

文部科学省委託事業

数学協働プログラム

【 数学・数理科学と諸科学・産業との協働による
イノベーション創出のための研究促進プログラム 】

Coop with Math Program

<http://coop-math.ism.ac.jp/>

数学協働プログラム

数学協働プログラムの活動

統計数理研究所は協力機関（裏表紙参照）との連携のもと、研究人材やネットワーク、過去の活動実績等を活かし、数学・数理科学的な知見の活用による解決が期待できる課題の発掘から、諸科学・産業との協働による問題解決を目指した研究の実施を促進するため、以下の活動を実施しています。



スタディグループ：活動の様子

● ワークショップの公募・審査・実施

定めた重点テーマのもとで、ワークショップ（自由討論型）を公募し、運営委員会で審査の上、課題を採択します。採択にあたり重点テーマ間のバランスを考慮するなど、事業の効率的実施に努めています。

● 諸科学・産業向けチュートリアルの実施

諸科学・産業側からのニーズのある数学・数理科学の特定のテーマを選定し、チュートリアルセミナーを委託機関および協力機関が中心となって開催しています。

● 情報の収集と共有・発信

諸科学・産業との協働による研究の成功事例を収集・整理するとともに、協働研究情報システムにより、ワークショップ・研究会などの開催情報、各種公募の情報、成功事例等の情報の共有、また諸科学・産業に向けての情報発信を行っています。

● スタディグループの実施

重点テーマに基づくスタディグループ方式の会合を、受託機関および協力機関が中心となって開催しています。諸科学・産業界からの具体的な課題の提供に基づき集中討議を行い、企業の研究者が参加しやすい環境の整備を検討していきます。

● 作業グループの設置・活動

数学・数理科学研究者と協働相手となる諸科学分野の研究者により構成される作業グループを設置し、勉強会の開催等を通じて諸科学分野において数学を活用する事による解決が期待できる課題や、ワークショップ・スタディグループで議論すべき課題の抽出を行っています。



シロクマの危機

シロクマは絶滅危急種です。地球温暖化によりヒグマとシロクマの生息域が重なり、交雑するリスクがありますので、ヒグマとシロクマの「近さ」を明確にする必要があります。従来、ヒグマとシロクマは非常に近いと考えられてきましたが、最近、ゲノムデータ解析により、かなり古い時代（60万年前）に分岐したことが明らかになったと報告されました（Hailer, et al. Science 2012）。この報告が真実であれば、交雑のリスクは非常に低いこととなりますので、その信憑性が非常に重要です。そこで、我々はヒグマ、シロクマそれぞれ18個体のゲノムから無作為に抽出された14か所の配列データ（合計およそ64万塩基対）の提供を受けて、次のような手順で検証しました。ヒグマのみの共通祖先の推定年代を T_A 、ヒグマとシロクマを合わせた共通祖先の推定年代を T_B とします。分岐していなければ、図の左のように、シロクマの系統（灰色）はヒグマの系統（黒色）の一部に含まれ、 $T_A=T_B$ となります。一方、先ほどの報告によれば、右のようにシロクマはヒグマの系統から分岐して、 $T_A/T_B=0.21$ となります。 $T_A=T_B$ を仮定したシミュレーションを行い、Coalescent過程とよばれる確率モデルを用いて T_A, T_B をベイズ推定（モデルを用いてデータが与えられた条件下で推論する手法）し、その比を計算することを繰り返し、 T_A/T_B がどのような値をとるかを検討しました。その結果、データは $T_A=T_B$ からそれほど離れておらず、ヒグマとシロクマはほぼ分岐していないことを

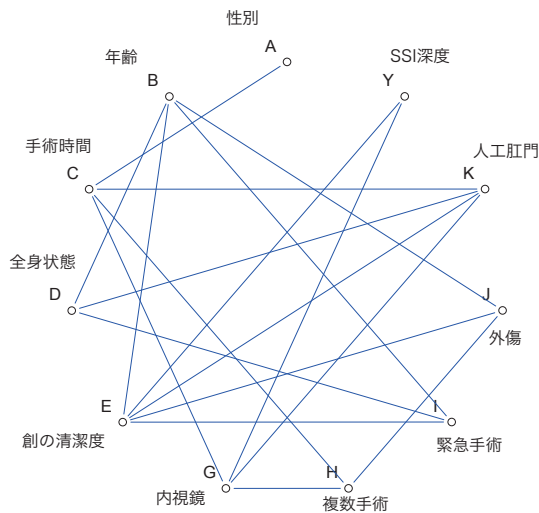


示唆して、従来通り、交雑のリスクは高いと考えるべきことが分かりました。この成果は、日本学術振興会特別研究員の中込滋樹博士、本研究所の間野修平准教授、長谷川政美名誉教授により得られました。大規模なデータから妥当な数理モデルに基づいて適切な統計学的推論を行うことで、生物多様性の保護に有意義な貢献ができた事例と考えています。

