDP, JCP]

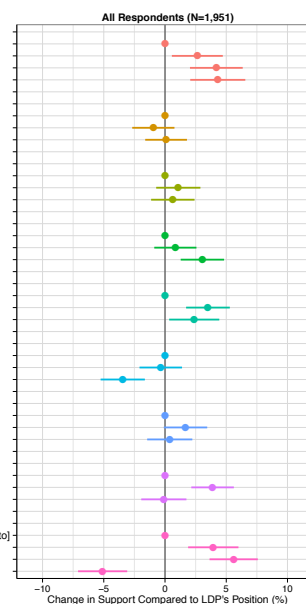
**Nuclear Power**  
 Restart nuclear reactors if proven safe [LDP, Komeito, PFG]  
 Restart nuclear reactors only under strict safety guidelines [DPJ, JIP]  
 Do not restart nuclear reactors [PLP, SDP, JCP]

**TPP (Trans-Pacific Partnership)**  
 Join TPP, but be prudent about liberalization [LDP, Komeito, DPJ]  
 Join TPP, and actively promote liberalization [JIP, PFG]  
 Oppose joining TPP [PLP, SDP, JCP]

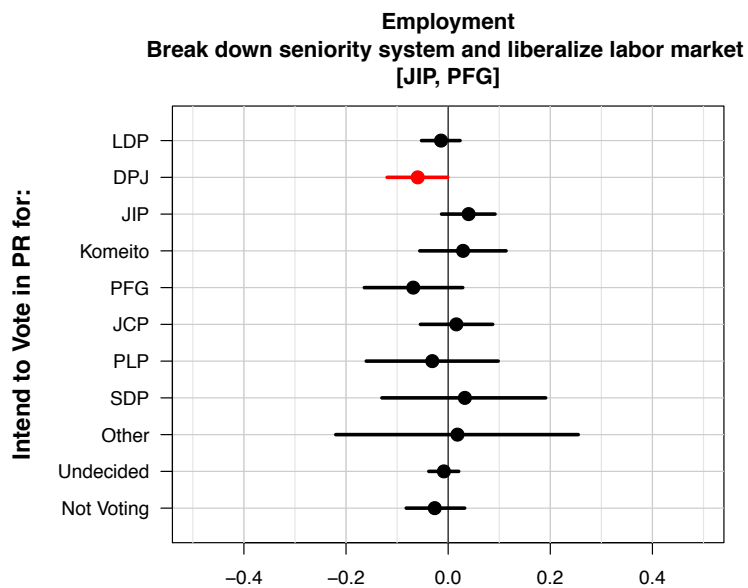
**Collective Self-Defense**  
 Approve collective self-defense under new laws [LDP, Komeito, PFG]  
 Oppose the reinterpretation decision by the cabinet [DPJ, JIP, PLP]  
 Oppose collective self-defense [SDP, JCP]

**Constitutional Revision**  
 Create a new constitution written by the Japanese people [LDP, DPJ, JIP, PFG]  
 Add new rights to the existing constitution [Komeito, PLP]  
 Oppose revision and protect the "Peace Constitution" [SDP, JCP]

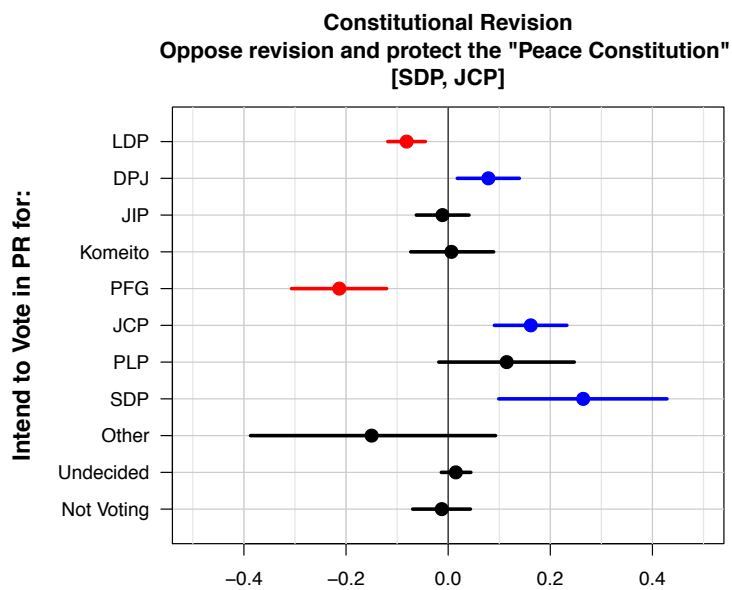
**National Assembly Seat Reduction**  
 Follow the recommendation of a special committee to create a better electoral system [LDP, Komeito]  
 Drastically reduce the number of seats [JIP]  
 Reduce the number of seats [DPJ, PFG, PLP]  
 Oppose any reduction of proportional representation seats [SDP, JCP]



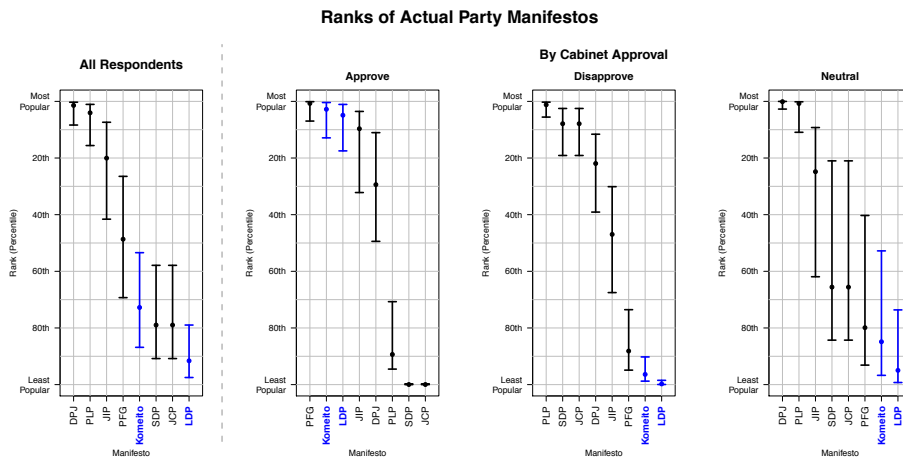
## Result 2: Heterogeneity in Preferences



## Result 2: Heterogeneity in Preferences

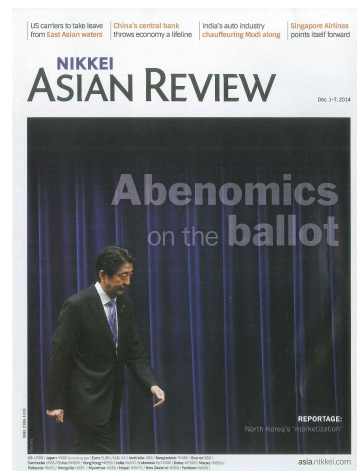


## Result 3: Ranking Actual Manifestos



## Abenomics on the Ballot?

- The media interpreted the 2014 election as if it were a referendum on Abenomics
- After victory, Abe claimed that voters gave him a mandate for continuing Abenomics
- On the contrary, the **Abenomics issues did not affect respondents' preferences between policy bundles**





## Distortion in Preference Aggregation

- On average, respondents preferred the LDP manifesto **the least** among all the actual party manifestos
- Multiple validity checks (Hainmueller et al. 2014) show no evidence of response bias

Possible explanations:

- DPJ failed to nominate enough candidates
- Opposition parties failed to coordinate on candidates
- Voter turnout was a record low
- Systemic factors making policy preferences play lesser roles in Japanese elections
  - Personal vote
  - SNTV incentives

## Conjoint Analysis as a New Tool for Election Surveys

- Study demonstrates the utility of conjoint analysis for studying elections
- Understanding voters' policy preferences is crucial both empirically and normatively
- Standard survey questions are insufficient when preferences are multi-dimensional
- Actual election results are uninformative about policy preferences
- Easy to implement with web-based survey platforms:
  - **Conjoint SDT**: A cross-platform GUI application for designing conjoint surveys
  - **cjoint**: An R package for analyzing randomized conjoint data

# Thank you!

Send comments and questions to: [tepei@mit.edu](mailto:tepei@mit.edu)

## Model Specification for the Heterogeneity Analysis

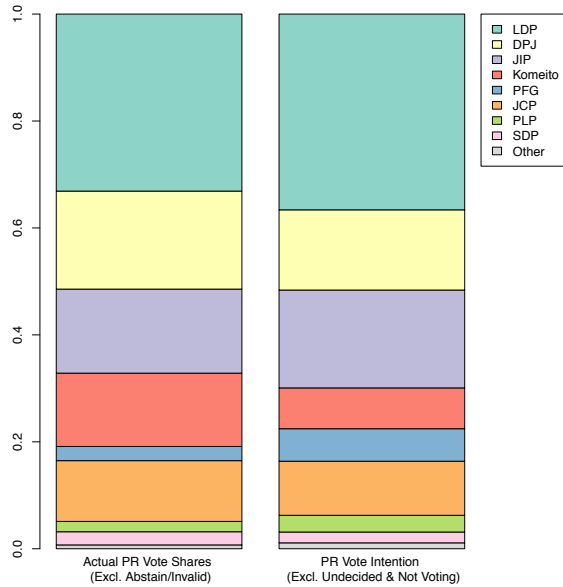
- Model:

$$Y_{ijk} = \beta_{0i} + \sum_{l=1}^9 \sum_{d=2}^{D_l} \beta_{ldi} X_{ldijk} + \varepsilon_{ijk},$$
$$\beta_i = \gamma \text{party}_i + \eta_i,$$

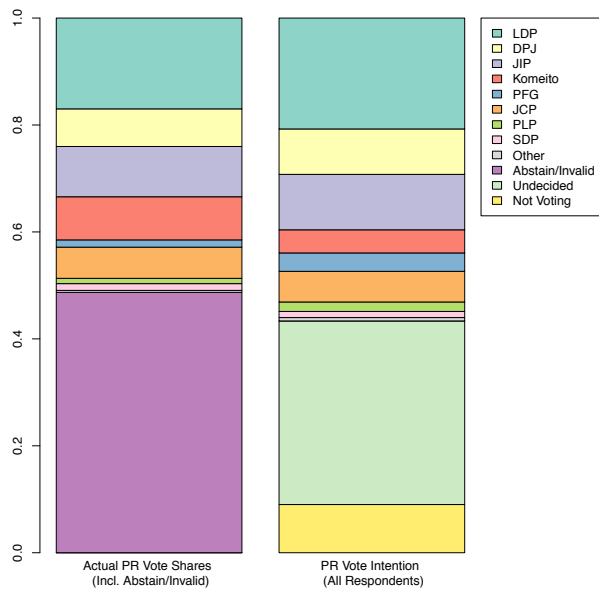
where  $\varepsilon_{ijk} \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$  and  $\eta_i \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \Sigma)$ .

- noninformative priors for  $\gamma$ ,  $\sigma$  and  $\Sigma$
- Quantity of interest from the model:  $\gamma = \mathbb{E}[\beta_i \mid \text{party}]$
- Inference via Gibbs sampling

## PR Vote Intention vs. Actual PR Vote Shares



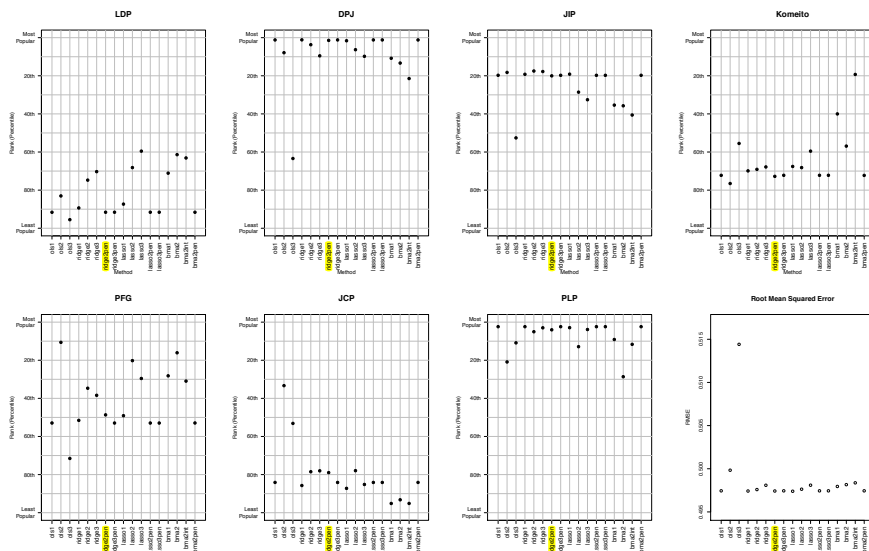
## PR Vote Intention vs. Actual PR Vote Shares



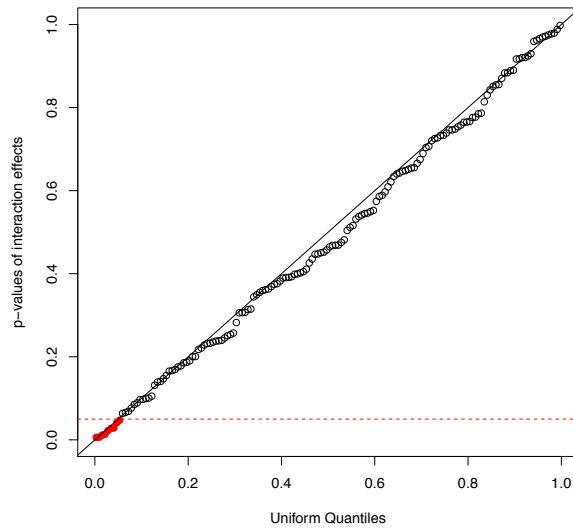
## Model Selection for the Ranking Analysis

- Candidate prediction methods:
  - OLS (w/ no interaction, 2nd order interactions, and 3rd order interactions)
  - Ridge regression
    - w/ no interaction, 2nd order interactions, and 3rd order interactions
    - w/ and w/o penalty on main effects
  - LASSO
    - w/ no interaction, 2nd order interactions, and 3rd order interactions
    - w/ and w/o penalty on main effects
  - Bayesian model averaging (BMA) over all possible predictor combinations
    - w/ and w/o interactions
    - zero prior on models including interactions but not the component main effects
    - zero prior on models not including all of the main effects
- Compare mean squared prediction errors via ten-fold cross-validation

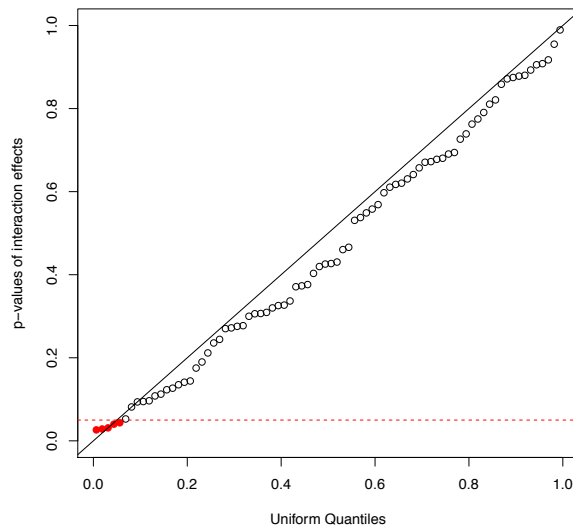
## Comparison of Prediction Methods



## Validity Check 1: No Attribute Order Effect

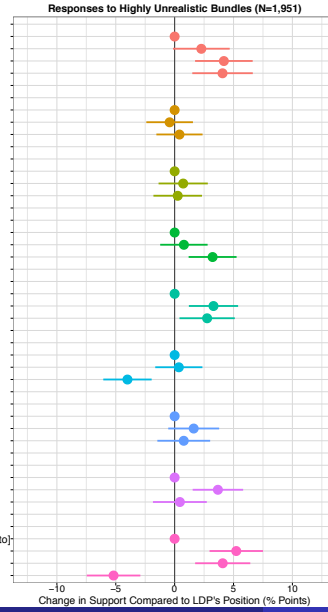


## Validity Check 2: No Satisficing due to Fatigue



# Validity Check 3: No Contamination with Party ID

- Consumption Tax:**
  - Delay the tax increase until April 2017 and reduce other tax rates [LDP, Komeito]
  - Delay until other reforms are made [PFG]
  - Delay the tax increase indefinitely [DPJ, JIP, PLP]
  - Stop the tax increase and reduce the existing tax [SDP, JCP]
- Employment:**
  - Expand employment through job diversity [LDP, Komeito]
  - Break down seniority system and liberalize labor market [JIP, PFG]
  - Oppose deregulation of labor laws. Support regular (full-time) employment [DPJ, PLP, SDP, JCP]
- Monetary and Fiscal Policy:**
  - Continue bold monetary policy and flexible fiscal policy [LDP, Komeito]
  - Correct excessively loose monetary policy and reckless public works spending [DPJ, JIP, PFG]
  - Oppose monetary and fiscal policies that widen inequality [PLP, SDP, JCP]
- Economic Growth Strategy:**
  - Break down regulatory protection of agriculture and health industries [LDP, JIP, PFG]
  - Activate growth in rural areas and small businesses [Komeito]
  - Increase consumption through employment and childrearing support [DPJ, PLP, SDP, JCP]
- Nuclear Power:**
  - Restart nuclear reactors if proven safe [LDP, Komeito, PFG]
  - Restart nuclear reactors only under strict safety guidelines [DPJ, JIP]
  - Do not restart nuclear reactors [PLP, SDP, JCP]
- TPP (Trans-Pacific Partnership):**
  - Join TPP, but be prudent about liberalization [LDP, Komeito, DPJ]
  - Join TPP, and actively promote liberalization [JIP, PFG]
  - Oppose joining TPP [PLP, SDP, JCP]
- Collective Self-Defense:**
  - Approve collective self-defense under new laws [LDP, Komeito, PFG]
  - Oppose the reinterpretation decision by the cabinet [DPJ, JIP, PLP]
  - Oppose collective self-defense [SDP, JCP]
- Constitutional Revision:**
  - Create a new constitution written by the Japanese people [LDP, DPJ, JIP, PFG]
  - Add new rights to the existing constitution [Komeito, PLP]
  - Oppose revision and protect the "Peace Constitution" [SDP, JCP]
- National Assembly Seat Reduction:**
  - Follow the recommendation of a special committee to create a better electoral system [LDP, Komeito]
  - Reduce the number of seats [DPJ, PFG, PLP]
  - Drastically reduce the number of seats [JIP]
  - Oppose any reduction of proportional representation seats [SDP, JCP]



# APPORTIONMENT BEHIND THE VEIL OF UNCERTAINTY\*

By JUNICHIRO WADA  
Yokohama City University

Apportionment of representatives is a basic rule of everyday politics. By definition, this basic rule is a constitutional stage problem and should be decided behind the veil of uncertainty. To bring apportionment closer to quotas, we introduce  $f$ -divergence for utilitarianism and Bregman divergence for consistent optimization. Even in our less restricted condition, we find that we must use  $\alpha$ -divergence for optimization and show that the minimization of  $\alpha$ -divergence induces the same divisor methods that correspond to the maximization of the Kolm–Atkinson social welfare function (or the expected utility function), which is bounded by constant relative risk aversion. JEL Classification Numbers: D63, D72.

## 1. Introduction

The US Constitution decrees that representatives shall be “apportioned among the several states ... according to their respective numbers”. While this appears to provision for equity between the states, since the Great Compromise, the philosophy of the House of Representatives has been equity between the people (i.e. “one-person one-vote, one-vote one-value”) rather than equity between states (i.e. equal allocation to each state), which is employed in the apportionment of seats in the US Senate.

Hence, equity between the people must be the objective of the state-level apportionment of representatives. However, while mathematically feasible, this objective remains difficult to achieve in practice, as there cannot be any fractional assignment of seats. Numerous studies, such as Huntington (1928) and Balinski and Young (1982), have recommended approaches to deal with this issue. However, they have treated this problem from the perspective of equity between states.

The only exception may be Wada (2012). As is the case of the income equality evaluation, Wada (2012) uses the Kolm–Atkinson social welfare function for the apportionment problem and obtains divisor methods, including those of Jefferson (d’Hondt), Webster (Sainte-Laguë), Hill (US House) and Adams (1+ d’Hondt). While the Kolm–Atkinson social welfare function is the most commonly used function, it depends on the specialization of the utility function form. In the present paper, we use a less restrictive form and show the superiority of the divisor apportionment method supported by the Nash social welfare function, which is one form of the Kolm–Atkinson social welfare function.

The remainder of the paper is structured as follows. Section 2 contains a literature review of past research in this area and highlights the limitations of these studies. In Section 3, we introduce the general idea of “quasidistance” or divergence and suggest its use in obtaining apportionments closer to population quotas. Section 4 introduces various divergence measures; namely, the  $f$ -divergence for utilitarianism, the Bregman divergence for consistent optimization, the  $\alpha$ -divergence and the Kullback–Leibler divergence. We find that we must use  $\alpha$ -divergence for optimization even in our less restricted condition. Section 5 shows that

---

\* A previous version of the paper was presented at a Japan Law and Economics Association seminar, to the Public Choice Society, and to the Japanese Economic Association under the title of “Apportionment Method from the Viewpoint of Divergence”.

the minimization of  $\alpha$ -divergence induces the same divisor methods that are induced by the Kolm–Atkinson social welfare function bounded by constant relative risk aversion. Section 6 discusses and provides concluding remarks.

## 2. Literature review

As the principle of the apportionment of representatives is “one-person one-vote, one-vote one-value”, equity between people must be the final objective. If we could apportion representatives to states perfectly in proportion to their populations, this principle would be feasible to uphold in practice. However, this is not usually the case. Historically, three methods have been considered to find a solution: (i) the comparison of two states based on “average” values; (ii) the divisor method, using infinitely many kinds of thresholds to round up or down to find an “unbiased” one; and (iii) the constrained optimization of certain objective functions, including distance and social welfare functions.

### 2.1 Equity between states: The “average” values method

Huntington (1928) is the pioneer of inclusive research in this area. He compares two states by using data on the “average” values of each state  $j$ , such as per capita representatives ( $n_j/N_j$ ) or per representative population (average district population in single-member district cases) ( $N_j/n_j$ ), where  $n_j$  is the number of representatives of state  $j$  and  $N_j$  is the population of state  $j$ .

The Hill method is used to reduce the relative difference between overrepresented state  $A$  and underrepresented state  $B$ ; that is,  $((N_B/n_B)/(N_A/n_A)) - 1$  or  $1 - ((n_B/N_B)/(n_A/N_A))$ . In contrast, if we try to reduce the absolute difference, we use the Dean method in the case of  $(N_B/n_B) - (N_A/n_A)$  and the Webster method in the case of  $(n_A/N_A) - (n_B/N_B)$ . Huntington (1928) tests all these combinations and finds five traditional methods; namely, the Adams, Dean, Hill, Webster and Jefferson methods. Because the Hill method is uniquely located at the centre of the five methods on the axis from small state advantageous to big state advantageous, he recommends the Hill method, which uses the relative differences between two states and continues to be applied for the US House of Representatives.

Huntington (1928) uses per capita representatives ( $n_j/N_j$ ) or per representative population ( $N_j/n_j$ ) as the criterion, but his concern is the equity between states and not between the people (or representatives).

### 2.2 Equity between states: The divisor method

Balinski and Young (1982) advocate divisor methods, which are the only approaches to avoid the population paradox (in addition, all the divisor methods avoid the Alabama and new states paradoxes).<sup>1</sup> All divisor methods choose a population-to-representatives ratio as a target and

<sup>1</sup> The population paradox is defined as the case where two states have populations increasing at different rates and a state with rapid growth loses a legislative seat to a state with slower growth. In a real case in Japan, with 300 seats in total, a prefecture with increasing population between 1985 and 1990 lost a legislative seat to a prefecture with decreasing population (Wada, 1991). The Alabama paradox is the case where increasing the total number of seats would decrease the number of seats allocated to a particular state. It is named after the actual case of Alabama following the 1880 census. The new state paradox is defined as the phenomenon that adding a new state with its fair share of seats could affect the number of seats allocated to other states. Specifically, we could end up with a scenario whereby adding a new state gives more representation to an existing state, given a fixed number of total representatives (Balinski and Young, 1982).



divide the populations of the states by this ratio or “divisor”  $x$  to obtain quotients. Each divisor method has its own threshold, with which the quotients are rounded up or down to the nearest whole number. The whole numbers obtained must then sum to the given number of seats; if the sum is too large (small), the divisor is adjusted upward (downward) until the correct sum results.

The typical round-off thresholds would be 0.5, 1.5, 2.5 and so on. This case uses the Webster (Sainte-Laguë) method. As Table 1 shows, in the case of this population distribution and with seven seats in total, choosing 327–332 for divisor  $x$  provides the apportionment by the Webster method for this situation.

From the sets of serial nonnegative integers,  $m - 1$  and  $m$ , these different methods use different thresholds. Adams (1 + d’Hondt) uses the smaller thresholds, Dean uses the harmonic means, Hill (US House) uses the geometric means, Webster (Sainte-Laguë) uses the arithmetic means and Jefferson (d’Hondt) uses the larger thresholds. Other than these traditional five divisor methods, we could choose any (infinite sets of) thresholds as in the case of modified Sainte-Laguë, Imperiali and Danish.

While divisor methods assure a certain degree of equity between states, they offer no assurance of equity between the people. Of the multitude of possible divisor methods, Balinski and Young (1982) choose the Webster method as the only unbiased divisor method that eliminates any systematic advantage to either small or large states. For the final choice of methods, they also use equity between states as in the case of Huntington (1928).

### 2.3 Equity between states: Minimizing distance

Constrained optimization is a typical approach in economics or operations research. According to Wada (2010), popular indexes, such as Rae, Loosemore–Hanby, Gallagher (least squares) and largest deviation, are based on the distance ( $L_p$ -norm) between population quotient  $\mathbf{N}$  ( $N_j/N$ ) and apportionment quotient  $\mathbf{n}$  ( $n_j/n$ ), or between quota  $\mathbf{q}$  ( $q_j = (N_j/N)n$ ) and apportionment  $\mathbf{n}$  ( $n_j$ ).<sup>2</sup>

If we use these indexes for the objective functions, their optimal integer solution for apportionment is given by the Hamilton method of largest remainder as per Birkhoff (1976). This method takes quotas as the cue. It computes the quotas and then gives to each state the whole number contained in its quota. The seats left over are then distributed to the states that have the larger remainders.

Although the Hamilton method leads to the population paradox, the solution stays within the quota because it uses the quota as the cue.<sup>3</sup> Here, we focus our attention on the fact that each term summed without any weight for the objective function ( $L_p$ -norm) represents each state. This objective function concerns equity between states but not equity between representatives or between the people.

Let us use the numerical example of Saari (1994), a supporter of the Hamilton method. As Table 2 shows, the apportionment by the Hamilton method (the largest remainder method) minimizes the  $L_2$ -norm (Euclidean distance) between quota  $\mathbf{q}$  and apportionment  $\mathbf{n}$ . However, after apportionment, even if each state makes districts equal, the distance between the district

<sup>2</sup> Please refer to Table 4 for a list of all notation used in this paper.

<sup>3</sup> According to Balinski and Young (1982), no method avoids the population paradox while always staying within the quota.

TABLE 1  
 Divisor method with the thresholds of 0.5, 1.5, 2.5 and so on: Webster method (Sainte-Laguë method)

| State            | A        |                | B        |                | C        |                | Sum of population     |
|------------------|----------|----------------|----------|----------------|----------|----------------|-----------------------|
| State population | 1,130    |                | 830      |                | 490      |                | 2,450                 |
| $x$ (divisor)    | Quotient | Rounded number | Quotient | Rounded number | Quotient | Rounded number | Sum of rounded number |
| 326              | 3.466    | 3              | 2.546    | 3              | 1.503    | 2              | 8                     |
| 327              | 3.456    | 3              | 2.538    | 3              | 1.498    | 1              | 7                     |
| 332              | 3.404    | 3              | 2.500    | 3              | 1.476    | 1              | 7                     |
| 333              | 3.393    | 3              | 2.492    | 2              | 1.471    | 1              | 6                     |

TABLE 2  
 Distance between state quota and state apportionment

| State  | State population | State quota | Apportionment methods                    |                             |                                   |
|--|------------------|-------------|--|-----------------------------|-----------------------------------|
|  |                  |             | Hamilton largest remainder apportionment | Hill US House apportionment | Webster Saint-Laguë apportionment |
| A  | 1,570            | 1,570       | 1  | 2                           | 2                                 |
| B  | 26,630           | 26,630      | 27                                       | 27                          | 27                                |
| C  | 171,800          | 171,800     | 172                                      | 171                         | 171                               |
| Total  | 200,000          | 200,000     | 200                                      | 200                         | 200                               |
| Euclidean distance between state quota and state apportionment |                  |             | 0.708                                    | 0.981                       | 0.981                             |

quota and apportionment (1 for each district) is not minimized by using the Hamilton method (refer to Table 3).<sup>4</sup> According to the state populations or their quotas, the Hamilton method provides a closer apportionment than do the Hill or Webster methods. However, after apportionment, single-member districts result. Indeed, the average district quotas of Hamilton show that the apportionment is more unfair than the apportionments of Hill or Webster (1.57 for state A in Hamilton compared with 1.005 for state C in Hill or Webster). Thus, while the cue of the Hamilton method is the quota, it considers only equity between states and not equity between representatives (districts) or populations.

### 2.4 Equity between people: Maximizing social welfare

Wada (2012) considers representatives as income or wealth and uses the Kolm–Atkinson social welfare function as the objective function. As the following shows, the Kolm–Atkinson social welfare function is utilitarian; hence, we can consider its maximization as an expected utility maximization on the constitutional stage behind the veil of uncertainty. This would be a typical criterion used by economists for the equity between the people:

<sup>4</sup> In the apportionment stage, the Euclidean distance between quota vector  $\mathbf{q}$  and apportionment vector  $\mathbf{n}$  is computed by  $\sqrt{(n_A - \frac{N_A}{N}n)^2 + (n_B - \frac{N_B}{N}n)^2 + (n_C - \frac{N_C}{N}n)^2}$ . After equal districting by each state, this becomes  $\sqrt{n_A(1 - \frac{N_A}{N}n)^2 + n_B(1 - \frac{N_B}{N}n)^2 + n_C(1 - \frac{N_C}{N}n)^2}$ .

TABLE 3  
Distance between district quota and district apportionment

| State  | Apportionment methods      |               |                     |              |
|--|----------------------------|---------------|---------------------|--------------|
|  | Hamilton largest remainder | Hill US House | Webster Saint-Laguë |              |
| State district (apportionment)   | A                          | 1             | 2                   | 2            |
|  | B                          | 27            | 27                  | 27           |
|  | C                          | 172           | 171                 | 171          |
| Average district population  | A                          | 1570          | 785                 | 785          |
|  | B                          | 986           | 986                 | 986          |
|  | C                          | 999           | 1005                | 1005         |
| Average district quota   | A                          | 1.570         | 0.785               | 0.785        |
|  | B                          | 0.986         | 0.986               | 0.986        |
|  | C                          | 0.999         | 1.005               | 1.005        |
| Euclidean distance between district quota and district apportionment (1) |                            | <b>0.575</b>  | <b>0.318</b>        | <b>0.318</b> |

$$KASWF^\varepsilon = \sum_j \frac{N_j}{N} \frac{1}{(1-\varepsilon)} \left( \left( \frac{\frac{n_j}{N_j}}{\frac{n}{N}} \right)^{(1-\varepsilon)} - 1 \right). \tag{1}$$

Here,  $\varepsilon \rightarrow \infty$  converts Equation (1) into the Rawlsian social welfare function,  $\varepsilon \rightarrow 1$  makes it the Nash social welfare function, and  $\varepsilon = 0$  makes it the Benthamian social welfare function.<sup>5</sup>

Wada (2012) multiplies the function by  $(-1/\varepsilon)$  and turns the maximization problem into a minimization problem of the generalized entropy index ( $\alpha \equiv 1 - \varepsilon$ ):

$$E^\alpha = \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \sum_j \frac{1}{N} N_j \left( \left( \frac{\frac{n_j}{N_j}}{\frac{n}{N}} \right)^\alpha - 1 \right). \tag{2}$$

Here,  $\alpha \rightarrow 0$  ( $\varepsilon \rightarrow 1$ ), corresponding to the Nash social welfare function, makes Equation (2) the mean log deviation;  $\alpha \rightarrow 1$  ( $\varepsilon \rightarrow 0$ ), corresponding to the Benthamian, makes it the Theil index; and  $\alpha = 2$  makes it half of the squared coefficient of variation.

Against the background of the veil of uncertainty, by minimizing the generalized entropy indexes for the integer solutions, Wada (2012) succeeds in finding divisor methods with the thresholds of the Stolarsky mean. This includes four of the five traditional divisor methods as well as the divisor methods with the thresholds of the logarithmic mean founded by the Nash social welfare function and the identric mean founded by the Benthamian social welfare function, respectively.

Because Wada (2012) starts with the Kolm–Atkinson social welfare function, we could say that this concerns equity between the people. However, although the utility function with constant relative risk aversion is the utility function used most often in economics, the Kolm–Atkinson social welfare function depends on the specialization of the utility function form.

<sup>5</sup> The Adams method corresponds to the Rawlsian social welfare function and the Hill method corresponds to the case of  $\varepsilon = 2$ .

<sup>6</sup> The harmonic mean, which is the threshold for the Dean method, is not the Stolarsky mean.

Moreover, it does not derive the Dean method<sup>6</sup> or the divisor methods used in the real world, such as the modified Sainte-Laguë, Imperiali and Danish methods.

For equity between the people on the constitutional stage, behind the veil of uncertainty, we should consider using a more general objective function form consistent with utilitarianism or expected utility maximization, and find the best apportionment method. In this paper, we use “quasidistance” or divergence instead of “distance” associated with the  $L_p$ -norm in order to bring the apportionment vector  $\mathbf{n}$  closer to the quota vector  $\mathbf{q}$ , or to bring the apportionment quotient vector  $\mathbf{Q}$  closer to the population quotient vector  $\mathbf{P}$ . In Section 3, we introduce the notion of divergence compared with that of distance, and elaborate on its characteristics in Section 4.

### 3. Divergence

Using the notation in Table 4, distance is a function that assigns a real number  $d(\mathbf{u}||\mathbf{v})$  to every ordered pair of points  $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ . The distance axioms are as follows:

- a Non-negativity  
For all  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ,  $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) \geq 0$ .
- b Zero property  
 $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = 0$  if and only if,  $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ .
- c Symmetry  
For all  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ,  $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = d(\mathbf{v}||\mathbf{u})$ .
- d Triangle inequality  
For all  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$  and  $\mathbf{w}$ ,  $d(\mathbf{u}||\mathbf{v}) \leq d(\mathbf{u}||\mathbf{w}) + d(\mathbf{w}||\mathbf{v})$ .

Like distance, divergence is a function that assigns a real number  $D(\mathbf{u}||\mathbf{v})$  to every ordered pair of points  $(\mathbf{u}, \mathbf{v})$ . The divergence axioms are as follows:

- a Non-negativity  
For all  $\mathbf{u}, \mathbf{v}$ ,  $D(\mathbf{u}||\mathbf{v}) \geq 0$ .
- b Zero property  
 $D(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = 0$  if and only if  $\mathbf{u} = \mathbf{v}$ .
- c Positive definite

Vectors  $\mathbf{u}$  and  $\mathbf{v}$  are located near each other and the coordinates are  $\mathbf{u}$  and  $\mathbf{u} + d\mathbf{u}$ . We can express  $D(\mathbf{u}||\mathbf{u} + d\mathbf{u})$  as a Taylor expansion,  $D(\mathbf{u}||\mathbf{u} + d\mathbf{u}) = \frac{1}{2} \sum g_{ij}(\mathbf{u}) du_i du_j$ .

TABLE 4  
Notation

| Notation                      | Definition  | Formula                      | Vector                           | Sum            |
|-------------------------------|---|------------------------------|----------------------------------|----------------|
| $n_j$ :                       | Number of representatives for state $j$   |                              | $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots)$ | $\sum n_j = n$ |
| $Q_j$ :                       | Apportionment quotient for state $j$  | $Q_j = n_j/n$                | $\mathbf{Q} = (Q_1, Q_2, \dots)$ | $\sum Q_j = 1$ |
| $N_j$ :                       | Population in state $j$   |                              | $\mathbf{N} = (N_1, N_2, \dots)$ | $\sum N_j = N$ |
| $P_j$ :                       | Population quotient for state $j$   | $P_j = N_j/N$                | $\mathbf{P} = (P_1, P_2, \dots)$ | $\sum P_j = 1$ |
| $q_j$ :                       | Quota for state $j$   | $q_j = (N_j/n) n$            | $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots)$ | $\sum q_j = n$ |
| $\varepsilon$ :               | Relative risk aversion parameter ( $\varepsilon > 0$ : risk averse, $\varepsilon = 0$ : risk neutral) |                              |                                  |                |
| $\alpha$ :                    | Parameter for generalized entropy and $\alpha$ -divergence  | $\alpha = 1 - \varepsilon$ . |                                  |                |
| $d(\mathbf{u}  \mathbf{v})$ : | Distance from vector $\mathbf{u}$ to vector $\mathbf{v}$  |                              |                                  |                |
| $D(\mathbf{u}  \mathbf{v})$ : | Divergence from vector $\mathbf{u}$ to vector $\mathbf{v}$  |                              |                                  |                |

Here,  $G(\mathbf{u})=(g_{ij}(\mathbf{u}))$  is strictly positive definite.

As shown in Subsection 2.3,  $L_p$ -norm or ordinal distances are not suitable for evaluating the closeness between the population quotient and the representative quotient. Hence, it may be desirable to use “quasidistance” or divergence to evaluate the equity between the people. Divergence is often used in statistics and information geometry to judge how close distributions are. Thus, it is a suitable function with which to judge the closeness of apportionment distribution to population distribution itself. Here, we need neither triangle inequality nor symmetry. In the apportionment problem, the origin must be a population distribution and we simply choose the closest apportionment distribution.

There are many kinds of divergences in mathematics, and we must choose the form that is suitable for our constitutional apportionment problem.

## 4. Divergence measures

### 4.1 $f$ -divergence

For the constitutional stage behind the veil of uncertainty, utilitarianism is employed for the expected utility maximization.  $F$ -divergence may be suitable for this purpose.

The  $f$ -divergence from vector  $\mathbf{u}$  to vector  $\mathbf{v}$  is defined as follows:

$$D^f(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = \sum u_j f\left(\frac{v_j}{u_j}\right), \tag{3}$$

where  $f: \mathfrak{R}^+ \rightarrow \mathfrak{R}$ , convex,  $f(1)=0$

$$0f\left(\frac{0}{0}\right) = 0, \quad f(0) = \lim_{t \rightarrow 0} f(t), \quad 0f\left(\frac{a}{0}\right) = \lim_{t \rightarrow 0} tf\left(\frac{a}{t}\right).$$

Because we intend to measure the divergence from the quota vector  $\mathbf{q}$  to the apportionment vector  $\mathbf{n}$ , or the divergence from the population quotient vector  $\mathbf{P}$  to the apportionment quotient vector  $\mathbf{Q}$ , the requirement of the domain  $\mathfrak{R}^+$  is suitable. As in the case of the United States, we can divide each state equally. Thus, we can use  $\frac{n_j}{q_j} \left( \frac{n_j}{N_j n} = \frac{n_j}{N_j} \cdot \frac{N}{n} \right)$  or  $\frac{Q_j}{P_j}$

$\left( \frac{\sum n_j}{\sum N_j} = \frac{n_j}{N_j} \cdot \frac{N}{n} \right)$  for the value of  $\frac{v_j}{u_j}$  and weight each  $f$  with its “population”  $q_j$  or  $P_j$ , for the perspective of the people. Furthermore, if we define  $U(t) = -f(t)$ , then  $U(t)$  becomes a concave function; hence, the minimization of the divergence problem may be understood as the maximization of utilitarian social welfare with a general individual utility function,  $U(t)$  or  $U\left(\frac{n_j}{N_j} \cdot \frac{N}{n}\right)$  in both cases. Thus, we should use  $f$ -divergence for utilitarianism or optimization on the constitutional stage behind the veil of uncertainty.

### 4.2 Bregman divergence

Bregman divergence is often used for optimization problems, especially in machine learning. The Bregman divergence from vector  $\mathbf{u}$  to vector  $\mathbf{v}$  is defined as follows:

$$D^{Bregman}(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = \phi(\mathbf{v}) - \phi(\mathbf{u}) - \langle \mathbf{v} - \mathbf{u}, \nabla \phi(\mathbf{u}) \rangle. \tag{4}$$

Here,  $\phi$  is a strictly convex and continuously differentiable function. If we use the squared magnitude of vector  $\|\mathbf{u}\|^2$  for  $\phi$ ,  $D^{Bregman}$  becomes the squared Euclidean distance. Figure 1 shows the Bregman divergence in one dimension, indicating that the requirement of strict convexity is good for consistent optimization. Indeed, it is necessary for apportionment problems without arbitrariness.

### 4.3 $\alpha$ -divergence and Kullback–Leibler divergence

Amari (2009) finds that “ $\alpha$ -divergence is unique, belonging to both  $f$ -divergence and Bregman divergence classes”. The study showed that the class of  $\alpha$ -divergence is the intersection of the classes of  $f$ -divergence and Bregman divergence in a manifold of positive measures. Kullback–Leibler (KL) divergence and its duality are the only divergences belonging to the intersection of  $f$ -divergence and Bregman divergence in the space of the probability distribution. In order to use  $f$ -divergence for utilitarianism and Bregman divergence for non-arbitrariness, we must use  $\alpha$ -divergence for our objective function.

For vector  $\mathbf{u}$  to vector  $\mathbf{v}$ ,  $\alpha$ -divergence in a manifold of positive measures (where  $u = \sum u_j$  and  $v = \sum v_j$ ) can be defined as follows:

$$\begin{aligned} D^\alpha(\mathbf{u}||\mathbf{v}) &= \sum u_j \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \left( \left( \frac{v_j}{u_j} \right)^\alpha - 1 \right) + \frac{v-u}{1-\alpha} \\ &= \sum \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \left( (v_j)^\alpha (u_j)^{1-\alpha} - u_j \right) + \frac{v-u}{1-\alpha} \\ &= \sum v_j \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \left( \left( \frac{u_j}{v_j} \right)^{1-\alpha} - 1 \right) + \frac{u-v}{\alpha} = D^{1-\alpha}(\mathbf{v}||\mathbf{u}). \end{aligned} \tag{5}$$

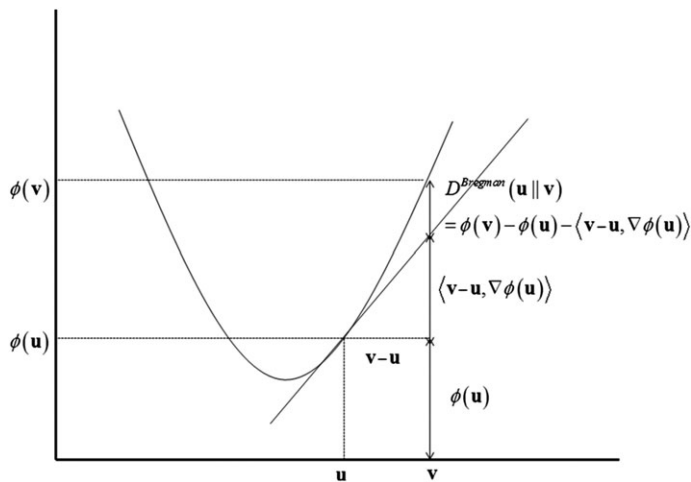


FIGURE 1. Bregman divergence in one dimension

When  $\alpha \rightarrow 0$ , Equation (5) becomes

$$\begin{aligned} D^0(\mathbf{u}||\mathbf{v}) &= \sum u_j \left( -\log \left( \frac{v_j}{u_j} \right) \right) + u - v \\ &= \sum v_j \frac{u_j}{v_j} \log \left( \frac{u_j}{v_j} \right) + u - v = D^1(\mathbf{v}||\mathbf{u}). \end{aligned} \tag{6}$$

When  $\alpha \rightarrow 1$ , Equation (5) becomes:

$$\begin{aligned} D^1(\mathbf{u}||\mathbf{v}) &= \sum u_j \frac{v_j}{u_j} \log \left( \frac{v_j}{u_j} \right) + v - u \\ &= \sum v_j \left( -\log \left( \frac{u_j}{v_j} \right) \right) + v - u = D^0(\mathbf{v}||\mathbf{u}). \end{aligned} \tag{7}$$

Kullback–Leibler divergence is  $\alpha$ -divergence in the case of  $\alpha \rightarrow 0$ , and, thus, in the space of the probability distribution where  $u=v=1$ , it can be defined as follows:

$$D^0(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = \sum u_j \left( -\log \left( \frac{v_j}{u_j} \right) \right). \tag{8}$$

The duality of Equation(5) is the case of  $\alpha \rightarrow 1$ , whereby:

$$D^1(\mathbf{u}||\mathbf{v}) = \sum u_j \frac{v_j}{u_j} \log \left( \frac{v_j}{u_j} \right). \tag{9}$$

## 5. Apportionment for minimizing $\alpha$ -divergence and Kullback–Leibler divergence

Utilitarianism and non-arbitrariness are suitable characteristics for the apportionment of the constitutional stage behind the veil of uncertainty. Hence, we require these two conditions for our objective function. Under our requirement of using  $f$ -divergence and Bregman divergence, we must minimize the  $\alpha$ -divergence from the quota vector  $\mathbf{q}$  to the apportionment vector  $\mathbf{n}$ . Because  $\sum n_j = n = \sum q_j$ ,  $\alpha$ -divergence is calculated as follows:

$$\begin{aligned} D^\alpha(\mathbf{q}||\mathbf{n}) &= \sum \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \left( (n_j)^\alpha (q_j)^{1-\alpha} - q_j \right) \\ &= \sum \frac{1}{\alpha(\alpha-1)} \left( (n_j)^\alpha (N_j)^{1-\alpha} \left( \frac{n}{N} \right)^{1-\alpha} - \frac{N_j}{N} n \right). \end{aligned} \tag{10}$$

When  $\alpha \neq 0$  and  $\alpha \neq 1$ , because the optimal apportionment ( $\mathbf{n}$ ) minimizes the divergence, it must satisfy the following condition:  $\forall s, t, s \neq t$  and  $n_s > 0, n_t \geq 0$

$$\frac{1}{\alpha(\alpha - 1)}((n_s - 1)^\alpha N_s^{1-\alpha} + (n_t + 1)^\alpha N_t^{1-\alpha}) \geq \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)}(n_s^\alpha N_s^{1-\alpha} + n_t^\alpha N_t^{1-\alpha}). \tag{11}$$

Equation (11) implies the following:

$$\min_{n_s > 0} \left( \frac{N_s}{\left(\frac{n_s^\alpha - (n_s - 1)^\alpha}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}} \right) \geq \max_{n_t \geq 0} \left( \frac{N_t}{\left(\frac{(n_t + 1)^\alpha - n_t^\alpha}{\alpha}\right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}} \right). \tag{12}$$

Because the apportionment obtained by Equation (12) satisfies the divisor methods (Balinski and Young, 1982), we can restate it as follows. Find a divisor  $x$  so that all the  $n_j$ s, which are the “special rounded” numbers of the quotients of states  $N_j/x$ , add up to the required total,  $n$ . Here, special rounded refers to being rounded up when the quotient is equal to or greater than the Stolarsky mean  $\left(\frac{n_j^\alpha - (n_j - 1)^\alpha}{\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$  of both side integers  $(n_j - 1)$  and  $n_j$ .

To summarize, we obtain the following propositions.

**Proposition 1:** *To minimize the Bregman divergence and  $f$ -divergence, or  $\alpha$ -divergence, from quotas to apportionment, we must use the divisor apportionment method with the threshold of the Stolarsky mean of both side integers  $(n_j - 1)$  and  $n_j$ .*

When  $\alpha \rightarrow -\infty$ , we obtain the minimum number  $(n_j - 1)$ . This represents the Adams method (1 + d’Hondt method). An  $\alpha$  value of  $-1$  results in the geometric mean and refers to the Hill method (US House of Representatives method). When  $\alpha \rightarrow 0$ , the threshold becomes the logarithmic mean,<sup>7</sup>  $\frac{1}{\log n_j - \log(n_j - 1)}$ , and when  $\alpha \rightarrow 1$ , the threshold becomes the identric mean,  $\frac{n_j^{n_j}}{e^{(n_j - 1)^{n_j - 1}}}$ .<sup>8</sup> An  $\alpha$  value of 2 results in the arithmetic mean and the Webster method (Sainte-Laguë method). When  $\alpha \rightarrow \infty$ , we arrive at the maximum number,  $n_i$ . This represents the Jefferson method (d’Hondt method). We summarize the results in Table 5.