手術部位感染のリスク構造の解明

現在、手術部位感染は病院の大きな脅威となっており、日本人の多くが手術を受けている結腸手術を例に挙げれば、手術件数100件に対して13.7件が手術部位感染を発症させています（JANIS年報：2012年）。その主な原因として、病院によって入院する患者さんの重症度や対策の実施状況が異なることが指摘されており、そのために、手術部位感染の発生率も病院によって大きく異なってしまうものと考えられています。

患者重症度はいくつかの側面から測定することができ、各側面が相互に複雑に絡み合って手術部位感染を引き起こしている



ある病院における患者重症度評価項目のグラフィカルモデル

と考えられます。本研究では、グラフィカルモデリングという手法を用いて、この複雑な構造を解明することを試みました。左のグラフはある病院に入院した患者さんの重症度の諸側面が手術部位感染とどのような関連性があるかを可視化したものです。本研究では、結腸手術を対象に、約30病院、患者数約10000人のデータに基づいて病院ごとにこのようなグラフを作成し、医療経済分野では標準的な方法として使われているロジスティック回帰モデルにその情報を組み込むことにより、新たな患者重症度の予測モデルを定式化しました。

この研究結果を利用することで、どの病院において感染率が高いかを客観的に評価できることが期待されるだけでなく、この評価結果を病院に提示することで、診療プロセスを改善するきっかけを与えることにつながります。

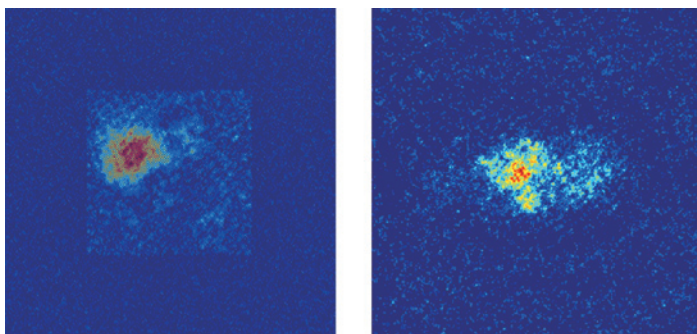
この研究は現在も精力的に進められていますが、こうした研究を積み重ねることで、患者さんが良質な医療を受ける環境を整備することができると考えています。

統計数理研究所

スパースモデリングによるX線回折画像解析法

近年各国で開発が進むX線自由電子レーザー（XFEL）は、これまでにない短い波長のX線レーザーを高輝度で出すことができます。日本でも理化学研究所播磨事業所でSACLAと呼ばれる加速器が稼動しています。こうした新しいX線レーザーによって、さまざまな計測技術の革新が期待されています。そのひとつがX線回折です。X線回折は、結晶構造を測定する方法として長年用いられている測定技術です。XFELによるレーザーを用いれば、原理的にはより細かいものを高速に撮影できるX線回折技術が実現できるはずですが、実現のためにはいくつかの技術的、数理的な問題を解決する必要があります。我々はこの数理的な問題、具体的には位相復元の問題を解決しようと研究を続けています。

光は波であり、波は位相と呼ばれる波の位置が時々刻々と変化します。異なる経路を伝搬した光の間では、位相の差によって干渉がおこり、その結果回折画像が得られます。したがって、回折画像から結晶構造などの元の画像を復元する際には、この位相を知ることが重要です。しかし、X線のように周波数の高い光では、観測できるのは回折画像の強度のみであり、位相は