The Jefferson method ( $\alpha \rightarrow \infty$ ) is equivalent to the D’Hondt method where it is a well-known practice to use the sequence of divisors 1, 2, 3 etc. In contrast, the Webster method ( $\alpha = 2$ ) SS is equivalent to the Sainte-Laguë method whereby it is common to use odd-numbered divisors (1, 3, 5 and so on), which is equivalent to the use of 0.5, 1.5, 2.5 etc. Huntington (1928) introduced the use of the sequence  $0, \sqrt{1 \cdot 2} = 1.414\dots, \sqrt{2 \cdot 3} = 2.449\dots$ , etc. for the US House or Hill method ( $\alpha = -1$ ). Here we introduce the use the divisors  $0, \frac{1}{\log 2 - \log 1} = 1.442\dots, \frac{1}{\log 3 - \log 2} = 2.466\dots$  etc. for Nash ( $\alpha \rightarrow 0$ ), and  $\frac{1}{e} = 0.367\dots, \frac{2^2}{e \cdot 1^1} = 1.471\dots, \frac{3^3}{e \cdot 2^2} = 2.483\dots$  etc. for Benthamian ( $\alpha \rightarrow 1$ ).

<sup>7</sup> We consider  $0^0 = 1$ .

<sup>8</sup> We consider  $0 \log 0 = 0$  and  $0^0 = 1$ .



TABLE 5  
Quotients needed for seats

| Traditional name of the methods | Adams<br>1 + d'Hondt | Hill<br>US House  | Nash                                   | Benthamian       | Webster<br>Sainte-Laguë | Jefferson<br>D'Hondt |
|---------------------------------|----------------------|-------------------|--|------------------|-------------------------|----------------------|
| Kolm–Atkinson                   | Rawlsian             |                   |  |                  |                         |                      |
| SWF                             | SWF                  |                   | SWF                                    | SWF              |                         |                      |
| $\varepsilon$                   | $\infty$             | 2                 | 1                                      | 0                |                         |                      |
| G.entropy<br>(Wada, 2012)       |                      | $1/2cv^2$         | MLD                                    | Theil<br>index   | $1/2CV^2$               |                      |
| $\alpha$ -divergence            | $-\infty$            | -1                | 0                                      | 1                | 2                       | $\infty$             |
| Stolarsky<br>mean               | Minimum              | Geometric<br>mean | (KL-divergence)<br>Logarithmic<br>mean | Identric<br>mean | Arithmetic<br>mean      | Maximum              |
| 1                               | 0                    | 0                 | 0                                      | 0.3679           | 0.5                     | 1                    |
| 2                               | 1                    | 1.4142            | 1.4427                                 | 1.4715           | 1.5                     | 2                    |
| 3                               | 2                    | 2.4495            | 2.4663                                 | 2.4832           | 2.5                     | 3                    |
| 4                               | 3                    | 3.4641            | 3.4761                                 | 3.4880           | 3.5                     | 4                    |
| 5                               | 4                    | 4.4721            | 4.4814                                 | 4.4907           | 4.5                     | 5                    |
| 6                               | 5                    | 5.4772            | 5.4848                                 | 5.4924           | 5.5                     | 6                    |
| 7                               | 6                    | 6.4807            | 6.4872                                 | 6.4936           | 6.5                     | 7                    |
| 8                               | 7                    | 7.4833            | 7.4889                                 | 7.4944           | 7.5                     | 8                    |
| 9                               | 8                    | 8.4853            | 8.4902                                 | 8.4951           | 8.5                     | 9                    |
| 10                              | 9                    | 9.4868            | 9.4912                                 | 9.4956           | 9.5                     | 10                   |

Notes: G. entropy, generalized entropy; KL, Kullback-Leibler; MLD, mean log deviation; SWF, social welfare function.

Under our requirement of using Bregman divergence and  $f$ -divergence, in order to minimize the quasidistance or divergence from the population quotient vector  $\mathbf{P}$  ( $P_j = \frac{N_j}{\sum N_j}$ ) to the apportionment quotient vector  $\mathbf{Q}$  ( $Q_j = \frac{n_j}{\sum n_j}$ ), and given that the population and apportionment quotients are in the probability space, we must use KL divergence or its duality:

$$D^0(\mathbf{P}||\mathbf{Q}) = \sum \frac{N_j}{N} \log \left( \frac{\frac{N_j}{N}}{\frac{n_j}{n}} \right) \quad D^1(\mathbf{P}||\mathbf{Q}) = \sum \frac{N_j}{N} \left( \frac{\frac{N_j}{N}}{\frac{n_j}{n}} \right) \log \left( \frac{\frac{N_j}{N}}{\frac{n_j}{n}} \right). \quad (13)$$

Similar to the case of  $\alpha$ -divergence with  $\alpha \rightarrow 0$  and  $\alpha \rightarrow 1$ , we obtain<sup>9</sup> a divisor method with the threshold of the logarithmic mean,  $\frac{n_j - (n_j - 1)}{\log n_j - \log(n_j - 1)}$ , and a divisor method with the threshold of the identric mean,  $\frac{n_j^{n_j}}{e^{(n_j - 1)^{(n_j - 1)}}$ . This leads to

**Proposition 2:** *To minimize Bregman divergence and  $f$ -divergence, or KL divergence and its duality, from the population quotient to the apportionment quotient, we must use the divisor apportionment method with the threshold of both the logarithmic and identric means of both side integers,  $(n_j - 1)$  and  $n_j$ .*

Wada (2012) multiplies the Kolm–Atkinson social welfare function by  $-\frac{1}{\varepsilon} \left( = \frac{1}{(a-1)} \right)$  to turn

<sup>9</sup> We consider  $0^0 = 1$ .

the social welfare maximization problem into the generalized entropy minimization problem. This leads not only to the methods based on Adams, Hill and Nash, but also to those based on Webster, Jefferson and Benthamian. Here, we must be careful that the function  $f(t)$  used for  $f$ -divergence is convex but not necessarily monotonic; this means  $U(t)$  is concave, but not necessarily increasing monotonically. If we keep the principle of equity between the people or maximizing expected utility on the constitutional stage behind the veil of uncertainty, we should use  $\alpha < 1$ ; that is,  $\varepsilon > 0$ . A positive  $\varepsilon$  implies that people are risk averse and the social welfare maximization problem has an interior solution. This is especially so if we are concerned about the quasidistance from the population quotient to the apportionment quotient, as this is the expected utility in the space of the probability distribution. Hence, we should use KL divergence ( $\alpha \rightarrow 0(\varepsilon \rightarrow 1)$ ) and the divisor method with the threshold of the logarithmic mean. Moreover, because  $\alpha$ -divergence has the characteristic of duality as shown in Section 4, we could transform the case of divergence  $\alpha > 1$  into the optimization problem of equity between representatives. However, in a democracy, we should keep the principle of equity between the people, rather than between the politicians (districts) or states.

## 6. Conclusion

By using the Kolm–Atkinson social welfare function, which is supported by a utility function with constant relative risk aversion, Wada (2012) derives the divisor apportionment method with the threshold of the Stolarsky mean from generalized entropy. As the form of  $f$ -divergence and Bregman divergence shows, our condition should be less restrictive than the utility function with constant relative risk aversion. However, the result is the same. Thus, if we choose optimization behind the veil of uncertainty based on the principle of “one-person one-vote, one-vote one-value” (or equity between the people), we may not need to consider using other utility functions. In other words, the Dean, modified Sainte-Laguë, Imperiali, Danish methods are not based purely on the principle of equity between the people.

As Wada (2012) shows, the divisor method using the logarithmic mean is supported by the Nash social welfare function, which has some good characteristics (Kaneko and Nakamura, 1979). Here, we add one more supporting reason: if we need to minimize the divergence from the population quotient to the apportionment quotient to a suitable level, especially in adherence to the utilitarianism foundation, we must apply the divisor method using the logarithmic mean.

## Acknowledgements

I am grateful to Tatsuo Oyama, Kazuyuki Fujii, Tatsuo Suzuki, Steven Brams, Koichi Suga, Donald Saari, Bernard Grofman, Rein Taagepera, Shun’ichi Amari and the anonymous referees. This work was supported by a Grant-in-Aid for Scientific Research (C 25380161) from the Japan Society for the Promotion of Science.

Final version accepted 15 January 2016.

## REFERENCES

- Amari, S. (2009) “ $\alpha$ -Divergence is Unique, Belonging to Both  $f$ -Divergence and Bregman Divergence Classes”, *IEEE Transactions on Information Theory*, Vol. 55, No. 11, pp. 4925–4931.
- Balinski, M. L. and H. P. Young (1982) *Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote*, New Haven: Yale University Press.
- Birkhoff, G. (1976) “House Monotone Apportionment Schemes”, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 73, No. 3, pp. 684–686.
- Huntington, E. V. (1928) “The Apportionment of Representatives in Congress”, *Transactions of the American Mathematical Society*, Vol. 30, No. 1, pp. 85–110.
- Kaneko, M. and K. Nakamura (1979) “The Nash Social Welfare Function”, *Econometrica*, Vol. 47, No. 2, pp. 423–435.
- Saari, D. (1994) *Geometry of Voting*, Berlin: Springer-Verlag.
- Wada, J. (1991) “The Sainte-Laguë Method for Solving an Apportionment Problem (in Japanese)”, *Public Choice Studies*, Vol. 1991, No. 18, pp. 92–102.
- (2010) “Evaluating the Unfairness of Representation with the Nash Social Welfare Function”, *Journal of Theoretical Politics*, Vol. 22, No. 4, pp. 445–467.
- (2012) “A Divisor Apportionment Method Based on the Kolm–Atkinson Social Welfare Function and Generalized Entropy”, *Mathematical Social Sciences*, Vol. 63, No. 3, pp. 243–247.



# A divisor apportionment method based on the Kolm–Atkinson social welfare function and generalized entropy

Junichiro Wada\*

Yokohama City University, 22-2 Seto, Kanazawa, Yokohama, Japan

## ARTICLE INFO

### Article history:

Received 23 May 2011

Received in revised form

6 February 2012

Accepted 7 February 2012

Available online 15 February 2012

## ABSTRACT

This paper links Stolarsky mean apportionment methods, which include the US House of Representatives, the Saint-Lague, and the d'Hondt methods, to Kolm–Atkinson social welfare maximization and to generalized entropy minimization. Within this class, the logarithmic mean apportionment method is the most unbiased one that assigns at least one seat to each state.

© 2012 Elsevier B.V. All rights reserved.

## 1. Introduction

Balinski and Young (1982) showed in their Theorem 4.3 that divisor methods are the only apportionment methods that avoid population paradoxes (as well as the Alabama and new states paradoxes). They also reported that the Webster method (Sainte-Lague method) is the only unbiased divisor method (Appendix A5). However, the Webster method cannot ensure a positive number of seats to every state. Table 1 shows the case of Canada, and Table 2 shows the case of the Upper House of Japan.

Wada (2010) used the Nash social welfare function as the basis for evaluating the one-person-one-vote problem and created a decomposable index<sup>1</sup> to break down the single problem into two: the problem of apportionment and that of districting. If we minimize the decomposable index of the apportionment part, we can obtain the divisor method using a logarithmic mean, which ensures at least one seat to every state.

In this paper, we derive a divisor method for apportionment with the thresholds of the Stolarsky mean, which includes the following methods: Adams (1 + d'Hondt), Hill (the US House of Representatives), Webster (Sainte-Lague), and Jefferson (d'Hondt). We maximize the Kolm–Atkinson social welfare function – which includes the Rawlsian, Nash, and Benthamian social welfare functions – and minimize the generalized entropy index, which includes the mean log deviation, the Theil index (Kullback–Leibler divergence, relative entropy), and the coefficient of variance.

Then we can evaluate these divisor electoral apportionment methods on a unique parameter or a unique axis.<sup>2</sup> Though we

would hesitate to choose one social welfare function – that is, one generalized entropy index – we could recommend the divisor method using a logarithmic mean, which is derived by maximizing the Nash social welfare function—that is, by minimizing the mean log deviation. By using Theorem 5.1 in Balinski and Young (1982), we show that, on the axis of the Stolarsky mean, the divisor method using a logarithmic mean is the most unbiased divisor apportionment method to ensure that at least one seat is assigned to each state.

## 2. Kolm–Atkinson social welfare function and generalized entropy index

With the utilitarian principle, the Kolm–Atkinson social welfare function for a society of  $N$  persons is defined as follows.

$$\text{KASWF}^\varepsilon(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N \frac{1}{(1-\varepsilon)} \left( y_i^{(1-\varepsilon)} - 1 \right),$$

where  $y_i$  is the wealth of  $i$  in a society of  $N$  persons, and  $\varepsilon$  is the coefficient of relative risk aversion. When  $\varepsilon \rightarrow 1$ , the function becomes the natural log of the Nash product or the Nash social welfare function.

$$\text{KASWF}^1(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N \ln(y_i) = \ln \left( \prod_{i=1}^N y_i \right).$$

We can redefine the Kolm–Atkinson social welfare function in the case of  $\varepsilon \rightarrow \infty$  as  $\text{KASWF}^\infty(\mathbf{y}) = \min_i y_i$  (the Rawlsian social welfare function), in the case of  $\varepsilon \rightarrow 1$  as  $\text{KASWF}^1(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^N y_i$  (the Nash social welfare function), and in the case of  $\varepsilon = 0$  as  $\text{KASWF}^0(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N y_i$  (the Benthamian social welfare function). We could also imagine the case of  $\varepsilon \rightarrow -\infty$ , hence arriving at  $\text{KASWF}^{-\infty}(\mathbf{y}) = \max_i y_i$ .

\* Tel.: +81 45 787 2311; fax: +81 45 787 2413.

E-mail addresses: [wada@yokohama-cu.ac.jp](mailto:wada@yokohama-cu.ac.jp), [KHE02703@nifty.ne.jp](mailto:KHE02703@nifty.ne.jp).

<sup>1</sup> This index resembles the Theil index, but, in our more general framework, it would be better to consider it as mean log deviation. See footnotes 4 and 5.

<sup>2</sup> Lauwers and Van Puyenbroeck (2008) used the Stolarsky mean of two parameters and induced all of Huntington's five traditional divisor methods, including the Dean method (harmonic mean).

**Table 1**  
Apportionment for Canada.

|                              | Population | Quota  | Adams<br>1 + d'Hondt<br>Minimum | Hill<br>US house<br>Geometric | $W^A$<br>Logarithmic | Powered (1/2) | $w^A$<br>Identric | Webster<br>Saint-Lague<br>Arithmetic | Jefferson<br>d'Hondt<br>Maximum |
|------------------------------|------------|--------|---------------------------------|-------------------------------|----------------------|---------------|-------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| Canada (2001)                | 30 007 094 | 308    | 308                             | 308                           | 308                  | 308           | 308               | 308                                  | 308                             |
| Ontario                      | 11 410 046 | 117.12 | 114                             | 117                           | 117                  | 117           | 117               | 117                                  | 119                             |
| Quebec                       | 7 237 479  | 74.29  | 73                              | 74                            | 74                   | 74            | 74                | 75                                   | 75                              |
| British Columbia             | 3 907 738  | 40.11  | 40                              | 40                            | 40                   | 40            | 40                | 40                                   | 40                              |
| Alberta                      | 2 974 807  | 30.53  | 30                              | 31                            | 31                   | 31            | 31                | 31                                   | 31                              |
| Manitoba                     | 1 119 583  | 11.49  | 12                              | 11                            | 11                   | 11            | 12                | 12                                   | 11                              |
| Saskatchewan                 | 978 933    | 10.05  | 10                              | 10                            | 10                   | 10            | 10                | 10                                   | 10                              |
| Nova Scotia                  | 908 007    | 9.32   | 10                              | 9                             | 9                    | 9             | 9                 | 9                                    | 9                               |
| New Brunswick                | 729 498    | 7.49   | 8                               | 7                             | 7                    | 7             | 8                 | 8                                    | 7                               |
| Newfoundland and<br>Labrador | 512 930    | 5.26   | 6                               | 5                             | 5                    | 5             | 5                 | 5                                    | 5                               |
| Prince Edward<br>Island      | 135 294    | 1.39   | 2                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Northwest<br>Territories     | 37 360     | 0.38   | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 0                                    | 0                               |
| Yukon (Territory)            | 28 674     | 0.29   | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 0                 | 0                                    | 0                               |
| Nunavut (Territory)          | 26 745     | 0.27   | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 0                 | 0                                    | 0                               |

**Table 2**  
Apportionment for Japanese upper house.

|              | Population  | Quota | Adams<br>1 + d'Hondt<br>Minimum | Hill<br>US house<br>Geometric | $W^A$<br>Logarithmic | Powered (1/2) | $w^A$<br>Identric | Webster<br>Saint-Lague<br>Arithmetic | Jefferson<br>d'Hondt<br>Maximum |
|--------------|-------------|-------|---------------------------------|-------------------------------|----------------------|---------------|-------------------|--------------------------------------|---------------------------------|
| Japan (2010) | 128 056 026 | 73    | 73                              | 73                            | 73                   | 73            | 73                | 73                                   | 73                              |
| Tokyo        | 13 161 751  | 7.50  | 6                               | 6                             | 6                    | 6             | 7                 | 7                                    | 9                               |
| Kanagawa     | 9 049 500   | 5.16  | 4                               | 4                             | 4                    | 4             | 4                 | 5                                    | 6                               |
| Osaka        | 8 862 896   | 5.05  | 4                               | 4                             | 4                    | 4             | 4                 | 5                                    | 6                               |
| Aichi        | 7 408 499   | 4.22  | 3                               | 4                             | 4                    | 4             | 4                 | 4                                    | 5                               |
| Saitama      | 7 194 957   | 4.10  | 3                               | 4                             | 4                    | 4             | 4                 | 4                                    | 5                               |
| Chiba        | 6 217 119   | 3.54  | 3                               | 3                             | 3                    | 3             | 3                 | 4                                    | 4                               |
| Hyogo        | 5 589 177   | 3.19  | 3                               | 3                             | 3                    | 3             | 3                 | 3                                    | 4                               |
| Hokkaido     | 5 507 456   | 3.14  | 3                               | 3                             | 3                    | 3             | 3                 | 3                                    | 4                               |
| Fukuoka      | 5 072 804   | 2.89  | 2                               | 2                             | 2                    | 3             | 3                 | 3                                    | 3                               |
| Shizuoka     | 3 765 044   | 2.15  | 2                               | 2                             | 2                    | 2             | 2                 | 2                                    | 2                               |
| Ibaraki      | 2 968 865   | 1.69  | 2                               | 2                             | 2                    | 1             | 2                 | 2                                    | 2                               |
| Hiroshima    | 2 860 769   | 1.63  | 2                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 2                                    | 2                               |
| Kyoto        | 2 636 704   | 1.50  | 2                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 2                                    | 2                               |
| Niigata      | 2 374 922   | 1.35  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Miyagi       | 2 347 975   | 1.34  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Nagano       | 2 152 736   | 1.23  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Gifu         | 2 081 147   | 1.19  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Fukushima    | 2 028 752   | 1.16  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Gumma        | 2 008 170   | 1.14  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Tochigi      | 2 007 014   | 1.14  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Okayama      | 1 944 986   | 1.11  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Mie          | 1 854 742   | 1.06  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Kumamoto     | 1 817 410   | 1.04  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Kagoshima    | 1 706 428   | 0.97  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Yamaguchi    | 1 451 372   | 0.83  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Ehime        | 1 430 957   | 0.82  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Nagasaki     | 1 426 594   | 0.81  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Shiga        | 1 410 272   | 0.80  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Nara         | 1 399 978   | 0.80  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Okinawa      | 1 392 503   | 0.79  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Aomori       | 1 373 164   | 0.78  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Iwate        | 1 330 530   | 0.76  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 1                               |
| Oita         | 1 196 409   | 0.68  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Ishikawa     | 1 170 040   | 0.67  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Yamagata     | 1 168 789   | 0.67  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Miyazaki     | 1 135 120   | 0.65  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Toyama       | 1 093 365   | 0.62  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Akita        | 1 085 878   | 0.62  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Wakayama     | 1 001 261   | 0.57  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Kagawa       | 995 779     | 0.57  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 1                                    | 0                               |
| Yamanashi    | 862 772     | 0.49  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 0                                    | 0                               |
| Saga         | 849 709     | 0.48  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 0                                    | 0                               |
| Fukui        | 806 470     | 0.46  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 0                                    | 0                               |
| Tokushima    | 785 873     | 0.45  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 0                                    | 0                               |
| Kochi        | 764 596     | 0.44  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 1                 | 0                                    | 0                               |
| Shimane      | 716 354     | 0.41  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 0                 | 0                                    | 0                               |
| Tottori      | 588 418     | 0.34  | 1                               | 1                             | 1                    | 1             | 0                 | 0                                    | 0                               |

If we use relative wealth (that is, if we divide each individual's wealth by the average wealth) and divide the total social welfare by the total population  $N$ , we get an index of equity. (We will multiply the index by  $(-1/\varepsilon)$  for mathematical convenience.) If we redefine  $\alpha \equiv 1 - \varepsilon$ , we see that this index represents the generalized entropy index.

$$E^\alpha(\mathbf{y}) = \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left( \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \left( \left( \frac{y_i}{\bar{y}} \right)^\alpha - 1 \right) \right).$$

From the special values of the parameter  $\alpha$  (that is,  $\varepsilon$ ), we get some familiar indexes.

$\alpha \rightarrow -\infty$  ( $\varepsilon \rightarrow \infty$ , corresponding to the Rawlsian)

$$E^{-\infty}(\mathbf{y}) = -\min_i y_i.$$

$\alpha \rightarrow 0$  ( $\varepsilon \rightarrow 1$ , corresponding to the Nash)

$$E^0(\mathbf{y}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \log \left( \frac{\bar{y}}{y_i} \right) \quad \text{mean log deviation.}$$

$\alpha \rightarrow 1$  ( $\varepsilon \rightarrow 0$ , corresponding to the Benthamian)

$$E^1(\mathbf{y}) = \frac{1}{\bar{Y}} \sum_{i=1}^N y_i \log \left( \frac{y_i}{\bar{y}} \right) \quad \text{Theil index.}$$

$\alpha = 2$  ( $\varepsilon = -1$ )

$$E^2(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \right)^{\frac{1}{2}} / \bar{y} \right)^2 = \frac{1}{2} \text{CV}^2$$

Half of the squared Coefficient of Variation.<sup>3</sup>

$\alpha \rightarrow \infty$  ( $\varepsilon \rightarrow -\infty$ )

$$E^\infty(\mathbf{y}) = -\max_i y_i.$$

### 3. Apportionment method

As shown in Section 2, maximizing the Kolm–Atkinson social welfare function ( $\text{KASWF}^{1-\alpha}$  or  $\text{KASWF}^\varepsilon$ ) means minimizing the corresponding generalized entropy index ( $E^\alpha$  or  $E^{1-\varepsilon}$ ). Wada (2010) obtained a divisor apportionment method with a logarithmic mean from the Nash social welfare function or, in his case, the Theil index. Here, we derive divisor apportionment methods from the more general Kolm–Atkinson social welfare function or the generalized entropy index.

Let us suppose that the population of state  $j$  is  $N_j$  and that the number of representatives is  $n_j$ ; the total population is  $N$ , and the total number of representatives is  $n$ . If we considered the representatives as wealth and equally divided in the state  $j$ , the number of representatives per person can be expressed as  $n_j/N_j$ , and the generalized entropy index for  $N$  person in  $k$  states is as follows:

$$\begin{aligned} E^\alpha &= \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left( \sum_{j=1}^k \frac{1}{N} N_j \left( \left( \frac{n_j}{N_j} \right)^\alpha - 1 \right) \right) \\ &= \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} \left( \left( \sum_{j=1}^k \left( \frac{N_j}{N} \right)^{1-\alpha} \left( \frac{n_j}{N_j} \right)^\alpha \right) - 1 \right). \end{aligned}$$

<sup>3</sup>  $\alpha = -1$  ( $\varepsilon = 2$ ) would be considered as half of the squared coefficient of variation of a person supported by one dollar.

$$E^{-1}(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{1}{Y} \sum_{i=1}^N y_i \left( \frac{1}{y_i} - \frac{1}{\bar{y}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} / \frac{1}{\bar{y}} \right)^2 = \frac{1}{2} \text{cv}^2.$$

$\alpha \rightarrow 0$ . Mean log deviation ( $\varepsilon \rightarrow 1$  (corresponds to the Nash))<sup>4</sup>

$$E^0 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k N_j \log \left( \frac{n_j/N_j}{n_j/N_j} \right).$$

$\alpha \rightarrow 1$ . Theil index ( $\varepsilon \rightarrow 0$  (corresponds to the Benthamian))<sup>5</sup>

$$E^1 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k N_j \frac{n_j}{N_j} \log \left( \frac{n_j/N_j}{n/N} \right).$$

Thus, from the viewpoint of maximizing the Kolm–Atkinson social welfare ( $\text{KASWF}^{1-\alpha}$  or  $\text{KASWF}^\varepsilon$ ) of  $N$  persons in  $k$  states – that is, minimizing the corresponding generalized entropy index ( $E^\alpha$  or  $E^{1-\varepsilon}$ ) – we derive the optimal apportionment as follows.