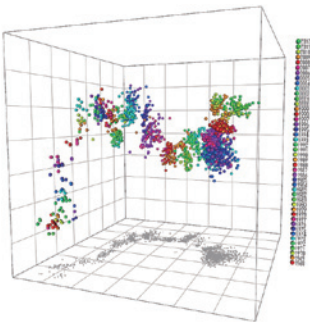


リチウム電池のX線回折画像からの位相復元のシミュレーション結果
左：従来の方法 右：SPR法

測定できません。データから位相の情報を補い、元の画像を復元する方法を位相復元と呼びます。XFELではタンパク分子単体でのX線回折を行おうと計画しています。こうした非常に小さい粒子は、画像内でも限定された一部のみに存在すると仮定できます。このため、スパースモデリングとよばれる方法を用い、新たな位相復元法を提案しました。提案したSPR (Sparse Phase Retrieval) 法は、観測できる光子の数が少ない場合でも既存法に比べてきれいな復元画像が得られることが実験的に確かめられています。

統計数理研究所

インフルエンザウイルスの変異予測

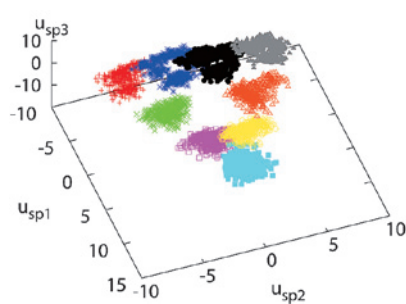


数学の医療応用、特にインフルエンザウイルスの変異予測に関して、人獣共通感染症リサーチセンターの伊藤公人によって次のような分析と予測が行われました。まず、インフルエンザウイルス遺伝子に“近さ”という概念を導入します。遺伝子間の近さを測ることができる数学的量を定義し、その量から3次元空間を構成します。この3次元空間内に1968年から2012年までのインフルエンザウイルスHA遺伝子をプロットしていくと、およそこの50年間に起こったインフルエンザウイルスの突然変異の時間発展が読み取れます。数学解析に使ったHA遺伝子データはおおよそ7,500株分です。図にこの時間発展を示しています。遺伝子変異は左下から右上へと発展しており、顕著な傾向が見取れるので、翌年に起こるウイルス変異の約70%を予測することができるようになりました。

北海道大学数学連携研究センター

脳におけるエピソード記憶形成の数理構造

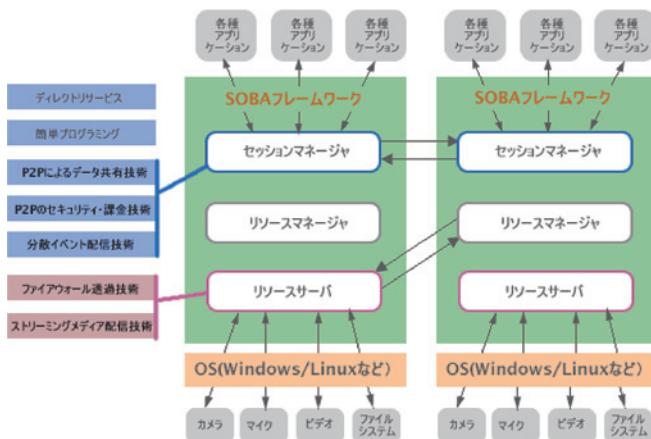
若いころより海馬神経細胞の異常な活動による重いてんかん発作に苦しんでいたHenry Gustav Molaison (2008年に82歳で亡くなるまでは、通称HMと呼ばれた)は発作を治す目的で海馬を含む脳の一部の切除手術を受けました。術後の知的活動や感情表現、さらには手続き記憶、運動性記憶には全く問題は見られなかったのですが、エピソード記憶と意味記憶に関して重篤な健忘症に落ち込んだことが判明しました。つまり、手術後に彼は新しいエピソードや意味を記憶できなくなったのです。HMはこれらをおよそ15分程度記憶できましたがそれ以上記憶を保つことができず、長期記憶として出来事を記憶にとどめることができなくなったのです。



この海馬という脳組織を失ったHMの症例に始まり、エピソード記憶の形成過程の解明は世界が注目するもののひとつになりました。この記憶形成過程に数学で古くから知られてきたカントール集合と呼ばれる奇妙な集合が関係しているという理論が津田らによって1998年以降唱えられ、津田研究室の黒田茂、山口裕らによって精密な数値計算とデータ解析がなされてきました。数理モデルに現れるカントール集合を左の図に表しました。最近になって、この理論的成果が、ラットの海馬のスライス実験で検証されました。生きている動物や人の脳で実際このような数学的集合が記憶に関係しているのかどうか、今後調べていかねばなりません、その動向に世界が注目しています。