When  $\alpha \neq 0$  and  $\alpha \neq 1$  ( $\varepsilon \neq 1$  and  $\varepsilon \neq 0$ ), the optimal apportionment must satisfy the following condition:

$\forall s, t, s \neq t$  and  $n_s > 0, n_t \geq 0$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} (N_s^{1-\alpha} (n_s - 1)^\alpha + N_t^{1-\alpha} (n_t + 1)^\alpha) \\ &\geq \frac{1}{\alpha(\alpha - 1)} (N_s^{1-\alpha} n_s^\alpha + N_t^{1-\alpha} n_t^\alpha). \end{aligned}$$

The term “optimal” implies the following:

$$\min_{n_s > 0} \left( \frac{N_s}{\left( \frac{n_s^\alpha - (n_s - 1)^\alpha}{\alpha} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}} \right) \geq \max_{n_t \geq 0} \left( \frac{N_t}{\left( \frac{(n_t + 1)^\alpha - n_t^\alpha}{\alpha} \right)^{-\frac{1}{1-\alpha}}} \right).$$

Because this apportionment satisfies the divisor methods (Balinski and Young, 1982), we can restate it as follows. Find a divisor  $x$  so that the  $n_j$ , which are the “special rounded” numbers of the quotients of states,  $N_j/x$ , add up to the required total,  $n$ . Here, “special rounded” means rounded up when the quotient is equal to or bigger than the Stolarsky mean, instead of the arithmetic mean, of both side integers  $((n_j - 1)$  and  $n_j$ ).

In brief, we get the following proposition.

**Proposition 1.** For maximizing the Kolm–Atkinson social welfare function, we must use the divisor apportionment method with the threshold of the Stolarsky mean of both side integers.

When  $\alpha \rightarrow 0$ , which is the case of mean log deviation and which corresponds to the Nash social welfare function, the term “optimal” implies the following, and the threshold becomes the logarithmic mean<sup>6</sup>:

$$\min_{n_s > 0} \left( \frac{N_s}{\frac{n_s - (n_s - 1)}{\log n_s - \log(n_s - 1)}} \right) \geq \max_{n_t \geq 0} \left( \frac{N_t}{\frac{(n_t + 1) - n_t}{\log(n_t + 1) - \log n_t}} \right).$$

When  $\alpha \rightarrow 1$ , which is the case with the Theil index and which corresponds to the Benthamian social welfare function, the term

<sup>4</sup> Wada (2010) transformed the equation as follows and called it the Theil index. Because this is an identity, we get the same divisor method (one with a logarithmic mean).

$$\frac{1}{N} \sum_{j=1}^k n_j \frac{N_j}{n_j} \log \left( \frac{N_j/n_j}{N/n} \right).$$

<sup>5</sup> Wada (2010) transformed the equation as follows and called it the mean log deviation. Because this is an identity, we get the same divisor method (one with an idetric mean).

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j \log \left( \frac{N/n}{N_j/n_j} \right).$$

<sup>6</sup> We can consider  $0^0 = 1$ .

“optimal” implies the following, and the threshold becomes the identric mean<sup>7</sup>:

$$\min_{n_s > 0} \left( \frac{N_s}{(n_s)^{n_s} / e (n_s - 1)^{(n_s - 1)}} \right) \geq \max_{n_t \geq 0} \left( \frac{N_t}{(n_t + 1)^{(n_t + 1)} / e (n_t)^{n_t}} \right).$$

When  $\alpha \rightarrow \infty$ , we arrive at the round-up number for the threshold. It represents the Jefferson method (d’Hondt method). When  $\alpha \rightarrow -\infty$ , which corresponds to the Rawlsian social welfare function, we get the round-down. It represents the Adams method (1 + d’Hondt method).  $\alpha = -1$  ( $\varepsilon = 2$ , in the case of a risk averter) gives the geometric mean and the Hill method (US House of Representatives method).  $\alpha = 2$  ( $\varepsilon = -1$ , in the case of a risk lover) gives the arithmetic mean and the Webster method (Sainte-Lague method).  $\alpha = 1/2$  ( $\varepsilon = 1/2$ , in the case of a risk averter) gives a power mean with exponent = 1/2. We collect the results in Table 3.

All thresholds of the divisor methods induced from the Kolm–Atkinson social welfare functions are the Stolarsky mean of both side integers  $((n_j - 1)$  and  $n_j$ ) with the unique parameter  $\alpha$ . According to Theorem 5.1 in Balinski and Young (1982), we can say that the divisor method with a larger  $\alpha$  (smaller  $\varepsilon$ ) favors large states and that with a smaller  $\alpha$  (larger  $\varepsilon$ ) favors small states. As Theorem 5.3 in Balinski and Young (1982) shows, the unbiased divisor method is the Webster method, which is the case of  $\alpha = 2$  (arithmetic mean). Since the arithmetic mean (threshold) of 0 and 1 is 0.5, it cannot ensure a positive number of seats to every state. For making the Stolarsky mean between 0 and 1 equal 0 or ensuring positive seats,  $\alpha$  must not be positive. The limit is the case of  $\alpha \rightarrow 0$ , which is the case of mean log deviation or the Nash social welfare function.

**Proposition 2.** *In the divisor method using the Stolarsky mean, the divisor method using a logarithmic mean is the most unbiased divisor apportionment method to ensure that at least one seat is assigned to each state.*

**4. Apportionment from the viewpoint of equity between representatives**

From the viewpoint of the representatives, we could consider the following cost function.

$$c_i(x_i) = \frac{1}{(1 - \delta)} \left( x_i^{(1-\delta)} - 1 \right),$$

where  $x_i$  is the population that representative  $i$  represents. Here, parameter  $\delta$  indicates the following information.

- $\delta < 0$ : increasing marginal cost.
- $\delta = 0$ : constant marginal cost.
- $\delta > 0$ : decreasing marginal cost.

Let us create a social cost function of  $n$  representatives.

$$scf^\delta = \sum_{i=1}^n c_i(x_i) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{(1 - \delta)} \left( x_i^{(1-\delta)} - 1 \right).$$

If we use the relative cost (that is, if we divide each representative’s cost by the average cost) and divide the total social cost by the total number of representatives, we get an index of equity between the representatives. (We will multiply the index by  $(-1/\delta)$  for

mathematical convenience.) If we redefine  $\beta \equiv 1 - \delta$ , it becomes clear that this index represents the generalized entropy index.

$$e^\beta = \frac{1}{\beta(\beta - 1)} \left( \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i}{\bar{x}} \right)^\beta \right) - 1 \right).$$

For the case of  $k$  states, we can rewrite it as follows.

$$e^\beta = \frac{1}{\beta(\beta - 1)} \left( \left( \sum_{j=1}^k \left( \frac{N_j}{N} \right)^\beta \left( \frac{n_j}{n} \right)^{1-\beta} \right) - 1 \right).$$

We then obtain the following divisor method. (See also Table 3.)

- $\beta \rightarrow \infty$  ( $\delta \rightarrow -\infty$  (increasing marginal cost))  
Divisor method with round-down  
(Adams method (1 + d’Hondt))
- $\beta = 2$  ( $\delta = -1$  (increasing marginal cost))  
Divisor method with geometric mean (Hill method  
(the US House of Representatives))
- $\beta \rightarrow 1$  ( $\delta \rightarrow 0$  (constant marginal cost))  
Divisor method with logarithmic mean
- $\beta = 1/2$  ( $\delta = 1/2$  (decreasing marginal cost))  
Divisor method with powered mean with  
exponent = 1/2
- $\beta \rightarrow 0$  ( $\delta \rightarrow 1$  (decreasing marginal cost))  
Divisor method with identric mean
- $\beta = -1$  ( $\delta = 2$  (decreasing marginal cost))  
Divisor method with arithmetic mean  
(Webster method (Saint-Lague))
- $\beta \rightarrow -\infty$  ( $\delta \rightarrow \infty$  (decreasing marginal cost))  
Divisor method with round-up (Jefferson method  
(d’Hondt)).

**5. Conclusion**

What is the best apportionment method? To avoid population paradoxes, we must choose a divisor method. Balinski and Young (1982) recommended the Webster method because it is unbiased. However, as Tables 1 and 2 show, it cannot ensure a positive number of seats.

We recommend the apportionment method with the thresholds of the logarithmic mean. Every apportionment method induced from the Kolm–Atkinson social welfare function becomes a divisor method using a Stolarsky mean with a single parameter. A divisor apportionment method with a logarithmic mean is also the most unbiased of the methods that ensure at least one seat to every state.

From the viewpoint of the population, it is based on the risk averter and derived from the Nash social welfare function. From the viewpoint of the representatives, it is based on a constant marginal cost case. If we consider postal cost, appointment time, etc., it would be natural for the marginal cost for a representative to be constant with the population.

Some people may mention the relationship of the Cambridge compromise,<sup>8</sup> where a Base+Prop formula is recommended. As Laslier (2011) said, however, a Base+Prop formula comes from two (contradictory) principles: a principle of equality among states (countries) and a principle of equality among citizens. Like the Connecticut Compromise (the Great Compromise of 1787) in the American Revolution, such a principle might be needed to keep a new union. Our principle here, however, is merely equality among

<sup>7</sup> We can consider  $0 \log 0 = 0$ , and  $0^0 = 1$ .

<sup>8</sup> See Grimm (2011).



**Table 3**  
Quotients needed for seats.

| Traditional name of the methods | Adams<br>1 + d'Hondt                              | Hill<br>US house     | $W^A$                         |  | $w^A$                     | Webster<br>Sainte-Lague       | Jefferson<br>d'Hondt            |
|---------------------------------|---|----------------------|-------------------------------|--|---------------------------|-------------------------------|---------------------------------|
| Utility F.<br>$\varepsilon$     | $\infty$  | Risk averter<br>2    | <b>1</b>                      | 1/2                                    | <i>Neutral</i><br>0       | Risk lover<br>-1              | $-\infty$                       |
| Kolm–Atkinson<br>SWF            | Rawlsian<br>SWF                                   |                      | <b>Nash<br/>SWF</b>           |  | <i>Benthamian<br/>SWF</i> |                               |                                 |
| Generalized entropy<br>$\alpha$ | $-\infty$   | $1/2cv^2$<br>-1      | <b>MLD<br/>0</b>              | 1/2                                    | <i>Theil index</i><br>1   | $1/2CV^2$<br>2                | $\infty$                        |
| MC<br>$\delta$<br>$\beta$       | Increasing marginal cost<br>$-\infty$<br>$\infty$ | -1<br>2              | <b>Constant<br/>0<br/>1</b>   | Decreasing marginal cost<br>1/2<br>1/2 | <i>1<br/>0</i>            | 2<br>-1                       | $\infty$<br>$-\infty$           |
| Stolarsky mean<br>$\alpha$      | Round-down<br>Minimum<br>$-\infty$                | Geometric mean<br>-1 | <b>Logarithmic mean<br/>0</b> | Powered mean (1/2)<br>1/2              | <i>Identric mean</i><br>1 | Round<br>Arithmetic mean<br>2 | Round-up<br>Maximum<br>$\infty$ |
| Quotient needed for $n$ seats   |   |                      |                               |  |                           |                               |                                 |
| 1                               | 0   | 0                    | <b>0</b>                      | 0.2500                                 | <i>0.3679</i>             | 0.5                           | 1                               |
| 2                               | 1   | 1.4142               | <b>1.4427</b>                 | 1.4571                                 | <i>1.4715</i>             | 1.5                           | 2                               |
| 3                               | 2   | 2.4495               | <b>2.4663</b>                 | 2.4747                                 | <i>2.4832</i>             | 2.5                           | 3                               |
| 4                               | 3   | 3.4641               | <b>3.4761</b>                 | 3.4821                                 | <i>3.4880</i>             | 3.5                           | 4                               |
| 5                               | 4   | 4.4721               | <b>4.4814</b>                 | 4.4861                                 | <i>4.4907</i>             | 4.5                           | 5                               |
| 6                               | 5   | 5.4772               | <b>5.4848</b>                 | 5.4886                                 | <i>5.4924</i>             | 5.5                           | 6                               |
| 7                               | 6   | 6.4807               | <b>6.4872</b>                 | 6.4904                                 | <i>6.4936</i>             | 6.5                           | 7                               |
| 8                               | 7   | 7.4833               | <b>7.4889</b>                 | 7.4917                                 | <i>7.4944</i>             | 7.5                           | 8                               |
| 9                               | 8   | 8.4853               | <b>8.4902</b>                 | 8.4926                                 | <i>8.4951</i>             | 8.5                           | 9                               |
| 10                              | 9   | 9.4868               | <b>9.4912</b>                 | 9.4934                                 | <i>9.4956</i>             | 9.5                           | 10                              |

citizens (or politicians), not among states (or prefectures, etc.), though we ensure at least one seat to each state.

In unitary counties, or even in federal countries, people may move to another region to seek a better income. Being able to do so is important for economic efficiency. Reapportionment and redistricting are caused when people move, and malapportionment would break down the economic efficiency or Pareto optimality (Wada, 1996). In the context of distributive politics or logrolling, proportionality is important. A rotten borough should be avoided, but a state or prefecture with no representative, such as would result from the Webster method, would create another problem to be solved. The divisor method with a logarithmic mean offers a promising solution.

**Acknowledgments**

Previous versions of this paper were presented at the annual meeting of the Japanese Political Science Association, the Australasian Public Choice Conference, the European Public Choice Society, and the Japanese Economic Association. I am grateful to

William Thomson, Maurice Salles, Koichi Suga, and seminar participants at Hitotsubashi University, Gakushuin University, Keio University, and the National Graduate Institute for Policy Studies. I also thank two anonymous referees and the journal editors for their helpful comments in improving this article. This work was supported by a Grant-in-Aid for Scientific Research (C 21530126) from the Japan Society for the Promotion of Science.

**References**

Balinski, M.L., Young, H.P., 1982. Fair Representation. Yale University Press, New Haven.  
 Grimmett, G.R., 2011. European apportionment via the Cambridge compromise. Mathematical Social Sciences. doi:10.1016/j.mathsocsci.2011.10.003.  
 Laslier, J.-F., 2011. Why not proportional? Mathematical Social Sciences. doi:10.1016/j.mathsocsci.2011.10.012.  
 Lauwers, L., Van Puyenbroeck, T., 2008. Minimally disproportional representation: generalized entropy and Stolarsky mean-divisor methods of apportionment. Retrieved from <http://www.econ.kuleuven.be/eng/ew/discussionpapers/Dps08/Dps0819.pdf>.  
 Wada, J., 1996. The Japanese Election System. Routledge, London, England.  
 Wada, J., 2010. Evaluating the unfairness of representation with the Nash social welfare function. Journal of Theoretical Politics 22 (4), 445–467.



## **Investigating the Japanese Election System through Recent National Elections**

Kazuhiro KOBAYASHI (Tokyo University of Science), Tatsuo OYAMA (National Graduate Institute for Policy Studies), Hozumi MOROHOSI (National Graduate Institute for Policy Studies)

### **1. Introduction**

The new election system introduced in Japan in 1994 is likely to change organization of contesting political parties. The new system is likely to yield less bureaucratic and more internally democratic political parties (Christiansen, 1997). The change was a transition from plurality to proportional representation. For instance, earlier under plurality system of representation, it was less likely that smaller political parties get decisive mandate. In contrast, under the new system, with a mix of plurality and proportional representation, smaller parties (with less campaign resources) will get incentivized with increased likelihood of winning a mandate. The barrier of entry for smaller parties gets lowered, if the mandate is decided on the basis of percentage share of support, and not on majority support. Therefore, in the changed system, the share of support matters more. For example, if a smaller political party can get 3 percent of nation-wide votes, they are now able to get at least 3 percent of proportional seats. The effects of such change might be observable in terms of campaign funding via altered incentive structure for deploying campaign resources. With the lower barriers to entry, even an independent candidate may choose to run.

The national-level outcome of an election have some effects on happiness of electorates. In Japan, the supporters of winning political parties are found elated after the national outcome is announced as examined by (Kinari et al, 2015) for election held in the year 2009. Although, such happiness were not linked to material benefits obtained from with winning political party, rather an implied fulfillment of policies promised in the election manifestos of the winning. Using a counterfactual simulation of electoral outcomes in Japan, (Baker and Scheine, 2007) has simulated party adaptation to changed system and identified which system feature has helped LDP's dominance, historically. In a review paper,

(Horiuchi, 2009) indicated that at sub-national level, certain important changes are taking place influenced by changes in national politics, and commented that such changes are worth examining in order to deepen our understanding of the permeating process of national politics on sub-national policies. As far as our collective knowledge goes, we are not aware of any attempt to analyze the interrelation among vote-share (VS), seat-share (SS), pass-votes (PV), and fail-votes (FV) except (Azad, 2015). The research we have referred above are primarily focused on consequences of new election system, voting behavior, voting turnouts, and party analysis. Therefore, to address this gap in the literature, we tried to find the interrelation between vote-share (VS and seat-share (SS), pass-votes (PV) and fail-votes(FV) using data of the most recent national elections of Japan in (2005-2015). We find a functional relation between vote-share and seat-share valid for the most recent national elections in Japan.

## **2. Political System and National Election System in Japan**

The Parliament of Japan, the National Diet, is composed of the House of Representatives (HR) (Lower House) and House of Councilors (HC) (Upper House). General elections to the HR are held every 4 years (unless the lower house is dissolved earlier). Each voter has the right to cast two votes, one for single-seat constituency and the other for proportional seat. Each political party draws a candidate list for the proportional seats. Proportional seats are allocated to the parties to the basis of their proportional share of votes following the D'Hondt method.

Elections to the HC are held every 3 years to choose one-half of its members. The HC has 242 members (elected for a six-year term). 146 members in 47 single- and multi-seat constituencies (prefectures) by single transferable vote. 96 members by proportional representation (by D'Hondt method) on the national level. The proportional election to the HC allows the voters to cast a preference vote for a single candidate on a party list. The preference votes exclusively determine the ranking of candidates on party lists. Since a member of lower house has a term of four years, the election of 480 member of lower house takes place in every four years. The 300 seats of lower house is determined direct votes (based on plurality); and

remaining 180 seats are allocated to political parties based on their percentage share of proportional votes. The upper house cannot be dissolved, but the lower house can be dissolved by the Prime Minister, if a no confidence motion is passed by majority. The most recent election was in December 2014 for the lower house. The next election for lower house will be 2018. The upper house election was held in 2013, and the next election will be in 2016. Diet decides on legislative matters on the basis of majority or in certain cases by two-third majority. The lower house is more powerful than the upper house.

## **2.1 National election systems**

Three kinds of elections are held in Japan, namely, (a) for the lower house, (b) for the upper house (c) and the local bodies, such as cities or prefectures. The Constitution of Japan confers certain rights to citizens of Japan, those are (a) universal suffrage, (b) equality of votes, (c) secrecy in election, and (d) representative democracy. The two election committees which conduct elections in Japan are (a) Administrative Level Election Committee and (2) Central Election Committee. The Central Election Committee conducts all national level elections in Japan.

The voters and the candidates must fulfill certain criteria to take part in national elections. To cast vote, a citizen of Japan must be aged 20 years and be residing in an electorate jurisdiction for at least 3 months. The minimum age for a candidate is 25 years (for the lower house) and 30 years (for the upper house). Each candidate must deposit 3 million yen to contest election for a single-seat constituency. The deposit is double (6 million) for a proportional seat.

In this system candidate has a chance to be elected, even if (s)he cannot get pass-vote in a single-seat constituency, but (s)he is included on the list of proportional seat of a political party, which might receive greater proportional seat share.

## **2.2 Results of recent national elections**

From 2005 to 2014 there were total seven national elections held in Japan. Among the seven elections 2005, 2009, 2012 and 2014 elections were for House of Representative or Lower House elections and 2007, 2010 and 2013 elections were

for House of Councilor or Upper House elections. The number of seats of the both Upper House and Lower House election of winning party is given on Table 1.

Table 1: Seat share of winning party of HR and HC of recent national elections

| Year                     | Winning Party            | Number of seats |              |
|--------------------------|--------------------------|-----------------|--------------|
|                          |                          | Constituency    | Proportional |
| House of Representatives |                          |                 |              |
| 2005                     | Liberal Democratic Party | 219             | 77           |
| 2009                     | Democratic Party         | 221             | 87           |
| 2012                     | Liberal Democratic Party | 237             | 57           |
| 2014                     | Liberal Democratic Party | 223             | 68           |
| House of Councilors      |                          |                 |              |
| 2007                     | Democratic Party         | 40              | 20           |
| 2010                     | Democratic Party         | 39              | 12           |
| 2013                     | Liberal Democratic Party | 47              | 18           |

### 3. Relation between vote-share and seat-share

In case of democracies, election results are key to represent people's preference to the party or candidate. According to Taagepera (1986), the extent to which elections reflect the popular will have become a critical issue for democracies. Many mathematicians and social scientists took interests on how winning candidates/parties share of seats can be approximated as a mathematical function of people's preference represented by their votes obtained in particular elections. Since the middle of 20<sup>th</sup> centuries eminent mathematicians and famous scientists came up with various mathematical functions to approximate the number of seats by people's preference in the form of popular votes in the elections. In the history of political science such a mathematical function is first found in 1909 when Rt. Hon. James Parker Smith described that the proportion of seats won by the victorious party varies as the cube of the proportion of votes cast for that party to the country as a whole. Kendall and Stuart (1950) claimed that Smith termed this phenomenon as MacMahon's Law after the name of P. A. MacMahon, an eminent mathematician of that time. Afterwards, the law is popularly known as cubic law of election results. The law says in a two-party contest between, say, A and B, let  $p_0$  be the proportion of votes cast for the winning party, say A, over the whole electoral area. Then if the number of seats won by A and B are  $S_A$  and  $S_B$  respectively, the following inequality holds

$$\frac{S_A}{S_B} \geq \frac{p_0^3}{q_0^3}$$

where  $q_0$  is defined as  $1 - p_0$ . Kendall and Stuart (1950) applied this law in two general elections data of United Kingdom held in 1935 and 1945 respectively. More surprisingly and remarkably there is striking agreement for the New Zealand election data of 1949.

Due to the narrow or specific applicability of cubic law in Anglo-Saxon elections, the law loses its generality over elections around the globe. In 1986 Taagepera introduced more general form of cubic law. In compare to the cubic law which is appropriate for single district plurality parliamentary elections of Great Britain, Taagepera generalized the mathematical function for multi-seat districts cases which is more common in the United States election system. In 1969 Theil suggested the following mathematical equation for multi-seat election districts.

$$s_K = v_K^n / \sum v_i^n \quad (1)$$

where  $s_K$  and  $v_K$  are one particular party's vote and seat shares, respectively,  $n$  is a constant, and the summation is over the vote shares of all parties. This equation expresses the seat share of one specific party,  $K$ , in terms of the vote shares of  $K$  and all other parties. When dividing the above equation (1) by the analogous equation for party  $L$ , the summation term cancels out, and one obtain

$$\frac{s_K}{s_L} = \frac{v_K^n}{v_L^n} = \left(\frac{v_K}{v_L}\right)^n \quad (2)$$

This form would include, as special cases, the cubic law (for  $n = 3$ ) and perfect proportional representation (for  $n = 1$ ). Equation (1), in turn, can be derived from equation (2), which means that the two forms are mathematically equivalent.

The cubic law and its later generalization clearly indicate a mathematical approximation of polynomial function (more specifically 3<sup>rd</sup> degree polynomials) in the seat-vote relationship. Here, we approximated 2<sup>nd</sup> and 3<sup>rd</sup> order polynomial functions for the seat-vote relationship in recent Japanese parliamentary elections. Unlike the United Kingdom or the United States, Japan's electoral system consists of both plurality and proportional representation in parliamentary elections. To deduce the seat-vote relationship in Japanese national elections we only consider the plurality system of election in this country. It is to be noted that all these constituencies (seats) are single electoral district seats.

Japan is a multi-democracy with numerous parties taking part in the general elections. Despite the multi-party nature except in few elections, the Liberal Democratic Party (LDP) won all the election after the 2<sup>nd</sup> World War. It is obvious that in many elections the LDP alone dominates the election obtaining lion's share of total number of seats whereas, all other parties marginally manage to survive. Nonetheless, in some of the elections the LDP faced serious challenges from the other opposition parties, even in worst cases it was defeated in some of the elections. Considering these circumstances from the other opposition parties, even in worst cases it was defeated in some of the elections. Considering these circumstances, we can think of two different cases: firstly when only a single party dominates the election result and when two party dominate the election that is the victorious party faces severe challenges from the major opposition party.