北海道大学数学連携研究センター

広帯域通信網上の仮想空間応用ソフトの研究開発



図：SOBAアーキテクチャの概要（提供：株式会社SOBAプロジェクト）

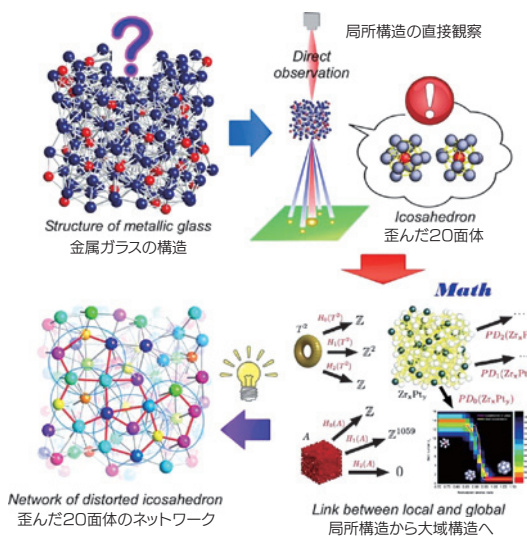
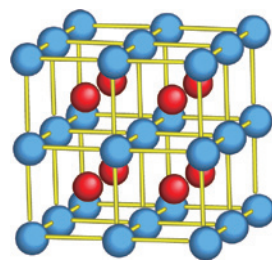
SOBAとは、Session Oriented Broadband Applicationsの略で、複数のユーザが多様なメディア（映像、音声、アプリ画面やテキストなどのデータ）情報を双方向で共有・享受することができるP2P型ネットワーク・アプリケーションの総称です。SOBAのソフトウェアを形作るための枠組みとなる基盤技術の研究は、大学の計算機科学研究者達と企業の技術者達によって開始され、後に5大学2企業が参画し文部科学省の助成を受ける産学官連携プロジェクトに発展しました。その成果は、現在、事業化・商品化され、テレビ会議システム・Web会議システム、遠隔授業などに活用されています。

京都大学数理解析研究所

ホモロジー解析によるガラス構造の解明

材料科学の最先端技術と数学のアイデアが協働することで、ガラス構造に関する半世紀来の矛盾を解決しました。

物質科学における数学の最大の貢献は、群論とフーリエ解析です。周期的な構造をとる結晶は、群論とフーリエ解析を組み合わせることで、「原理的」にはすべての物性を計算することができます。準結晶は、発見当時は準結晶構造を記述する数学と結びつかず、発見が材料科学社会で認められるまで時間がかかりました。しかしながら、「高次元」に目をむけるという数学の抽象性によって、隠れた「周期性」を発見することができました。それでは、結晶でも準結晶でもない、周期性を持たない材料の構造はどうやって記述することができるか、これは数学にとっても材料科学にとっても大きな挑戦課題です。



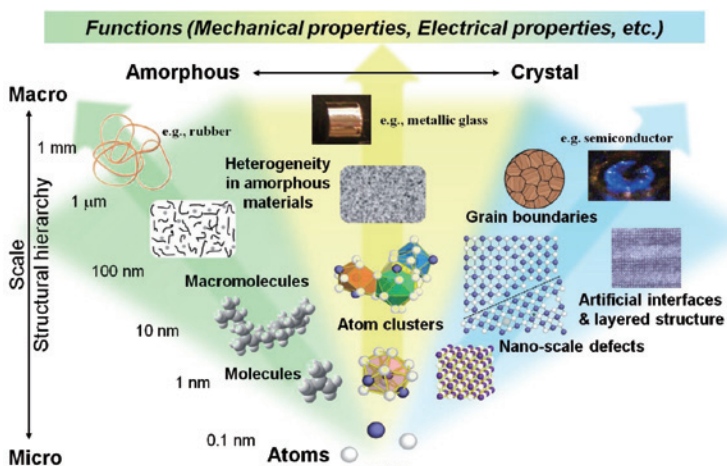
ホモロジー解析は、複雑な構造のつながりかたを取り出す有効な数学道具です。局所構造を観察する技術が開発された現在、ホモロジー解析により、ガラス物質の構造をより詳細に解明することで、ガラス材料の性質向上や新規材料の開発に向けて大きく貢献することが期待されます。

ガラス物質は、原子が規則を持たずに非常に密に並んだ構造をしています。1952年に、ガラス物質の局所的な構造はエネルギーが低く安定な20面体である、という理論が提唱されました。しかし、正20面体だけをつなげると隙間ができてしまい密な構造をとることができないという矛盾がありました。最先端の観察技術によって、金属ガラスの局所構造が直接観察され、正20面体が歪んだ構造であることが分かりました。局所構造が大域的にどのようにつながっているかを記述する数学道具であるホモロジー解析の結果から、歪んだ正20面体が比較的安定でありながら、密な構造をとることを明らかにし、50年の謎を解明しました。