Table 1 and Table 2 show the results with respect to the relationship between vote-share(VS) and seat-share(SS) of recent national elections for the HR and the HC in Japan.

The empirical “cube law” for election results imply that the seat-shares of two major parties in an election is approximately the cube of their vote-shares (Kendall and Stuart,1950). With the increase in minor party seats in recent elections countries around the world, many researchers have modified or generalized the cubic law (Balu, 2004). The generalizations come in two different aspects. One is with respect to election rules and other is with respect to number of contender parties (Taagepera, 1973). In this paper we approximate the Seat-share Vote-share relationship by using survivability function, whereas the *Cubic Law* is a special case of this function (Oyama and Morohosi, 2004).

#### 4. Approximation of VS-SS by survivability function

In order to characterize the VS-SS relationship, we attempt to approximate the VS-SS relationship using the following function survivability function:

$$f(x) = \frac{x^{pq}}{x^{pq} + (1 - x^p)^q}$$

The survivability function originates from shortest-path-counting-problem (SPCP) proposed in Oyama and Morohosi (2004). Let the undirected network  $N = (V, E)$

consist of vertex  $V$  and edge set  $E$  with cardinality  $|V| = n$  and  $|E| = m$ . We can choose  $n(n-1)/2$  paths. Suppose that  $k$  edges out of  $m$  edges in the network  $N = (V, E)$  are deleted, we denote the number of paths connecting two different nodes by  $c_m(N, k)$ . Let the ratio be denoted by

$$S_m(N, k) = \frac{c_m(N, k)}{c_m(N, 0)}, k \in K = \{1, 2, \dots, m\}$$

In general,  $S_m(N, k)$  cannot be unique as there exist  $C(m, k)$  ways to choose  $k$  edges out of  $m$  edges in  $E$ .

Table 4 shows parameter estimates where  $p$  and  $q$  indicate that  $\hat{p}$  ranges between 0.67 to 0.83, whereas  $\hat{q}$  ranges relatively widely between 2.06 to 6.93 in all elections. In all the cases  $R^2$  is very high except for 2010.

Table 2: Vote share and seat share in the HC

| Party | 2007  |       | 2010 |      | 2013 |       |
|-------|-------|-------|------|------|------|-------|
|       | VS    | SS    | VS   | SS   | VS   | SS    |
| LDP   | 31.35 | 31.51 | 33.4 | 53.4 | 42.7 | 64.38 |
| NK    | 5.96  | 2.74  |      |      | 5.13 | 5.48  |
| DP    | 40.45 | 54.79 | 39   | 38.4 | 16.3 | 13.7  |
| JR    |       |       |      |      | 7.25 | 2.74  |
| JCP   |       |       |      |      | 10.6 | 4.11  |
| PNP   | 1.87  | 1.37  |      |      |      |       |
| YP    |       |       | 10.2 | 4.11 | 7.84 | 5.48  |
| OP    | 20.38 | 9.59  | 17.4 | 4.11 | 10.1 | 4.11  |

LDP: Liberal Democratic Party, NK: New Komeito,  
DP: Democratic Party, JR: Japan Restoration, JCP: Japanese Communist Party,  
PNP: People's New Party, YP: Your Party, OP: Other Parties

Table 3: Vote share and seat share in the HR

| Party | 2005 |       | 2009  |      | 2012  |      | 2014  |      |
|-------|------|-------|-------|------|-------|------|-------|------|
|       | VS   | SS    | VS    | SS   | VS    | SS   | VS    | SS   |
| LDP   | 47.8 | 73    | 38.68 | 21.3 | 43.01 | 79   | 48.1  | 75.6 |
| DP    | 36.4 | 17.33 | 47.43 | 73.7 | 22.81 | 9    | 22.51 | 12.9 |
| JR    |      |       |       |      | 11.64 | 4.67 |       |      |
| NK    | 1.4  | 2.67  |       |      | 1.49  | 3    | 1.45  | 3.05 |
| YP    |      |       | 0.87  | 0.67 | 4.71  | 1.33 |       |      |
| TPJ   |      |       |       |      | 5.02  | 0.67 |       |      |
| SDP   |      |       | 1.95  | 1    | 0.76  | 0.33 |       |      |
| NPD   |      |       |       |      | 0.53  | 0.33 |       |      |
| PNP   | 0.6  | 0.7   | 1.04  | 1    |       |      |       |      |
| NPN   |      |       | 0.31  | 0.33 |       |      |       |      |
| JIP   |      |       |       |      |       |      | 8.16  | 3.73 |
| PPR   | 0.7  | 0.67  |       |      |       |      |       |      |
| OP    | 13.1 | 5.67  | 9.72  | 2    | 10.04 | 1.67 | 19.79 | 4.74 |

TPJ: Tomorrow Party of Japan, SDP: Social Democratic Party, NPD: New Party DAICHI, NPN: New Party Nippon, JIP: Japan Innovation Party

Table 4: Parameter estimates

|    | Year | $p$  | $\hat{q}$ | $R^2$  |
|----|------|------|-----------|--------|
| HR | 2005 | 0.83 | 5.80      | 0.9950 |
|    | 2009 | 0.83 | 6.93      | 0.9993 |
|    | 2012 | 0.66 | 4.47      | 0.9971 |
|    | 2014 | 0.72 | 3.15      | 0.9962 |
| HC | 2007 | 0.73 | 2.79      | 0.9983 |
|    | 2010 | 0.74 | 2.06      | 0.8844 |
|    | 2013 | 0.67 | 2.20      | 0.9960 |

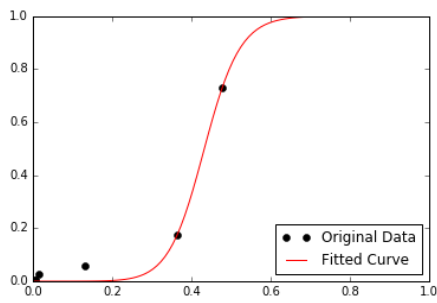


Figure 1: Fitting for the election in 2005, HR

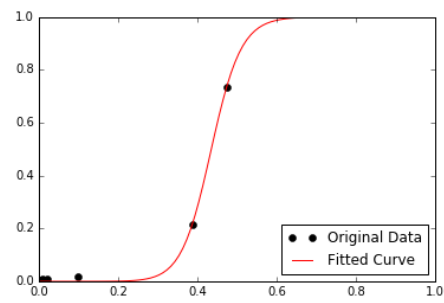


Figure 2: Fitting for the election in 2009, HR

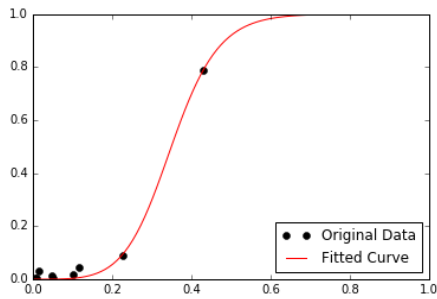


Figure 3: Fitting for the election in 2012, HR

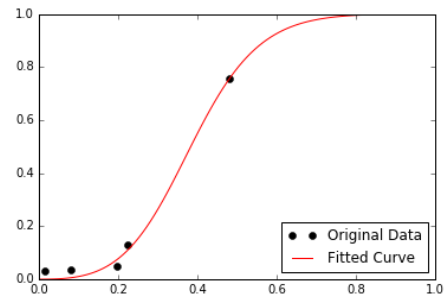


Figure 4: Fitting for the election in 2014, HR



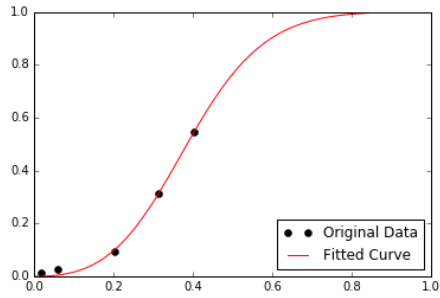


Figure 5:Fitting for the election in 2007,HC

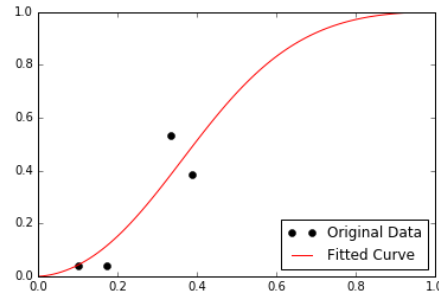


Figure 6:Fitting for the election in 2010,HC

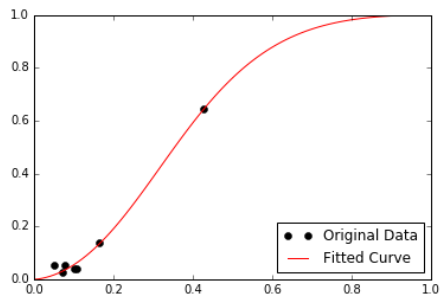


Figure 7:Fitting for the election in 2013,HC

## 5. Pass-votes and fail-votes

We define pass-votes (PV) as votes which made the candidate pass or win in the election and fail-votes (FV) as those which could not make the candidate pass are considered by wasted or dead votes. PV and FV are considered to be measures for “efficiency” and “inefficiency” respectively.

$$PFR_i = \frac{\text{Pass votes for party } i}{\text{Total votes for party } i} = \frac{PV_i}{TV_i}$$

Table 5 shows pass votes and fail votes for the national elections of house of representative and house of councilor from the year 2007 to 2014. It is clearly

shown that pass votes are slightly higher (more than 50%) than the fail votes except 2012 election where fail votes are higher than the pass votes. House of councilor election have more pass votes in compare to election for House of Representatives.

Table 5: Pass votes and fail vote's percentage of national elections

|                          | Year | PV | FV |
|--------------------------|------|----|----|
| House of Representatives | 2009 | 52 | 48 |
|                          | 2012 | 48 | 52 |
|                          | 2014 | 51 | 49 |
| House of Councilors      | 2007 | 66 | 34 |
|                          | 2010 | 60 | 40 |
|                          | 2013 | 66 | 34 |

Table 5 shows the party-wise voting efficiency obtained by contesting parties in 2012 House of Representatives election. The New Komeito party(NK) is reported as 100 percent efficient among all the parties with gaining all seats they contested for. NK is followed by Liberal Democratic Party which usually has been an electoral alliance for it. In compare to the overall efficiency only three parties gained more pass votes than fail votes in this election. The third party that obtained more pass votes is People's New Party. However, the main opposition party in this election managed to obtain only 17 percent pass votes in compared to total votes it obtained, which clearly indicates the election result.

Table 6: Measuring efficiency for party, HR, 2012

| Party                    | Pass vote | Fail vote | Total    | Efficiency |
|--------------------------|-----------|-----------|----------|------------|
| Liberal Democratic Party | 22192427  | 2529702   | 24722129 | 89.77      |
| Democratic Party         | 2277029   | 10857966  | 13134995 | 17.34      |
| Japan Restoration        | 1255463   | 5816773   | 7072236  | 17.75      |
| New Komeito              | 885881    | 0         | 885881   | 100.00     |
| Your Party               | 400171    | 2406283   | 2806454  | 14.26      |
| Tomorrow Party           | 169135    | 2818021   | 2987156  | 5.66       |
| Japanese Communist Party | 0         | 4575040   | 4575040  | 0.00       |
| Social Democratic Party  | 73498     | 378264    | 451762   | 16.27      |
| People's New Party       | 70320     | 46865     | 117185   | 60.01      |
| New Party DAICHI         | 0         | 289826    | 289826   | 0.00       |
| Other Parties            | 0         | 95139     | 95139    | 0.00       |
| Independent              | 359546    | 539333    | 898879   | 40.00      |

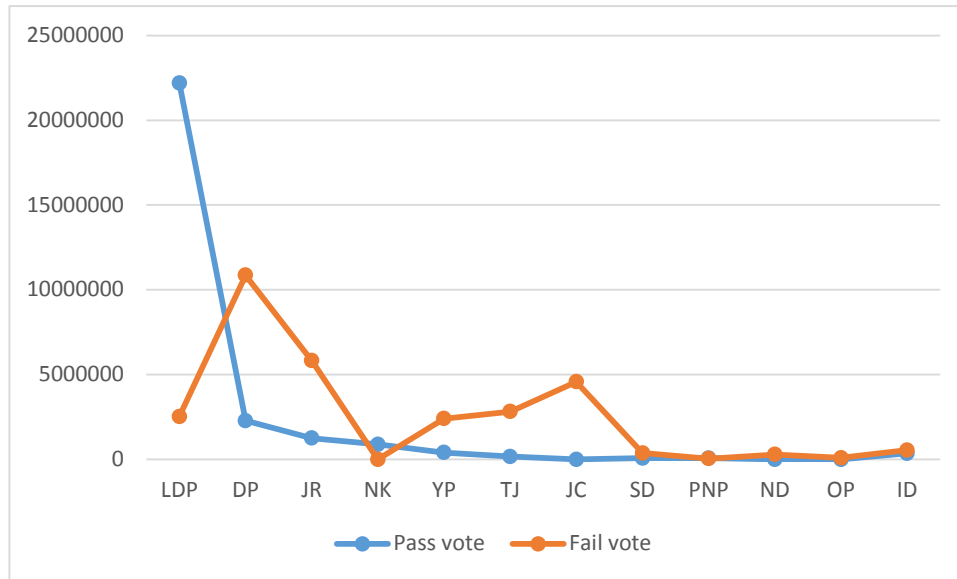


Figure 8: Relation between pass votes and fail votes by party HR, 2012

Note: LDP: Liberal Democratic Party, DP: Democratic Party, JR: Japan Restoration, NK: New Komeito, YP: Your Party, TJ: Tomorrow Party Japanm JC: Japan Communist Past, SD: Social Democratic Party, PNP: People's New Party, ND: New Party DAICHI, ID: Independent, OP: Other Parties

Figure 8 shows the party efficiency for the election in 2012 where New Komeito party had more efficient votes(100%) followed by Liberal Democratic Party (90%). The may be because the New Komeito Party is more organized and made coalition with Liberal Democratic Party where this party won all the candidates. That is why New Komeito had no fail or dead votes. Where a party have more pass votes reflects that that party contains more efficient votes whereas more fail votes is less efficient. So, efficient of a political party depends on the ration of its pass votes and total votes. More share of pass votes of a political party tends to more efficient votes of a political party.

## 6. Summary and Conclusion

This study shows that voting efficiency is a key to the election results. The party obtained more pass votes compared to failing votes tends to win the election. Therefore, efficient voting has become indispensable to parties to win over other contestants. Retrospective data analysis shows that in every election, the winning

party always obtained more pass votes than failing votes. That is, voting efficiency is necessary to win any election.

### References

- [1] A. Baker and E. Scheiner: Electoral System Effects and Ruling Party Dominance in Japan: A Counterfactual Simulation Based on Adaptive Parties, *Electoral Studies*, 26:477-491 (2007).
- [2] A. Balu: A Quadruple Whammy for First-Past-the-Post. *Electoral Studies*, 23:431-453 (2004).
- [3] R. V. Christiansen: The New Japanese Election System. *Pacific Affairs*, 69(1):49-70 (1996).
- [4] A. K. M Abul Kalam Azad, Md. Arifur Rahman and T. Oyama, Statistical Analyses of Recent National Elections in Japan, *Proceedings of the 12<sup>th</sup> International Symposium on Operations Research and its Applications in Engineering, Technology and Management (ISORA2015)*:108-119 (2015).
- [5] Y. Horiuchi: Understanding Japanese Politics from a Local Perspectives. *International Political Science Review*, 30(5):565-573 (2009).
- [6] M. G. Kendall and A. Stuart: The Law of the Cubic Proportion in Election Results. *The British Journal of Sociology*, 1(3):183-196 (1950).
- [7] Y. Kinari, F. Ohtake, M. Kimball, S. Morimoto, and Y. Tsutsui: Happiness Before and After an Election: An analysis based on a daily survey around Japan's 2009 election. *The Institute of Social and Economic Research, Osaka University, Discussion Paper 924* (2015).
- [8] T. Oyama and H. Morohosi: Applying the Shortest Path Counting Problem to Evaluate the Importance of City Road Segments and the Connectedness of Network-Structured System. *International Transactions in Operational Research*, 11(5):555-574 (2004).
- [9] R. Taagepera: Reformulating the Cube Law for Proportional Representation Elections. *The American Political Science Review*, 80(2):489-504 (1986).
- [10] R. Taagepera: Seats and Votes – A Generalization of Cubic Law of Elections, *Social Science Research*, 2:257-275 (1973).

# いくつかの国でのアダムズ方式の配分結果

一森 哲男

大阪工業大学 情報科学部

## 概要

最近、わが国ではアダムズ方式に注目が集まっている。この方式はかなり以前よりフランスで使用されており、カナダでも 2011 年の選挙制度改革でサンラグ方式を使用する部分をアダムズ方式に変更している。また、わが国でも実は参議院選挙区選出議員の議席配分ですでに使用が始まっている。今後、衆議院の小選挙区制選出議員の 47 都道府県への議席配分と比例代表制選出議員の 11 ブロックへの議席配分で使用される予定である。これらの歴史的な流れと、比較検討のため、他の配分方式の配分結果を与える。

## 1 アダムズ方式の誕生

アメリカ合衆国憲法の第 1 条では下記のことを規定されている：

1. 下院議員の議席は州の人口に比例して配分される
2. 各州 1 議席は保障される
3. 人口は 10 年ごとに調査される

この規定により、1790 年に第 1 回目の国勢調査が実施され、その結果をもとに、ジェファソンにより提案された配分方式で議席配分が実施された。わが国ではドント方式と呼ばれる配分方式である。この方式では、まず、1 議席を配分するための人口を定める。議席配分の分野では、この人口を「除数」と呼ぶ。具体的には、このとき、除数を 3 万 3 千と定めた。すなわち、人口 3 万 3 千人当たり 1 議席の配分と定めた。各州の人口に対し、この割合で議席を配分する。例えば、ノースカロライナ州の人口は 35 万 3 千 5 百人だったので、10 議席が配分された。この場合、2 万 3 千 5 百人が余るが、これは無視された。余りが小さいときは、この無視は気にならないが、余りが大きいときは無視することに抵抗がある。ジェファソンは余りを無視した理由については沈黙であった。この方式は 1 議席を配分するための人口（除数）を変化させながら、5 回の国勢調査に対し使用されたが、早い時期から、配分結果には比例性に乏しいことが明らかになっていた。この方式は人口の多い州に過多の議席を与え、人口の少ない州には過少の議席を与えた。

そこで、登場してきたのがアダムズによる配分方式である。しかしながら、これは余りにはすべて1議席を与えるもので、これも比例性には乏しく、ジェファソンの方式とは反対に、人口の多い州に過少の議席を与え、人口の少ない州には過多の議席を与えた。アダムズの方式はジェファソンの方式と対称的な性質を有していたといえる。そこで、両者の折衷案である配分方式がウェブスターにより提案された。この方式では、余りが除数の半分より大きければ、その余りに1議席を与え、除数の半分より小さければその余りは無視された。1840年度の国勢調査に対し、この方式が採用された。これまでアメリカでは、アダムズ方式は一度も使われることはなかった。

## 2 アダムズ方式のはじめての使用—フランス国民議会

アメリカにおけるアダムズ方式の評価にもかかわらず、この方式はフランスで使用された。最初に使われたのは1985年の国民議会議員の議席配分の方法である。ただし、このときは戦後から続く各県2議席の保障が続き、この保障条件付きで、100県に対し570議席をアダムズ方式を用いて配分した。このときに使われた人口は1982年度の国勢調査人口である。やがて、2009年に憲法院により、この2議席保障が違憲と判断され、2009年度の国民議会議員の議席配分では、2議席の保障をはずし、アダムズ方式を使用して議席が配分された。具体的には、100県に対し556議席を配分した。このとき、バリンスキーはサンラグ方式（ウェブスター方式）を主張したが、表3に示されているように、定数1の県が10も生まれるという理由のため却下された。国民議会議員の定数は577人であるが、残りの21議席は、海外準県に8議席、特別共同体に2議席および在外選挙区に11議席が割当てられた。この定数は現在も有効である。ただし、2011年に定数2のマヨットが準県から県になったので、今後は101県間で558議席の配分となる予定であるが、その前に、選挙制度が変わる可能性もある。議席配分で使われた人口は2006年度の人口である。アダムズ方式(A)、ヒル方式(H)、ウェブスター方式(W)、ジェファソン方式(J)で議席を配分した結果を表1から表3に分けて与える。アダムズ方式の配分結果が各県の定数である。

## 3 アダムズ方式を部分的に使うカナダ庶民院

カナダの連邦法の公正代表法（カナダ法典2011年法律第26号）によれば、カナダの庶民院では、アメリカと同じく10年ごとの国勢調査後に議席配分が改定される。このとき、かなり複雑な方法で335議席を10州に配分している。この335議席は事前に定まった議員定数ではなく、配分後に定まる各州の配分議席数の総和である。現在のカナダの配分方式による、2011年度人口を用いた議席配分結果を表4に与える。これは現在のカナダ下院議員の各州の定数である。州は人口の多い順に並べている。この335議席以外にユーコン準州、ノースウェスト準州、ヌナブト準州にそれぞれ1議席ずつ配分し、計338議席

がカナダ下院議員の定数となっている。

つぎに、カナダの現在の配分方式を述べてみる。最初に除数を定める。2011年の議席配分の法律では、除数を111,166と定めている。この値は毎回改定される。具体的には、10州の人口増加率の平均を求め、前回の除数の値にこれに乗じて求めている。

1. 各州の人口をこの除数で割り、その商の値の小数点以下の端数を切り上げて、正の整数に丸める。その数の議席を各州に与える。（ここの部分がアダムズ方式である。）
2. 上院条項と祖父条項という特別な議席数が各州に保障され、それに届いていなければ適宜議席が州に追加される。（現在、各州に保障される最小議席数は、人口の多い順に、103, 75, 34, 26, 14, 14, 11, 10, 7, 4議席となっている。）
3. 以下の配分規則4項で定められた条件を満たす州すべてに対して、必要な議席を追加する。追加対象の州それぞれに対して、議席占有率が人口占有率以上になるように最小の議席を追加する。
4. 前回の議席配分結果と人口に対して、その時の議席占有率が人口占有率以上となっていた州にだけ、上記の配分規則3項を適用する。

以前と同じように、この時の人口に対して、アダムズ方式(A)、ヒル方式(H)、ウェブスター方式(W)、ジェファソン方式(J)を用いて議席を配分した結果を表5に与える。

## 4 いつの間にか使われていたアダムズ方式—日本の参議院

フランス（カナダの使用は部分的）以外でアダムズ方式を使用したのはわが国の参議院議員の議席配分である。実は、昨年度の参議院議員の選挙制度改革で、アダムズ方式が使われた。ただし、このことはわが国ではほとんど知られていない。多分、この議席配分をした人でさえ、知らなかったと思われる。

参議院議員の定数は現在242で、憲法の規定により3年ごとに半数の121議席が改選される。内訳は、選挙区選出議員の議席が73議席で、比例区選出議員の議席が残り48議席である。73議席は45選挙区へ配分される。以前は、73議席を47都道府県に配分していたが、今度の選挙制度改革で、鳥取県選挙区と島根県選挙区が合区し、徳島県選挙区と高知県選挙区が合区した。その結果、選挙区数が45に減少した。

参議院議員の73議席をアダムズ方式を用いて45選挙区へ配分した結果を表6と表7に分けて示す。使用した人口の値は2010年度の国勢調査の確定値である。アダムズ方式(A)の配分結果は45選挙区の現行定数である。アダムズ方式以外に、ヒル方式(H)、ウェブスター方式(W)、ジェファソン方式(J)を使用した結果も載せている。

## 5 今後使われるアダムズ方式—日本の衆議院

今後わが国では、衆議院議員の小選挙区制選出議員の47都道府県への議席配分と比例代表制選出議員の11ブロックへの議席配分において、アダムズ方式が使用されるようである。小選挙区制選出議員の現在の定数は295であるが、次回の選挙までには289に削減されるようである。だから、ここでは、289議席を47都道府県に配分することにする。人口は2010年度の国勢調査の確定値を用いる。47都道府県を人口順に並べ、取り分を計算する。アダムズ方式、ヒル方式、ウェブスター方式、ジェファソン方式の4方式で議席を配分する。その結果を表8および表9にまとめる。

比例代表制選出衆議院議員の定数も次回の選挙までには削減の予定で、新しい定数は4議席削減され176議席となるようである。だから、ここでは、176議席の11ブロック（選挙区）への配分を考える。表10に4方式による配分結果を与えている。

## 6 おわりに

アダムズ方式はアメリカで誕生し、フランスで使用されだした。また、カナダでも配分方式の一部として使用されだした。最近、わが国でも、国民の知らない間に、参議院議員の議席配分で使用され、今度は、衆議院議員の配分でも使用されるようである。本稿では、このアダムズ方式の歴史的な流れと他の配分方式の結果を掲載した。



表1 2009年のフランス国民議会議員556議席の100県への配分

| 県 (département)    | 人口        | 取り分   | A  | H  | W  | J  |
|--------------------|-----------|-------|----|----|----|----|
| Nord               | 2,565,257 | 22.56 | 21 | 22 | 23 | 24 |
| Paris              | 2,181,371 | 19.19 | 18 | 19 | 19 | 20 |
| Bouches-du-Rhône   | 1,937,405 | 17.04 | 16 | 17 | 17 | 18 |
| Rhône              | 1,669,655 | 14.69 | 14 | 15 | 15 | 15 |
| Hauts-de-Seine     | 1,536,100 | 13.51 | 13 | 13 | 13 | 14 |
| Seine-Saint-Denis  | 1,491,970 | 13.12 | 12 | 13 | 13 | 14 |
| Pas-de-Calais      | 1,453,387 | 12.78 | 12 | 13 | 13 | 13 |
| Yvelines           | 1,395,804 | 12.28 | 12 | 12 | 12 | 13 |
| Gironde            | 1,393,758 | 12.26 | 12 | 12 | 12 | 13 |
| Val-de-Marne       | 1,298,340 | 11.42 | 11 | 11 | 11 | 12 |
| Seine-et-Marne     | 1,273,488 | 11.20 | 11 | 11 | 11 | 12 |
| Seine-Maritime     | 1,243,834 | 10.94 | 10 | 11 | 11 | 11 |
| Loire-Atlantique   | 1,234,085 | 10.85 | 10 | 11 | 11 | 11 |
| Essonne            | 1,198,273 | 10.54 | 10 | 10 | 11 | 11 |
| Haute-Garonne      | 1,186,330 | 10.43 | 10 | 10 | 10 | 11 |
| Isère              | 1,169,491 | 10.29 | 10 | 10 | 10 | 11 |
| Val-d'Oise         | 1,157,052 | 10.18 | 10 | 10 | 10 | 11 |
| Bas-Rhin           | 1,079,016 | 9.49  | 9  | 9  | 9  | 10 |
| Alpes-Maritimes    | 1,073,184 | 9.44  | 9  | 9  | 9  | 10 |
| Moselle            | 1,036,776 | 9.12  | 9  | 9  | 9  | 9  |
| Hérault            | 1,001,041 | 8.80  | 9  | 9  | 9  | 9  |
| Var                | 985,099   | 8.66  | 8  | 9  | 9  | 9  |
| Ille-et-Vilaine    | 945,851   | 8.32  | 8  | 8  | 8  | 9  |
| Finistère          | 883,001   | 7.77  | 8  | 8  | 8  | 8  |
| Oise               | 792,975   | 6.97  | 7  | 7  | 7  | 7  |
| Réunion            | 781,962   | 6.88  | 7  | 7  | 7  | 7  |
| Maine-et-Loire     | 766,659   | 6.74  | 7  | 7  | 7  | 7  |
| Loire              | 741,269   | 6.52  | 6  | 7  | 7  | 7  |
| Haut-Rhin          | 736,477   | 6.48  | 6  | 6  | 6  | 7  |
| Meurthe-et-Moselle | 725,302   | 6.38  | 6  | 6  | 6  | 6  |
| Haute-Savoie       | 696,255   | 6.12  | 6  | 6  | 6  | 6  |
| Morbihan           | 694,821   | 6.11  | 6  | 6  | 6  | 6  |
| Gard               | 683,169   | 6.01  | 6  | 6  | 6  | 6  |

表2 2009年のフランス国民議会議員556議席の100県への配分

| 県 (département)      | 人口      | 取り分  | A | H | W | J |
|----------------------|---------|------|---|---|---|---|
| Calvados             | 671,351 | 5.90 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| Loiret               | 645,325 | 5.68 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| Pyrénées-Atlantiques | 636,849 | 5.60 | 6 | 6 | 6 | 6 |
| Puy-de-Dôme          | 623,463 | 5.48 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Charente-Maritime    | 598,915 | 5.27 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Vendée               | 597,185 | 5.25 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Indre-et-Loire       | 580,312 | 5.10 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Côtes-d'Armor        | 570,861 | 5.02 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Eure                 | 567,221 | 4.99 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Ain                  | 566,740 | 4.98 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Marne                | 565,841 | 4.98 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Somme                | 564,319 | 4.96 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Sarthe               | 553,484 | 4.87 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Saône-et-Loire       | 549,361 | 4.83 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Aisne                | 537,061 | 4.72 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Vaucluse             | 534,291 | 4.70 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| Côte-d'Or            | 517,168 | 4.55 | 5 | 5 | 5 | 4 |
| Doubs                | 516,157 | 4.54 | 5 | 5 | 5 | 4 |
| Manche               | 492,563 | 4.33 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| Drôme                | 468,608 | 4.12 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| Pyrénées-Orientales  | 432,112 | 3.80 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| Eure-et-Loir         | 421,114 | 3.70 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| Vienne               | 418,460 | 3.68 | 4 | 4 | 4 | 3 |
| Dordogne             | 404,052 | 3.55 | 4 | 4 | 4 | 3 |
| Savoie               | 403,090 | 3.55 | 4 | 4 | 4 | 3 |
| Guadeloupe           | 400,736 | 3.52 | 4 | 4 | 4 | 3 |
| Martinique           | 397,732 | 3.50 | 4 | 4 | 3 | 3 |
| Vosges               | 379,975 | 3.34 | 4 | 3 | 3 | 3 |
| Haute-Vienne         | 367,156 | 3.23 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Tarn                 | 365,335 | 3.21 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Landes               | 362,827 | 3.19 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Deux-Sèvres          | 359,711 | 3.16 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Charente             | 347,037 | 3.05 | 3 | 3 | 3 | 3 |

表3 2009年のフランス国民議会議員556議席の100県への配分

| 県 (département)         | 人口      | 取り分  | A | H | W | J |
|-------------------------|---------|------|---|---|---|---|
| Allier                  | 343,309 | 3.02 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Aude                    | 341,022 | 3.00 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Yonne                   | 340,088 | 2.99 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Loir-et-Cher            | 325,182 | 2.86 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Lot-et-Garonne          | 322,292 | 2.83 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| Cher                    | 314,675 | 2.77 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Ardèche                 | 306,238 | 2.69 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Aube                    | 299,704 | 2.64 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Mayenne                 | 299,000 | 2.63 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Orne                    | 292,879 | 2.58 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Ardennes                | 285,653 | 2.51 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Aveyron                 | 273,377 | 2.40 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| Jura                    | 257,399 | 2.26 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| Corrèze                 | 240,363 | 2.11 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Haute-Saône             | 235,867 | 2.07 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Indre                   | 232,959 | 2.05 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Hautes-Pyrénées         | 227,736 | 2.00 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Tarn-et-Garonne         | 226,849 | 2.00 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Nièvre                  | 222,220 | 1.95 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Haute-Loire             | 219,484 | 1.93 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Guyane                  | 205,954 | 1.81 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| Meuse                   | 193,696 | 1.70 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| Haute-Marne             | 187,652 | 1.65 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| Gers                    | 181,375 | 1.60 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| Lot                     | 169,531 | 1.49 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| Haute-Corse             | 158,400 | 1.39 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Alpes-de-Haute-Provence | 154,501 | 1.36 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Cantal                  | 149,682 | 1.32 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Ariège                  | 146,289 | 1.29 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Territoire de Belfort   | 141,201 | 1.24 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Corse-du-Sud            | 135,718 | 1.19 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Hautes-Alpes            | 130,752 | 1.15 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| Creuse                  | 123,401 | 0.99 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| Lozère                  | 76,800  | 0.61 | 1 | 1 | 1 | 1 |

表4 2011年のカナダ庶民院議員 335 議席の 10 州への配分

| 州 (Province)              | 人口         | 取り分    | 定数  |
|---------------------------|------------|--------|-----|
| Ontario                   | 13,372,996 | 130.34 | 121 |
| Quebec                    | 7,979,663  | 77.77  | 78  |
| British Columbia          | 4,573,321  | 44.57  | 42  |
| Alberta                   | 3,779,353  | 36.84  | 34  |
| Manitoba                  | 1,250,574  | 12.19  | 14  |
| Saskatchewan              | 1,057,884  | 10.31  | 14  |
| Nova Scotia               | 945,437    | 9.21   | 11  |
| New Brunswick             | 755,455    | 7.36   | 10  |
| Newfoundland and Labrador | 510,578    | 4.98   | 7   |
| Prince Edward Island      | 145,855    | 1.42   | 4   |

表5 2011年のカナダ庶民院議員 335 議席の 10 州への配分

| 州 (Province)              | 取り分    | A   | H   | W   | J   |
|---------------------------|--------|-----|-----|-----|-----|
| Ontario                   | 130.34 | 129 | 130 | 131 | 131 |
| Quebec                    | 77.77  | 77  | 78  | 78  | 78  |
| British Columbia          | 44.57  | 44  | 45  | 45  | 45  |
| Alberta                   | 36.84  | 37  | 37  | 37  | 37  |
| Manitoba                  | 12.19  | 12  | 12  | 12  | 12  |
| Saskatchewan              | 10.31  | 11  | 10  | 10  | 10  |
| Nova Scotia               | 9.21   | 10  | 9   | 9   | 9   |
| New Brunswick             | 7.36   | 8   | 7   | 7   | 7   |
| Newfoundland and Labrador | 4.98   | 5   | 5   | 5   | 5   |
| Prince Edward Island      | 1.42   | 2   | 2   | 1   | 1   |

表 6 2015 年の参議院議員 73 議席の 45 選挙区への配分

| 選挙区   | 人口         | 取り分  | A | H | W | J |
|-------|------------|------|---|---|---|---|
| 東京    | 13,159,388 | 7.50 | 6 | 7 | 7 | 7 |
| 神奈川   | 9,048,331  | 5.16 | 4 | 4 | 5 | 5 |
| 大阪    | 8,865,245  | 5.05 | 4 | 4 | 4 | 5 |
| 愛知    | 7,410,719  | 4.22 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| 埼玉    | 7,194,556  | 4.10 | 3 | 4 | 4 | 4 |
| 千葉    | 6,216,289  | 3.54 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 兵庫    | 5,588,133  | 3.19 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 北海道   | 5,506,419  | 3.14 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 福岡    | 5,071,968  | 2.89 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 静岡    | 3,765,007  | 2.15 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 茨城    | 2,969,770  | 1.69 | 2 | 2 | 1 | 1 |
| 広島    | 2,860,750  | 1.63 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 京都    | 2,636,092  | 1.50 | 2 | 1 | 1 | 1 |
| 新潟    | 2,374,450  | 1.35 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 宮城    | 2,348,165  | 1.34 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 長野    | 2,152,449  | 1.23 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 岐阜    | 2,080,773  | 1.19 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 福島    | 2,029,064  | 1.16 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 群馬    | 2,008,068  | 1.14 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 栃木    | 2,007,683  | 1.14 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 岡山    | 1,945,276  | 1.11 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 三重    | 1,854,724  | 1.06 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 熊本    | 1,817,426  | 1.04 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 鹿児島   | 1,706,242  | 0.97 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 徳島・高知 | 1,549,947  | 0.88 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 山口    | 1,451,338  | 0.83 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 愛媛    | 1,431,493  | 0.82 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 長崎    | 1,426,779  | 0.81 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 滋賀    | 1,410,777  | 0.80 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 奈良    | 1,400,728  | 0.80 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 沖縄    | 1,392,818  | 0.79 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 青森    | 1,373,339  | 0.78 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 岩手    | 1,330,147  | 0.76 | 1 | 1 | 1 | 1 |

表7 2015年の参議院議員73議席の45選挙区への配分

| 選挙区   | 人口        | 取り分  | 4方式共通 |
|-------|-----------|------|-------|
| 島根・鳥取 | 1,306,064 | 0.74 | 1     |
| 大分    | 1,196,529 | 0.68 | 1     |
| 石川    | 1,169,788 | 0.67 | 1     |
| 山形    | 1,168,924 | 0.67 | 1     |
| 宮崎    | 1,135,233 | 0.65 | 1     |
| 富山    | 1,093,247 | 0.62 | 1     |
| 秋田    | 1,085,997 | 0.62 | 1     |
| 和歌山   | 1,002,198 | 0.57 | 1     |
| 香川    | 995,842   | 0.57 | 1     |
| 山梨    | 863,075   | 0.49 | 1     |
| 佐賀    | 849,788   | 0.48 | 1     |
| 福井    | 806,314   | 0.46 | 1     |

表 8 衆議院小選挙区制選出議員 289 議席の 47 都道府県への配分

| 都道府県 | 人口         | 取り分   | A  | H  | W  | J  |
|------|------------|-------|----|----|----|----|
| 東京   | 13,159,388 | 29.70 | 28 | 30 | 30 | 32 |
| 神奈川  | 9,048,331  | 20.42 | 19 | 20 | 20 | 22 |
| 大阪   | 8,865,245  | 20.01 | 19 | 20 | 20 | 21 |
| 愛知   | 7,410,719  | 16.73 | 16 | 17 | 17 | 18 |
| 埼玉   | 7,194,556  | 16.24 | 16 | 16 | 16 | 17 |
| 千葉   | 6,216,289  | 14.03 | 14 | 14 | 14 | 15 |
| 兵庫   | 5,588,133  | 12.61 | 12 | 13 | 13 | 13 |
| 北海道  | 5,506,419  | 12.43 | 12 | 12 | 12 | 13 |
| 福岡   | 5,071,968  | 11.45 | 11 | 11 | 11 | 12 |
| 静岡   | 3,765,007  | 8.50  | 8  | 8  | 9  | 9  |
| 茨城   | 2,969,770  | 6.70  | 7  | 7  | 7  | 7  |
| 広島   | 2,860,750  | 6.46  | 6  | 6  | 6  | 7  |
| 京都   | 2,636,092  | 5.95  | 6  | 6  | 6  | 6  |
| 新潟   | 2,374,450  | 5.36  | 5  | 5  | 5  | 5  |
| 宮城   | 2,348,165  | 5.30  | 5  | 5  | 5  | 5  |
| 長野   | 2,152,449  | 4.86  | 5  | 5  | 5  | 5  |
| 岐阜   | 2,080,773  | 4.70  | 5  | 5  | 5  | 5  |
| 福島   | 2,029,064  | 4.58  | 5  | 5  | 5  | 4  |
| 群馬   | 2,008,068  | 4.53  | 5  | 5  | 5  | 4  |
| 栃木   | 2,007,683  | 4.53  | 5  | 5  | 5  | 4  |
| 岡山   | 1,945,276  | 4.39  | 5  | 4  | 4  | 4  |
| 三重   | 1,854,724  | 4.19  | 4  | 4  | 4  | 4  |
| 熊本   | 1,817,426  | 4.10  | 4  | 4  | 4  | 4  |
| 鹿児島  | 1,706,242  | 3.85  | 4  | 4  | 4  | 4  |

表9 衆議院小選挙区制選出議員 289 議席の 47 都道府県への配分

| 都道府県 | 人口        | 取り分  | A | H | W | J |
|------|-----------|------|---|---|---|---|
| 山口   | 1,451,338 | 3.28 | 4 | 3 | 3 | 3 |
| 愛媛   | 1,431,493 | 3.23 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 長崎   | 1,426,779 | 3.22 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 滋賀   | 1,410,777 | 3.18 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 奈良   | 1,400,728 | 3.16 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 沖縄   | 1,392,818 | 3.14 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 青森   | 1,373,339 | 3.10 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 岩手   | 1,330,147 | 3.00 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 大分   | 1,196,529 | 2.70 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 石川   | 1,169,788 | 2.64 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 山形   | 1,168,924 | 2.64 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 宮崎   | 1,135,233 | 2.56 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| 富山   | 1,093,247 | 2.47 | 3 | 3 | 2 | 2 |
| 秋田   | 1,085,997 | 2.45 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 和歌山  | 1,002,198 | 2.26 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 香川   | 995,842   | 2.25 | 3 | 2 | 2 | 2 |
| 山梨   | 863,075   | 1.95 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 佐賀   | 849,788   | 1.92 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 福井   | 806,314   | 1.82 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 徳島   | 785,491   | 1.77 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 高知   | 764,456   | 1.73 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 島根   | 717,397   | 1.62 | 2 | 2 | 2 | 1 |
| 鳥取   | 588,667   | 1.33 | 2 | 1 | 1 | 1 |



表 10 衆議院比例代表制選出議員 176 議席の 11 選挙区への配分

| 選挙区（ブロック） | 人口         | 取り分   | A  | H  | W  | J  |
|-----------|------------|-------|----|----|----|----|
| 近畿        | 20,903,173 | 28.73 | 28 | 29 | 29 | 29 |
| 南関東       | 16,127,695 | 22.17 | 22 | 22 | 22 | 23 |
| 東海        | 15,111,223 | 20.77 | 20 | 21 | 21 | 21 |
| 九州        | 14,596,783 | 20.06 | 20 | 20 | 20 | 20 |
| 北関東       | 14,180,077 | 19.49 | 19 | 20 | 20 | 20 |
| 東京        | 13,159,388 | 18.09 | 18 | 18 | 18 | 18 |
| 東北        | 9,335,636  | 12.83 | 13 | 13 | 13 | 13 |
| 北陸信越      | 7,596,248  | 10.44 | 11 | 10 | 10 | 10 |
| 中国        | 7,563,428  | 10.40 | 11 | 10 | 10 | 10 |
| 北海道       | 5,506,419  | 7.57  | 8  | 8  | 8  | 7  |
| 四国        | 3,977,282  | 5.47  | 6  | 5  | 5  | 5  |



# 原理党を含む展開系ゲームの 部分ゲーム完全均衡解の解析的記述 (原理党数 1 現実党数 2 の場合) 岸本 一男 (筑波大学システム情報系)

## 1 はじめに

古典的なダウنزの空間的投票モデルの枠組みにのちでは、政党は自党の主張よりも政権の獲得を優先して、政策を有権者の意見に合わせて変化させると仮定されている。しかし、政党によっては、自党の主張を有権者の意見に優先させる政党もあり得る。岸本・蒲島 [1] は、これらの政党を現実党、原理党と定義して、原理党が弱小政党であっても選挙結果に大きな影響を与えうることを指摘した。佐藤・岸本 [2] は、この場合の政党位置の決定を完全情報展開系ゲームとして定式化し、その部分ゲーム完全均衡解の例をシミュレーションで与えている。シミュレーション解は解の全貌を理解するのに不便である。岸本 [3] は解析的な分類を与えたが、扱いが一般的である分、具体性に欠けている嫌いがあった。本発表は、有権者意見分布に単峰の仮定を置いた政党数 3 (原理党数 1, 現実党数 2) の場合の解を与える。

## 2 モデル

選挙の争点となる政策が実数  $\mathbb{R}$  軸上の 1 点で与えられ、1 個の原理党  $P_f$  と  $N$  個の現実党  $P_1, P_2, \dots, P_N$  が、それぞれ政策  $x_f, x_1, x_2, \dots, x_N \in \mathbb{R}$  を公表して有権者からの得票数を競うとする。政策  $\xi$  を支持する有権者が、密度関数  $\varphi(\xi)$  で分布しており、 $N+1$  の政党  $P_f, P_1, \dots, P_N$  のうち最も意見の近い政党、即ち  $\min\{|x_f - \xi|, |x_1 - \xi|, \dots, |x_N - \xi|\}$  を実現する政党に棄権することなく投票するとする。本稿では、本研究では積分としてリーマン積分を用いるものとし、有権者密度関数は  $\int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(\xi) d\xi = 1$  に加えて、単峰と断る場合は常に次の強い単峰性を意味するものとする。

**条件 1 (単峰性)**  $\varphi(x)$  は  $x = x_M$  で最大値をとり  $x \in (-\infty, x_M)$  で狭義単調増加、 $x \in (x_M, +\infty)$  で狭義単調減少な連続関数。□

次の順に進行する  $N+1$  段階完全情報展開型ゲームを考える：

- (0)  $P_f$  がその座標  $x_f$  を決定する；
- (1)  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots, N$ ) が  $P_1, P_2, \dots, P_N$  の順に座標  $x_n$  を決定する。

原理党  $P_f$  の政策は、他政党の影響を受けないので、その政策  $x_f$  は所与の定数だとみなす。現実党  $P_n$  ( $n = 1, 2, \dots, n$ ) のペイオフは、その得票数、即ち

$$v_n = \int_{I_n} \varphi(\xi) d\xi$$

で与えられるとする。但し、 $I_n$  は  $P_n$  を最も近い政党とする有権者位置の集合である。この展開型ゲームの部分ゲーム完全均衡解を後退帰納法で計算する。即ち、 $P_n$  は  $x_f, x_\nu$  ( $\nu = 1, 2, \dots, n-1$ ) が与えられたという条件の下で、

$$v(x_n; x_f, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}) = \max_{x_n \in \mathbb{R}} \int_{I_2} f(\xi) d\xi$$

を実現する  $x_n$  を  $x_f, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$  の関数として定める。政策の組  $(x_f, x_1, x_2, \dots, x_N)$  が部分ゲーム完全均衡解を与える。

但し、これらの最大問題では、上限は存在しても最大を与えない場合がある。各政党は、最大値が存在しない場合は、最大値に十分近い  $\varepsilon$  以内の乖離の得票数を目指すものとする。最大値に十分近いことの正当化は標準的な議論で可能で、厳密な定義と証明は煩雑で本稿の目的と乖離するので、以後断ることなく  $\delta > 0$  は座標での極めて小さな乖離を、 $\varepsilon > 0$  は得票数での極めて小さな乖離を表現するものとする。

これらについては、 $\varepsilon$  均衡の解を考える。これらの解を記述するためには、次の記法を導入する。まず有権者の密度関数の累積分布関数を

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(\xi) d\xi$$

で定義する。 $\Phi(x)$  は単調増加連続関数なので逆関数が存在し、政策位置  $x$  を  $\Phi$  の関数として表現することができる。以後誤解がない場合、 $x$  によって  $\Phi$  の関数として定まる有権者の位置を表現する。すなわち  $x(\Phi)$  は  $100\Phi$  パーセンタイル値であり、 $x(1/4)$  は 25 パーセンタイル値を意味する。

### 3 幾つかの補題

政策  $\xi_0$  が最右端（最左端）である政党があるとき、その右側（左側）に最後の政党が参入し、最大得票を目指す場合は、次の命題が成立する。

**命題 2 (両端への参入)** 左端（右端）の政党の左側  $(-\infty, \xi_1)$ （右側  $(\xi_1, +\infty)$ ）に新たな政党  $P^*(x^*)$  が参入するとき、 $P^*(x_0)$  は次の条件を満たす点で  $\varepsilon$  最大の得票を獲得する：

$$x^* = \xi_0 - \delta \quad (x^* = \xi_0 + \delta). \quad (1)$$

□

政策座標がとなりあう 2 つの政党の座標が  $a, b$  である区間に、最後に参入する政党が  $\varepsilon$  最大得票を目指すためのために、次の定義をする：

**定義 3 (帽子)** 政策座標がとなりあう 2 つの政党の座標が  $a, b$  ( $a < b$ ) とするとき、

$$v = \max_{x \in [a, b]} \int_{\frac{x+a}{2}}^{\frac{x+b}{2}} \varphi(\xi) d\xi \quad (2)$$

を実現する  $x = x^*$  を有限閉区間での最適参入点、達成された  $v$  の最大値を予定得票率、 $[y_L, y_R] \equiv \left[ \frac{x^*+a}{2}, \frac{x^*+b}{2} \right]$  を  $\varphi(x)$  の有限閉区間  $[a, b]$  での帽子と呼び  $K(\varphi, [a, b])$  と記す。但し、ここでは  $\varepsilon$  以内の誤差を許すとする。□

**命題 4** 単峰な密度関数  $\varphi(x)$  が  $x = x_M$  で最大値を取るとする.  $\varphi(x)$  の有限閉区間  $[a, b]$  での帽子  $K(\varphi, [a, b])$  は, 次のいずれかを満たす:

(i)  $y_L = a + \delta$  であるための必要十分条件は  $a < x_M \leq \frac{3a+b}{4}$

(ii)  $y_R = b - \delta$  であるための必要十分条件は  $\frac{a+3b}{4} \leq x_M < b$

(iii)  $K(\varphi, [a, b]) \subset (a, b)$  であるための必要十分条件は  $x_M \in (\frac{3a+b}{4}, \frac{a+3b}{4})$ .