東北大学大学院理学研究科数学専攻・WPI-AIMR

物質の階層構造をとりいれたマテリアル・インフォマティクス

すぐれた物性機能をもつ新物質創成は安心・安全で豊かな社会を支える基盤です。原子・分子を観察し、制御できる現在、ミクロ・メゾの幾何構造がマクロな物性を決定する機構の解明は、これまで以上に重要になります。原子のネットワークがクラスターを成し、クラスターのネットワークが更に上位の構造を形成するという、物質の階層構造と、階層間の関係を数理的に明らかにすることで、機能発現を予測しスマートな材料デザインが可能になります。離散幾何解析学では、観測された複雑な

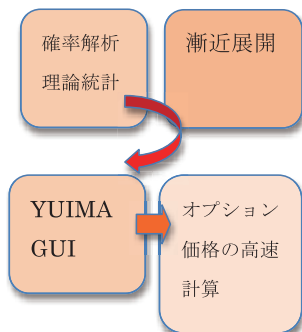


構造から本質的なつながりを取り出しネットワークとして理解し、ネットワークのトポロジーをグラフ理論を用いて抽出する、ネットワークの歪みや欠陥を離散幾何学によって曲率やトージョンとして理解する、曲率やトージョンのある微分幾何学を用いて熱や電気の伝わり方を記述するなど、様々な数学のアイデアを適用することが可能になります。一方、日本の強みである材料科学には、膨大な知識とデータの蓄積があります。このデータを有効に活用できる数理統計と、階層構造を理解する数理モデルを併用することで、独創的なマテリアル・インフォマティクスを展開し、材料デザインを効率よく行うシステムが構築できる可能性があります。

東北大学大学院理学研究科数学専攻・WPI-AIMR

ファイナンスにおける期待値の高速計算

ファイナンスにおいて、オプション価格やリスク指標の評価が重要です。この問題は、確率過程の汎関数の非正則関数の期待値を計算することに帰着しますが、現れる期待値は関数式で具体的に表現ができません。原理的には、確率微分方程式の適当な離散近似とモンテカルロ法で期待値が計算できますが、その計算コストと確率的誤差の制御が常に問題となります。この問題への別のアプローチが、確率統計学における漸近展開法によって可能になります。この解析的な方法によって、期待値の近似公式を系統的に生成することができ、その近似精度の数学的評価がなされ、多くの例で実際の近似の良さが確認されています。漸近展開法は解析的方法であるため、高速期待値計算が可能になります。たとえば、モンテカルロ法で1時間かかる近似計算が一瞬でできます。多くの期待値計算を含んだ問題や、条件つき期待値の計算では、モンテカルロ法に比べてく有効な方法になります。また、両者の良さを併せ持つ方法として、計算コストを押さえた小規模モンテカルロ法と漸近展開を組み合わせたハイブリッド法も利用されています。確率微分方程式に対する統計解析、確率数値解析およびシミュレーションのためのRソフトウェアYUIMAの機能の一部として、一般摂動汎関数に対する漸近展開公式が実装されています。最近、我が国の金融系ソリューション企業がYUIMAをGUI化し、一般的なユーザーにも容易に利用できる環境を提供しています。



一般摂動汎関数に対する漸近展開

$$E[g(F^\varepsilon)H^\varepsilon] \sim c_0(g) + \varepsilon c_1(g) + \varepsilon^2 c_2(g) + \dots \quad (\varepsilon \rightarrow 0)$$

$$c_i(g) = \int g(z) p_i(z) dz$$

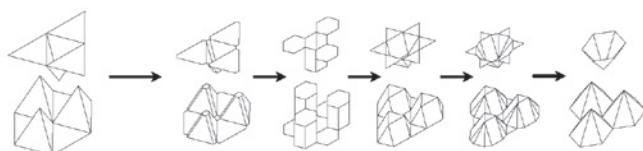
例. CEV モデルに対するヨーロッパン・コールオプション価格計算

$dX_t = 0.9 X_t dt + 0.4 X_t^{1/2} dw_t$, $X_0=1$, 漸近展開	0.561772
$T=3, K=10$ モンテカルロ (10 ⁶ 回)	0.561059