□

命題 4 で (i), (ii) のいずれかが成立するとき, 帽子は歪んでいるという. (iii) が成立するとき帽子は正常であるという.

**命題 5 (単調連続性)** 帽子の式 (2) (定義 3) において, 予定得票率  $v$  を  $a$  の関数とみて  $v(a)$  と記すとき  $v(a)$  は  $a$  の連続狭義単調減少関数である. 又, 予定得票率  $v$  を  $b$  の関数とみて  $v(b)$  と記すとき  $v(b)$  は  $b$  の連続狭義単調増加関数である. □

$\varphi(x)$  が単峰と仮定したので  $\varphi(x)$  が単峰 (条件 1) なので,  $0 < A < \varphi(x_M)$  なら,  $\varphi(x) = A$  を満たす  $x$  は 2 つ存在する. その一方  $x = y_1$  にもう一方  $x = y_2 (\neq y_1)$  を対応させる写像を  $\rho(x)$  と定義する.  $\rho(y_1) = y_2, \rho(y_2) = y_1$  である.

## 4 1 原理党 2 現実党の場合

現実党が 2 つの場合を考える.  $x_f < x_1$  の解と  $x_1 < x_f$  の解の 2 種類の解が存在する.  $x_1 < x_f$  の場合は  $x' = -x$  と置いて  $\varphi(x')$  を考えることとし,  $x_f < x_1$  の場合を考える. この時以下の命題が成立する.

**命題 6**  $\varphi(x)$  が単峰 (条件 1) だとする.

(i)  $x_f$  を固定するとき,

$$g(x_f) \equiv \int_{K(\varphi, [x_f, x_1])} \varphi(\xi) d\xi = \int_{x_1}^{+\infty} \varphi(\xi) d\xi \quad (3)$$

を満足する  $x_1$  がただ一つ存在する.

(ii) (i) での  $g(x_f)$  は  $x_f$  に関する単調減少関数で,

$$g(x_f) = \int_{-\infty}^{\frac{x_f+x_2}{2}} \varphi(\xi) d\xi \quad (4)$$

を満足する (従って, 3 政党が全て  $\frac{1}{3}$  の得票率を得る)  $x_f = x_f^*$  がただ一つ存在する. □

**命題 7**  $\varphi(x)$  が単峰 (条件 1) だとする.

(i) 命題6(ii)での $x_f^*$ を用いて, $x_f < x_f^*$ のとき命題6(i)の $x_1$ に対して, $x_2$ が $[x_f, x_1]$ での最適参入点に位置すると,この解は部分ゲーム完全均衡解となる.

(ii) 命題6(ii)での $x_f^*$ を用いて, $x_f^* < x_f$ のとき

$$\int_{-\infty}^{x_f} \varphi(\xi) d\xi = \int_x^{+\infty} \varphi(\xi) d\xi$$

を満たす $x$ はただ1つ定まり, $x_1 = x + \delta$ ,  $x_2 = x_f - \delta$ は部分ゲーム完全均衡解となる.  $\square$

**定義 8 (解の分類)** 命題7における(i)の解は $x_f \leq x_2 \leq x_1$ なので $f21$ 型の解,(ii)の解は $x_2 \leq x_f \leq x_1$ なので $2f1$ 型の解と呼ぶ.  $\square$

**命題 9**  $\varphi(x)$ が単峰(条件1)なら,部分ゲーム完全均衡解は次のように分類される:

(i)  $f21$ 型の解は次のように細分される:

(a)  $x_f$ が小さいとき,帽子が歪んでおり, $x_2 = x_1 - \delta$ ,  $v_f \leq v_2 = v_1 + \varepsilon$ ;

(b)  $x_f$ が大きいとき,帽子は正常で, $x_2$ と $x_1$ とは有限の差を持つ;

(ii)  $2f1$ 型の解では, $x_1 = x_f - \delta$ で $\int_{-\infty}^{x_f} \varphi(\xi) d\xi = \int_{x_1}^{+\infty} d\xi + \varepsilon$ であり, $v_f \leq v_2 \leq v_1$ .

但し,これらの解は, $x_f$ が実数軸の左寄りある場合の解であって,実数軸の右寄りにある解は, $\varphi(-x)$ に対して同様の議論をした後符号を反転することにより得られる.  $\square$

## 5 結論

ダウنز型の空間的投票モデルに原理党を導入し,原理党1 現実党2の合計3政党が存在する場合,単峰性の仮定を置いた場合の解析解の存在と一意性を示し分類をその性質を与えた.

## 6 謝辞

本研究は科学研究費一般研究(C)25380147の援助を受けて行われた.

## 参考文献

- [1] 岸本, 蒲島, 合理的選択理論からみた日本の政党システム, レヴァイアサン, No.20(1997), pp.84-100.
- [2] 佐藤達己・岸本一男: 原理政党存在下での政党の政策位置の解析とその検証, 応用数理学会年会予稿集, 2012, pp.203-204.
- [3] 岸本一男: 原理党を含む展開系ゲームの部分ゲーム完全均衡解の解析的記述, 応用数理学会年会予稿集, 2016, pp.54-55.

# 同盟における防衛義務の片務性と抑止の実効性

栗崎周平  
早稲田大学 政治経済学部

数理的手法と理論に基づく計量的政治分析に関するワークショップ  
於 政策研究大学院大学 2016年12月9日



トランプ:「日本は米国を防衛する義務を負わないのは不公平だ」

安倍:「われわれには新たな責任がある。日米安保条約を堂々たる双務性にするという事です。[中略] 具体的には集団的自衛権の行使だと思う」安倍晋三『この国を守る決意』(2004)

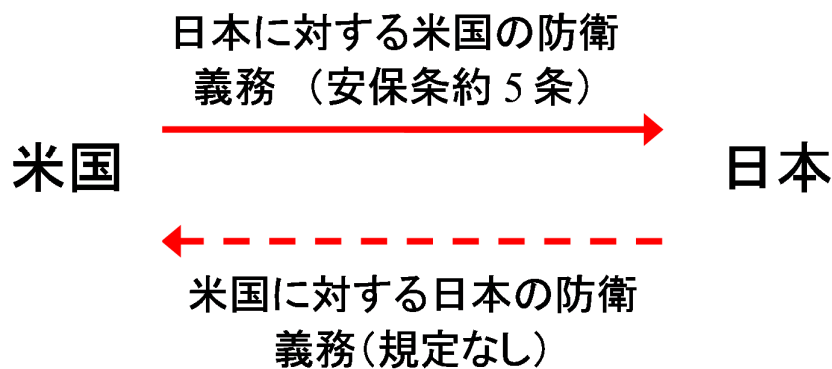
# 日米同盟における片務的防衛義務

日米同盟（日米安全保障条約、1960年）：

日本における、日米いずれか一方に対する攻撃に関し日米が共同して対処することを規定

第5条：米国による日本の**防衛義務**（片務的）

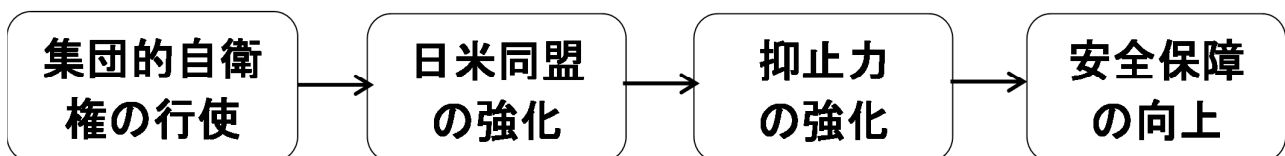
第6条：米軍の日本駐留（日米地位協定）



3

# 平和安保法制に期待される政策効果

政府の主張する政策効果と期待される因果効果



## 集団的自衛権行使

- 共同軍事作戦/指揮・装備・運用コーディネーション
- 防衛義務の双務化のための法整備

## 安保法制・集団的自衛権の因果効果の政府主張

- 同盟研究と抑止研究における理論と実証と齟齬



## 本研究の目的

政府・与党が主張する「集団的自衛権の政策効果」を国際政治研究に立脚した実証的・計量的な検証

- 防衛義務の双務性に着目し、以下の因果命題を検証
  1. 防衛コミットメント ⇒ 日米同盟の強化
  2. 防衛コミットメント ⇒ 抑止力の向上
  3. 防衛コミットメント ⇒ 安全保障の確保

### 【国際政治研究への貢献】

- 戦後の国際安全保障秩序の影響を検証
- 同盟における防衛義務関係の改変は、国際政治研究、とくに同盟研究に対する検証すべきパズルを提供

5

## 分析枠組み

**分析対象**：日米同盟に限定せず、国際紛争一般

- 防衛同盟における防衛義務の双務／片務性

**独立変数**：防衛コミットメントの双務性

- 防衛同盟における防衛義務の双務／片務性

**従属変数**

- 日米同盟の強化：戦時における同盟義務の履行
- 抑止力の向上：一般抑止/緊急抑止の成否
- 安全保障の確保：武力紛争の未然の防止、巻き込まれの危険、掻き立ての危険

6

## 現時点までの実証分析の結果：まとめ

- 防衛義務の双務化 → 有事における同盟の信頼性  
(WWIIまで、全ての同盟)
- × 防衛義務の双務化 → 有事における同盟の信頼性  
(1816から2003、防衛同盟のみでは逆効果)
- × 防衛義務の双務化 → 緊急抑止  
(逆に同盟の存在は抑止失敗のリスク増大)
- △ 防衛義務の双務化 → 武力威嚇と外交挑戦リスク低減  
(同盟国からの庇護で十分、防衛義務効果なし)
- △ 防衛義務の双務化 → 武力攻撃リスク低減  
(Monadic では yes, dyadicでは no ⇒ monadic でもNO)
- △ 防衛義務の双務化 → 武力紛争への巻込まれ  
(19世紀には効果あり)
- 集団的自衛権 → 武力紛争の開始  
(逆に戦後では日本に対する戦争抑止効果が期待される)

7

## 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 の実証分析

福岡杏里紗 & 栗崎周平

8

# 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性

## 政策効果の政府主張

「集団的自衛権行使容認 → 日米同盟強化」

- 日本が危険にさらされたときは日米同盟が完全に機能すること(189回次衆議院本会議)
- 現在は集団的自衛権に関する訓練が行うことはできません。しかし、この訓練と演習を実施することによって自衛隊の対処能力が向上します(2015/4/7 189回国会外交防衛委員会)

## 「日米同盟の強化」の操作化(政府答弁・白書)

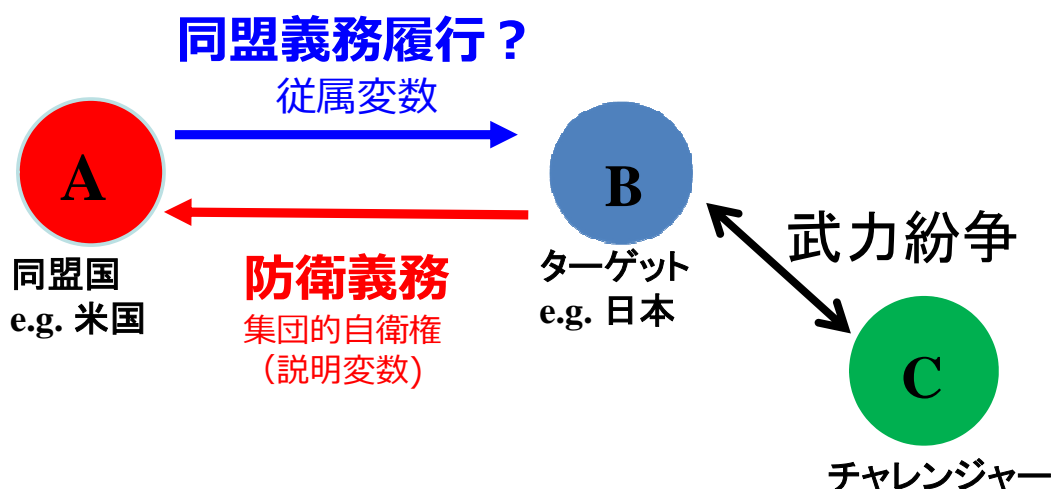
### 1. 有事の際に同盟国が実際に介入

→ Literature on the reliability and the fear of abandonment

【仮説】防衛義務の双務化 → 有事における同盟国による同盟義務履行 ↑ 日本が見捨てられるか否かの分析 (Abandonment)

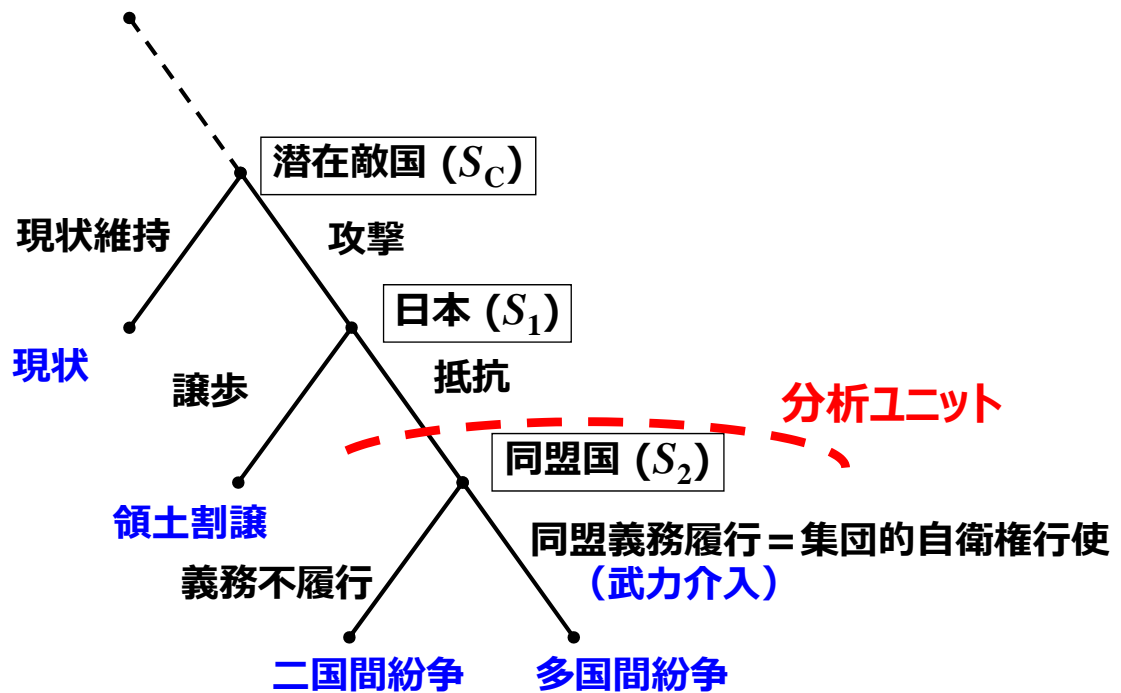
9

# 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性



10

# 同盟の信頼性と分析ユニット



## 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (リサーチデザイン)

Data : 1816 – 1944 先行研究 Leeds (2003, IO)に依拠

1848 – 2000 Leeds, Johnson, and Chiba (n.d.) 未発表

分析ユニット : B国が戦争に関与し、A国の同盟義務が発動 (n=143)

従属変数 : A国がB国に対する同盟義務を履行

<防衛・攻撃同盟>

- A国がB国側に立って軍事介入

<防衛・攻撃・中立同盟・不戦条約>

- A国がC国 (B国との交戦国) 側に協力しない

説明変数 :

- B国→A国防衛義務の有無

# 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (リサーチデザイン・続)

制御変数： Leeds (2003 IO)を踏襲

- A国が民主国か否か
- A国が大国か否か
- 条約締結以降のA国における国力の変化
- 条約締結以降のA国における政治体制の変化
- B国が当該戦争の直接の被攻撃国か否か
- A国の相対的国力 i.e.,  $m_A$
- B国の相対的国力 i.e.,  $m_B$
- A-B国間の国力バランス i.e.,  $m_B/(m_A + m_B)$
- 国力バランスを制御するために、防衛義務とinteraction

13

# 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (ロジット分析結果)

サンプル：全ての同盟義務 (~1944)

| 従属変数：同盟義務の履行                     | Model 1               | Model 2                 | Model 3               |
|----------------------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|
| B国→A国防衛義務 B→A                    | -0.24 (0.60)          | <b>2.39** (1.01)</b>    | <b>3.22** (1.22)</b>  |
| B国の相対的国力 $m_B$                   |                       | <b>30.79** (10.79)</b>  |                       |
| 相互作用項 (B→A)* $m_B$               |                       | <b>-25.36** (11.42)</b> |                       |
| B国のA国に対する相対的国力 $m_B/(m_A + m_B)$ |                       |                         | <b>-6.42** (2.39)</b> |
| 相互作用項 (B→A)* $m_B/(m_A + m_B)$   |                       |                         | <b>6.85** (2.34)</b>  |
| A国は民主国                           | <b>2.91** (1.19)</b>  | <b>3.05** (1.18)</b>    | <b>2.89** (1.11)</b>  |
| A国は大国                            | <b>1.11** (0.63)</b>  | -0.68 (0.74)            | -0.30 (0.60)          |
| A国の政治体制変化                        | <b>-1.56** (0.57)</b> | <b>-1.69** (0.61)</b>   | <b>-1.65** (0.71)</b> |
| Constant                         | 3.30** (0.68)         | 0.33(1.05)              | -0.54 (1.52)          |
| N                                | 143                   | 143                     | 143                   |
| AIC                              | 111.36                | 103.20                  | 101.21                |
| Percent Correctly Predicted      | 86.01%                | 88.11%                  | 88.11%                |

※有意水準は\*\*\*p<0.001, \*\*p<0.01, \*p<0.05

※コントロール変数は省略

14

# 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (交互作用項のテスト・実質的有意性 (予測確率))

| 従属変数：同盟義務の履行                           | Model 2   | Model 3   |
|--|---|---|
| B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)の効果<br>(防衛義務双務化の影響) | B国の相対的国力<br>$m_B \in (0, 0.223]$<br>のとき<br>負の係数が95%有意 | B国のA国に対する相対的国力<br>$m_B / (m_A + m_B) \in (0, 0.459]$<br>のとき<br>負の係数が90%有意 |
| B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)の効果                 | 25.2%の予測確率の増加   | 38.5%の予測確率の増加   |
| 大国の効果                                  | 7.2%の予測確率の低下  | 3.6%の予測確率の低下  |
| 政治体制の変化                                | 17.9%の予測確率の低下   | 19.7%の予測確率の低下   |

全て95%水準で有意

15

# 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (ロジット分析結果)

| サンプル：防衛同盟のみ (~2000)                |                        |                        |                        |
|------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 従属変数：同盟義務の履行                       | Model 4                | Model 5                | Model 6                |
| B国→A国防衛義務 B→A                      | <b>-15.71** (1.13)</b> | <b>-13.09** (1.04)</b> | <b>-12.83** (1.53)</b> |
| B国の相対的国力 $m_B$                     |                        |                        |                        |
| 相互作用項 (B→A)* $m_B$                 |                        |                        |                        |
| B国のA国に対する相対的国力 $m_B / (m_A + m_B)$ |                        |                        | -0.14(3.38)            |
| 相互作用項 (B→A)* $m_B / (m_A + m_B)$   |                        |                        | -0.51(3.43)            |
| A国は民主国                             |                        | 0.62 (0.68)            | 0.53 (0.69)            |
| A国は大国                              |                        | <b>1.68** (0.72)</b>   | <b>1.44** (0.77)</b>   |
| A国の政治体制変化                          |                        | <b>1.50** (0.52)</b>   | <b>1.52** (0.54)</b>   |
| Constant                           | <b>15.90** (0.87)</b>  | <b>11.81** (1.24)</b>  | <b>11.99** (1.47)</b>  |
| N                                  | 186                    | 186                    | 186                    |
| AIC                                | 254.90                 | 135.84                 | 137.23                 |
| Percent Correctly Predicted        | 55.61%                 | 86.56%                 | 86.56%                 |

※有意水準は\*\*\*p<0.001, \*\*p<0.01, \*p<0.05

※コントロール変数は省略

16

## 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (分析結果・交互作用項のテスト)

| 従属変数：同盟義務の履行                           | Model 5        | Model 6   |
|--|----------------|---|
| B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)の効果<br>(防衛義務双務化の影響) | NA             | B国のA国に対する相対的国力<br>$m_B/(m_A + m_B)$<br>の全ての値において<br>正の係数が99.99%有意 |
| B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)の効果                 | 130.3%の予測確率の低下 | 126.8%の予測確率の低下  |
| 大国の効果                                  | 16.7%の予測確率の増加  | 14.3%の予測確率の増加   |
| 政治体制の変化                                | 14.9%の予測確率の増加  | 15.1%の予測確率の増加   |

全て95%水準で有意

17

## 防衛義務→同盟コミットメントの信頼性 (結果解釈)

### Findings

1944年までの全ての同盟

- 双務的防衛義務 ⇒ 有事の際、同盟義務は履行されやすい

2000年までの防衛同盟のみ

- 双務的防衛義務 ⇒ 有事の際、同盟国は裏切る傾向

### Problems

- 1944年データの70%以上はWW I, WW II 中のもの
  - 戦時中に形成された同盟は同盟義務は履行されやすい  
(日本攻撃を誓約した英米間の共同攻撃の取り決め)
- 2000年データでは検出力に問題、ただし傾向は観察できる

**結論**：現代的文脈 + 防衛同盟 → 同盟が強化される証拠はない

# 「防衛義務 → 拡大(緊急)抑止」の実証分析

柏木柚香 & 栗崎周平

19

## 防衛義務→拡大緊急抑止

政策効果の政府主張

「集団的自衛権行使容認 → 抑止力向上」  
(強化された日米同盟)

「抑止力の向上」の操作化 (政府答弁・白書)

- 日米同盟を前提とした抑止 → 拡大抑止
  - 中国を想定した抑止 → 一般抑止でなく緊急抑止
- Literature on extended immediate deterrence (Paul Huth)

仮説：防衛義務 + 防衛同盟 → 緊急抑止の成功確率↑

- 集団的自衛権容認 = 防衛義務の提供と見做す
- 国際危機における武力行使の抑止

20



# 抑止の類型

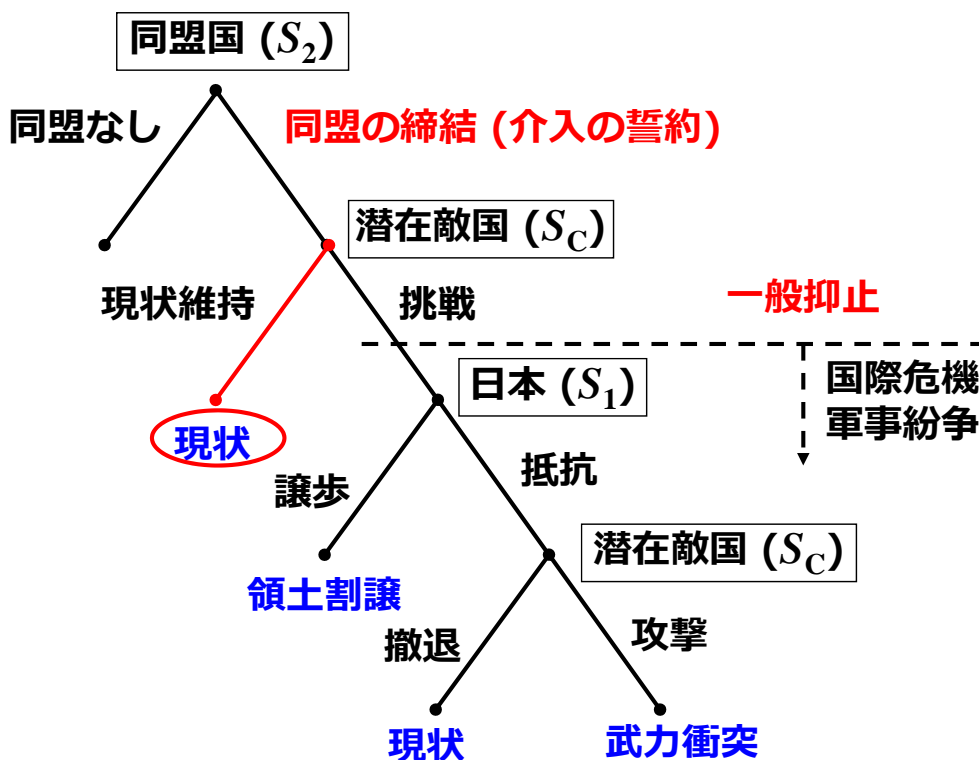
## 直接抑止

- 自国(抑止国)本土に対する直接攻撃を予防
- 本質的に信頼性は確保
- 軍は常に本土防衛を行う(という予測)

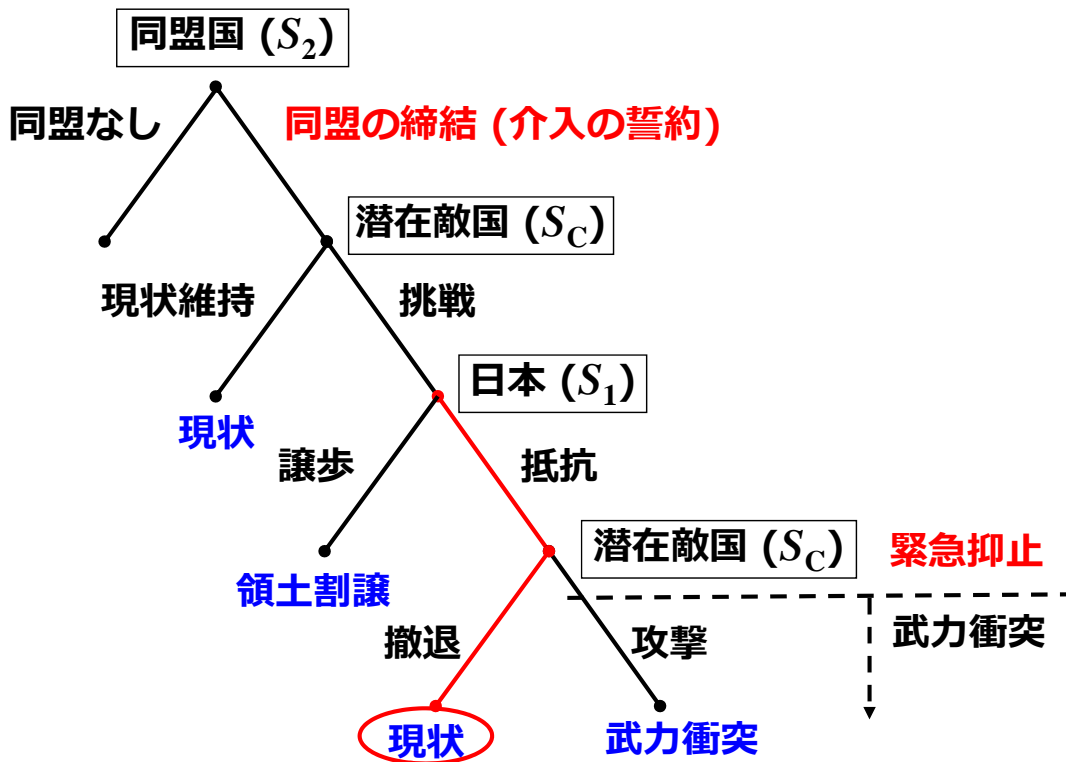
## 拡大抑止

- 抑止国が第三国に抑止を提供・拡張
- 第三国に対する武力行使・軍事的挑発を予防
- 本質的に信頼性は低い(国益の拡張?)

# 同盟と一般抑止

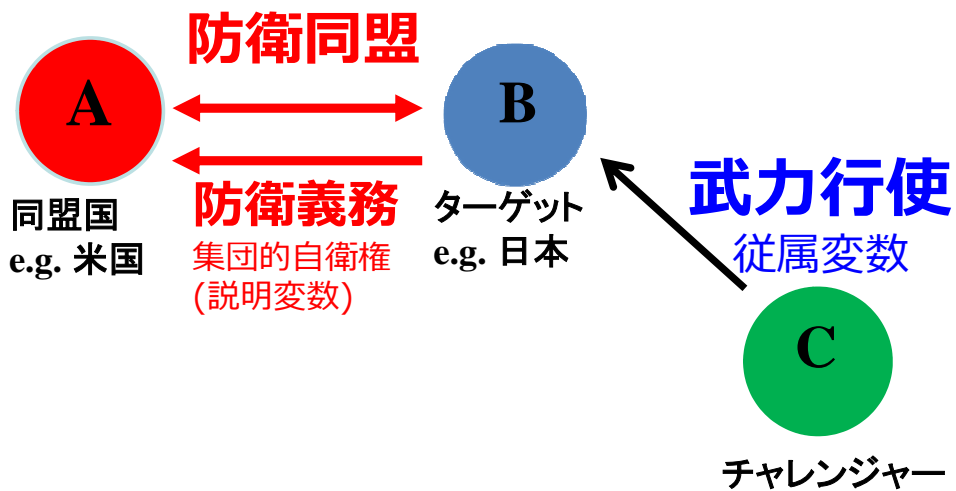


# 同盟と緊急抑止



# 集団的自衛権→拡大緊急抑止

仮説：防衛義務 → 同盟国による有事への軍事介入の確率 ↑



## 集団的自衛権→拡大(緊急)抑止 (リサーチデザイン)

Data: 1885 – 1983年

先行研究Huth(1988, APSR)とFearon (1994, JCR)に依拠

分析ユニット: C国がB国に対し軍事危機を開始 (N=58)

従属変数: 軍事危機において、C国による武力行使の有無  
(武力行使なし=抑止成功, coded 1)

説明変数:

- A-B国間の同盟関係 (旧・植民地-宗主国関係)
- A国→B国の防衛義務
- B国→A国の防衛義務
- A-B国間の同盟の各種類型
- B-C国間の軍事カバラス(即時・短期・長期)

25

## 集団的自衛権→拡大(緊急)抑止 (リサーチデザイン・続)

制御変数:

- B国の核兵器保有
- A-B国間の経済的繋がり(GDPに占める貿易額)
- A-B国間の軍事的繋がり(A→Bの軍事援助額\$)
- その他、戦略的環境パラメータ多数

### Empirical strategy

- 先行研究 Huth (1988, APSR) に依拠し拡張
- Logit, robust SE with no fixed effects
- Update the alliance data (ATOP rather than COW)

26

## 集团的自衛権→拡大(緊急)抑止 (分析結果)

| 従属変数：抑止成功                   | Model 1               | Model 2              | Model 3              | Model 4              |
|-----------------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 即時軍事バランス                    | <b>0.91** (0.42)</b>  | <b>1.10** (0.42)</b> | <b>1.02** (0.40)</b> | <b>1.02** (0.41)</b> |
| 核兵器                         | 1.01 (0.66)           | <b>1.38** (0.67)</b> | <b>1.35** (0.65)</b> | <b>1.31** (0.65)</b> |
| 同盟 (COW)                    | <b>-2.13** (1.00)</b> |                      |                      |                      |
| 同盟 (ATOP)                   |                       | -1.10* (0.58)        |                      |                      |
| 防衛同盟(ATOP)                  |                       |                      | -1.00 (0.64)         |                      |
| A→B防衛義務                     |                       |                      |                      | -4.92 (365.79)       |
| B→A防衛義務                     |                       |                      |                      | 4.00 (365.79)        |
| AIC                         | 58.60                 | 61.31                | 62.87                | 64.46                |
| Percent Correctly Predicted | 87.93%                | 82.76%               | 82.76%               | 82.76%               |
| N                           | 58                    | 58                   | 58                   | 58                   |

カッコ内は標準誤差; \* p < 0.10, \*\*p < 0.05

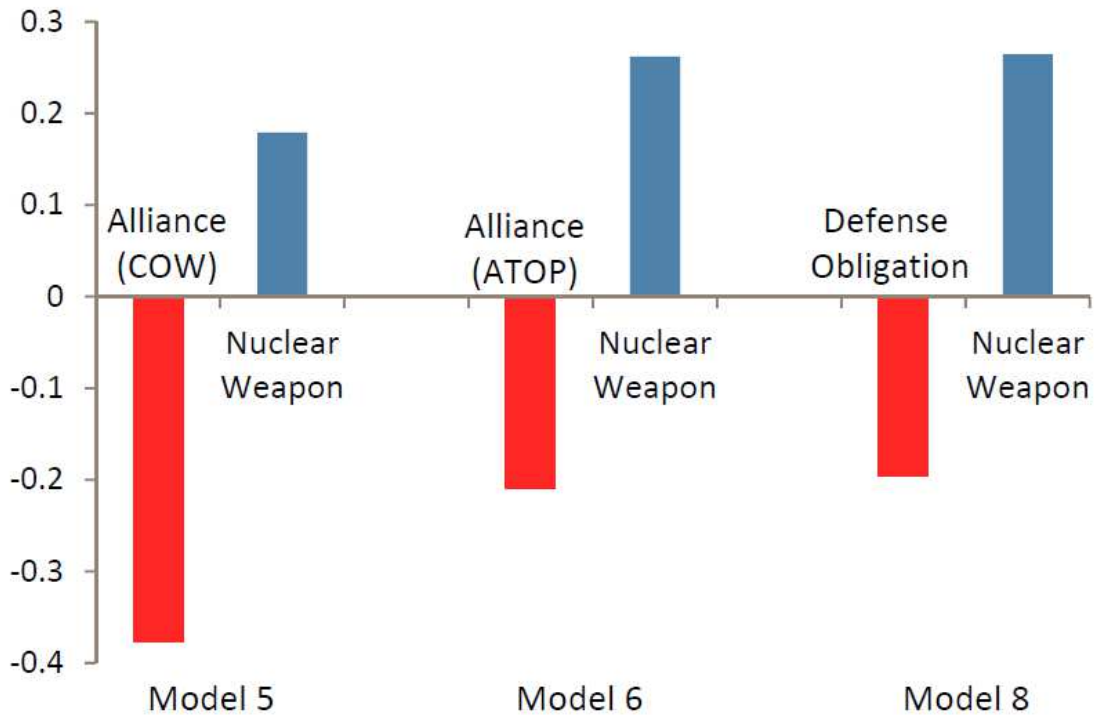
27

## 集团的自衛権→拡大(緊急)抑止 (実質的有意性：予測確率の変化)

### 抑止成功確率

| 従属変数：抑止成功                              | Model 1               | Model 2               | Model 3               |
|--|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| B国→A国への防衛義務(集团的自衛権)の効果<br>(防衛義務双務化の影響) | <b>37.70 %<br/>低下</b> | <b>20.95 %<br/>低下</b> | <b>19.54 %<br/>低下</b> |
| 核兵器                                    | 17.91%<br>増加          | <b>26.20%<br/>増加</b>  | <b>26.45%<br/>増加</b>  |

## 集団的自衛権→拡大(緊急)抑止 (実質的有意性：予測確率の変化)



29

## 集団的自衛権→拡大(緊急)抑止 (結果解釈)

### Findings

- 防衛義務などの効果の検出力不足
  - 同盟国に対する防衛義務も検出力不足
  - 同盟の存在(全類型) ⇒ 抑止失敗
- 先行研究 (理論・実証の双方) と一致  
→ 他の変数の結果も先行研究と一致

### Policy implication

(ナイーブな解釈) 日米同盟の強化は拡大緊急抑止の失敗を招く  
(国際政治学解釈) 日米同盟はその「政治意思」シグナルとして機能  
同盟が逆効果 → Why? 一般抑止→緊急抑止という選択効果  
モデルの他の部分も含めると、一般抑止機能のはず

# 「防衛義務 → 一般抑止」の実証分析

石田早帆子 & 栗崎周平

31

## 防衛義務→武力による威嚇の抑止

政策効果の政府主張

「集団的自衛権行使容認 → 抑止力向上」

(強化された日米同盟)

(政府答弁) 安倍晋三 189回次 - 衆議院 - 本会議 - 平成27年05月26日

“日米同盟が完全に機能するということを世界に発信することによって、紛争を未然に阻止する力、すなわち抑止力はさらに高まり、日本が攻撃を受ける可能性は一層なくなっていくと考えます”

「抑止力の向上」の操作化 (政府答弁・白書)

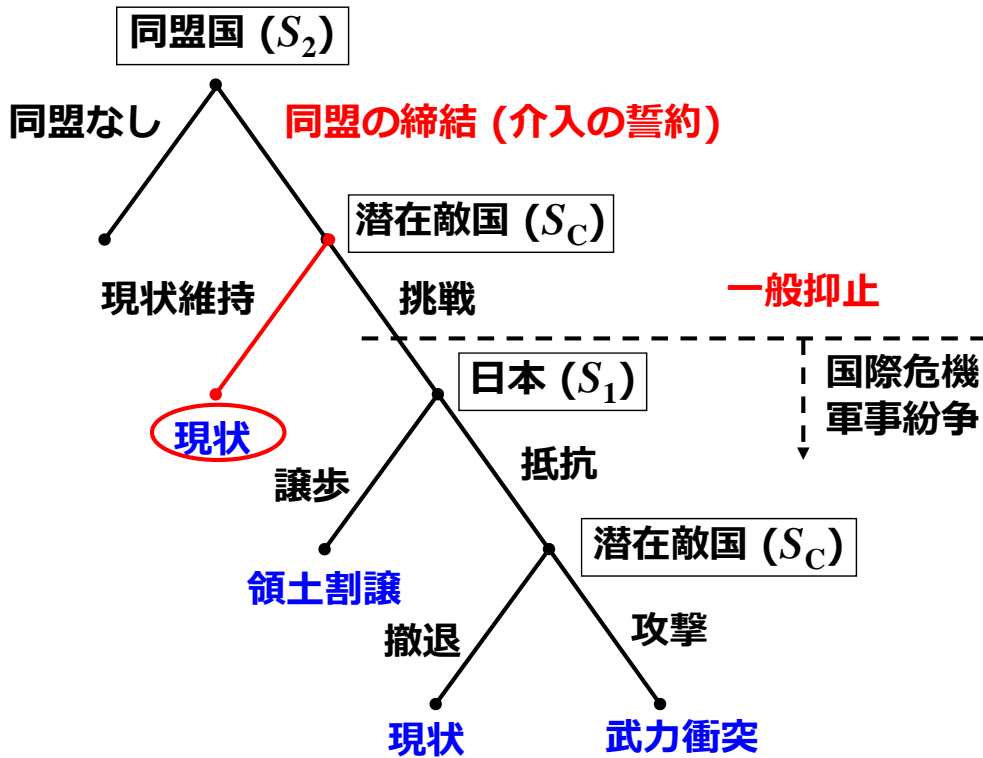
● 一般抑止 → 強制外交(compellent threat)発動の抑止

→ Related literature by Sechser and his coauthors on alliance, nukes, etc.

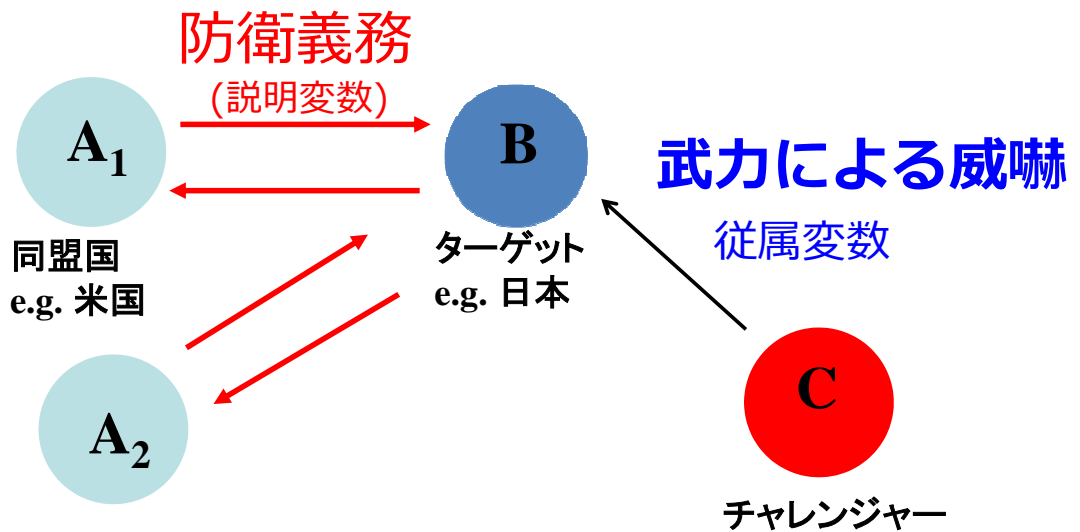
仮説：防衛義務 + 防衛同盟 → 軍事的威嚇Compellent threatsの確率↓

32

# 同盟と一般抑止



# 防衛義務→武力による威嚇の抑止



# 防衛義務→武力による威嚇（の抑止） （リサーチデザイン）

Data: 1918–2001年 (Todd SechserのMCTデータは2003年まで；他の変数で2001年まで)

分析ユニット: 1. Country-year  
2. Politically relevant directed-dyad years

従属変数: C国がB国に武力による威嚇(compellent threats)を行う  
(威嚇＝抑止失敗, coded 1)

説明変数:

- A国→B国の防衛義務 (e.g., 日米安保条約5条の米国の義務)
- B国→A国の防衛義務 (日本の将来における防衛政策?)
- A国→B国防衛義務 × B国→A国防衛義務
- B-C国間の同盟関係

35

# 防衛義務→武力による威嚇 （リサーチデザイン・続）

制御変数:

- B国C国がともに民主国
- B国C国が地理的に隣接（400海里以内）
- B-C国間の国力バランス i.e.,  $m_C / (m_B + m_C)$ 
  - B国とその同盟国(A国)群の国力総和 i.e.,  $m_B$
  - C国とその同盟国群の国力総和 i.e.,  $m_C$
- B-C国間の戦略的利益の相関  $s \in (0,1)$ , weighted & global
- C国の要求内容（領土・政権）
- 大戦期ダミー（WWI, WWII） ← ユニット間相関の補正の為ではなく、制御変数として

36



## 防衛義務→武力による威嚇 (リサーチデザイン・続)

### Empirical strategy

- TSCS Data におけるユニット間相関の補正
  1. ユニット (= directed-dyad) 固定効果ロジット
  2. 一般化推定方程式(General Estimation Equation)
  
- 時間固有効果(GEEでない場合)
  1. 大戦期ダミー (WWI, WWII)
  2. 時期ダミー (WWI, 戦間期, WWII, 冷戦)
  
- 他のRobustness チェック
  1. 低頻度問題: Rare Logit
  2. 複数同盟国の場合の防衛義務の各種コーディング
  3. B国の攻撃同盟・中立同盟の有無/C国の攻撃同盟・中立同盟・防衛同盟の有無<sup>37</sup>

## 防衛義務→武力による威嚇 (分析結果: モナッド)

| 従属変数: 抑止成功               | Model 1<br>FEロジット       | Model 2<br>FEロジット       | Model 3<br>FEロジット | Model 4<br>FEロジット       | Model 5<br>GEEロジット      |
|--------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|
| B国→A国の防衛義務<br>(集団的自衛権)   | <b>0.61**</b><br>(0.22) |                         | 0.22<br>(0.52)    | 0.28<br>(0.87)          | -0.37<br>(1.04)         |
| A国→B国の防衛義務<br>(日米安保条約5条) |                         | <b>0.59**</b><br>(0.21) | 0.40<br>(0.49)    | 0.23<br>(0.68)          | -0.15<br>(0.53)         |
| B国→A国防衛義務<br>× A国→B国防衛義務 |                         |                         |                   | -0.17<br>(1.06)         | 0.96<br>(1.16)          |
| 不可侵条約                    |                         |                         |                   | <b>0.58**</b><br>(0.27) | <b>0.55**</b><br>(0.27) |
| B国は民主国                   |                         |                         |                   | <b>1.24**</b><br>(0.33) | <b>0.81**</b><br>(0.34) |
| 観測数                      | 4505                    | 4505                    | 4505              | 4505                    | 8540                    |

## 防衛義務→武力による威嚇 (交互作用項の検定：モナッド)

| 従属変数：抑止成功  | Model 4         | Model 5        |
|--|-----------------|----------------|
| A国→B国の防衛義務(日米安保条約5条)があった場合の、B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)の効果<br>(防衛義務双務化の影響) | -0.11<br>(0.66) | 0.59<br>(0.50) |
| B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)があった場合の、A国→B国の防衛義務(日米安保条約5条)の効果                 | -0.07<br>(0.81) | 0.80<br>(1.04) |

カッコ内は標準誤差  
\* p < 0.005, \*\*p < 0.01

39

## 防衛義務→武力による威嚇 (分析結果：ダイアッド)

| 従属変数：抑止成功                | ロジット<br>(大戦ダミーあり)        | ロジット<br>(大戦ダミーなし)        | GEE                      |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| B国→A国の防衛義務<br>(集団的自衛権)   | -0.42<br>(0.80)          | -0.65<br>(0.81)          | -0.58<br>(0.95)          |
| A国→B国の防衛義務<br>(日米安保条約5条) | 1.17<br>(0.78)           | 1.31<br>(0.78)           | 1.56<br>(1.27)           |
| B国→A国防衛義務<br>× A国→B国防衛義務 | -0.31<br>(1.10)          | 0.02<br>(1.11)           | -0.28<br>(1.51)          |
| 隣接                       | <b>-1.72**</b><br>(0.24) | <b>-1.53**</b><br>(0.23) | <b>-1.55**</b><br>(0.50) |
| 民主ダイアッド                  | <b>0.85**</b><br>(0.31)  | <b>0.84**</b><br>(0.31)  | 0.72<br>(0.39)           |
| 観測数                      | 124,214                  | 124,864                  | 124,864                  |

カッコ内は標準誤差  
\* p < 0.005, \*\*p < 0.01

40

## 防衛義務→武力による威嚇 (交互作用項の検定：ダイアッド)

| 従属変数：抑止成功   | ロジット<br>(大戦ダミーあり) | ロジット<br>(大戦ダミーなし) | GEE             |
|---|-------------------|-------------------|-----------------|
| A国→B国の防衛義務(日米安保条約5条)があった場合の、B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)の効果<br><span style="color: red;">(防衛義務双務化の影響)</span> | -0.73<br>(0.34)   | -0.63<br>(0.77)   | -0.86<br>(1.19) |
| B国→A国への防衛義務(集団的自衛権)があった場合の、A国→B国の防衛義務(日米安保条約5条)の効果  | 0.85<br>(0.78)    | 1.33<br>(0.78)    | 1.28<br>(0.84)  |

カッコ内は標準誤差  
\* p < 0.005, \*\* p < 0.01

41

## 集団的自衛権→武力による威嚇 (結果・解釈)

### Findings

防衛義務の関係性は、武力による威嚇(MCT)と無関係

1. 統計的に有意な結果は見当たらず
2. Null finding だが、他の変数(例：民主ダイアッドや隣接性)はLeeds (2003 AJPS)とほぼ一致
3. 集団的自衛権の効果は統計的に有意ではないが、一貫して正の効果を示唆：政府主張と一致

### Policy implications

集団的自衛権行使容認(防衛義務の双務化)は、武力の威嚇を抑止する手段としてのエビデンスはない

## まとめ：集团的自衛権問題に関する分析

- 理論研究（ゲーム理論）から見えてきているもの
  1. 抑止には軍事力が必要
  2. 日米軍事バランスの中では日本の軍事力は限界的
  3. 憲法制約の操作などの効果もさらに限界的
- 実証研究（同盟研究）の途中結果
  1. 同盟国コミットメントの信頼性は逆に揺らぐ
  2. 軍事的要求の（一般）抑止には有意な効果がない
  3. 拡大緊急抑止には有意な効果がない
  4. 武力紛争リスクのリスクは逆に上がる

43

## 投票区再画定と投票所再配置のデザインに向けた取り組み

文教大学 根本 俊男

*nemoto@shonan.bunkyo.ac.jp*

日本では人口減少の段階を迎えたが、高齢化の進行や選挙権年齢が「20 歳以上」から「18 歳以上」に引き下げられたことなどより選挙権を有する有権者数は減少していない。その一方で、平成の大合併を経て都市化・過疎化など人口流動が生じていることなどから、投票所の統廃合を検討または実行している自治体が多く、投票所数は減少している。その結果、投票所までの移動距離の増加や投票機会の損失につながる現象が観察されるようになり、投票所の再配置は社会的な課題の一つとしてクローズアップされている。そこで本研究では、オペレーションズ・リサーチの施設配置に対する数理的問題解決手法を基に、現在の投票所にかかわる状況を背景として、投票所の再配置やその投票所を利用する地域である投票所の再画定を数理的支援するいくつかの新たな数理モデルを提示し適用することで、現実の課題解決支援について取り組んだ。ここでははじめに、投票所への移動手段として自動車利用が考えられるが、駐車場も考慮した場合の数理モデルを紹介する。次に、従来からの指標である「投票所数」と「投票所までの移動距離」に「地域のつながり」の観点を新たに加えた場合の数理モデルを紹介する。それらを実際の投票区再画定および投票所再配置に適用したなかで得られた知見を示しながら議論を展開したい。