東京大学大学院数理科学研究科

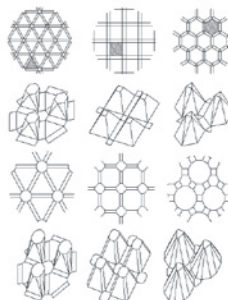
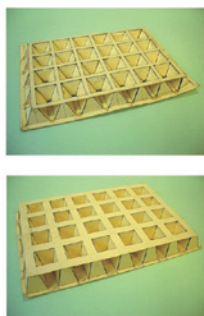
空間充填幾何学からハニカムコアに優るダイヤモンドコアの生成

折紙は、日本伝統工芸・文化として世界から尊敬され Origami はそのまま英語となっています。ただし、これまで折紙で産業に応用されたものは、ハニカムコアのみです。ハニカムコアも製造プロセスが複雑で高価であることや接着接合するため耐熱性に欠けるなどの課題があります。そこで、



ダイヤモンド
基本モデル

切隅による発展モデル



面離による発展モデル

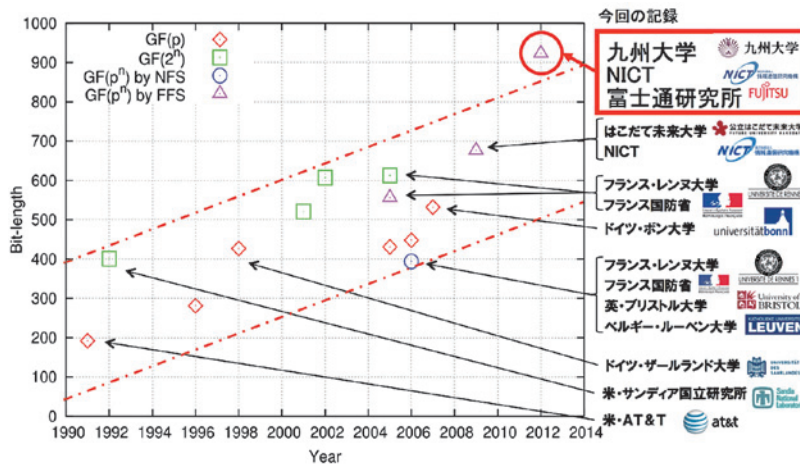
3角形のグリッド上に一つ置きに4面体型の凹部を設けた2枚のパネル片を貼り合わせて軽量コアを創製しました。これは正四面体と正八面体が空間充填形を作る幾何学の知見に基づくもので、稜線は建築構造で多用されるバックミンスター・フラーの有名な Octet-Truss と同じ構造となります。基本モデル凹部の4面体の稜線を削ることで、接合面を持った切隅型と呼ばれる発展モデルが得られます。切隅型以外にも様々なデザインを持つ発展モデルが各種折紙操作で得られます。これらの形状の多様性は、このコアパネルの大きな特徴で、それぞれの形状のもつ機械的特性や機能特性を明らかにすることで、広汎な用途に使用可能な低コストコアパネルを開発できます。太陽電池パネルに採用がなされ、列車のフロア構造への適用他多くの産業応用の検討がなされています。

明治大学先端数理科学インスティテュート

次世代公開鍵暗号の安全性評価

現代暗号は、インターネット上の電子決済やDVDの著作権保護技術など、安全な情報システムに不可欠な技術として広く普及しています。情報技術の飛躍的進歩に伴い、必要とされる暗号技術もより高度になっていますが、そのなかに、既存の方式では実現できなかった機能を備えたセキュリティ応用技術が達成可能となる「ペアリング暗号」があります。たとえば、ペアリング暗号ではデータを秘匿したままキーワードを検索できるため、クラウドコンピューティングやビッグデータの時代に適した暗号として産業界でも研究開発が活発に行われています。このように、ペアリング暗号への期待は大きいものがありますが、2001年の提案後も、安全性の詳細な解析が実用化に向けての障壁と考えられていました。

ペアリング暗号の安全性を解析することを目的に、整数論的な構造解析から暗号解読アルゴリズムの改良を行い、数百CPUコアレベルの大規模解読実験を行いました。2012年4月に、解読に数十万年かかると見積もられていた923ビットのペアリング暗号を解読することに成功し、堅牢な数学的解析を得られたことにより攻撃者の解読能力限界を見積ることを可能と



しました。これは、2005年のフランス国防省等の解読記録を大幅に更新する、暗号解読の世界記録樹立となりました。

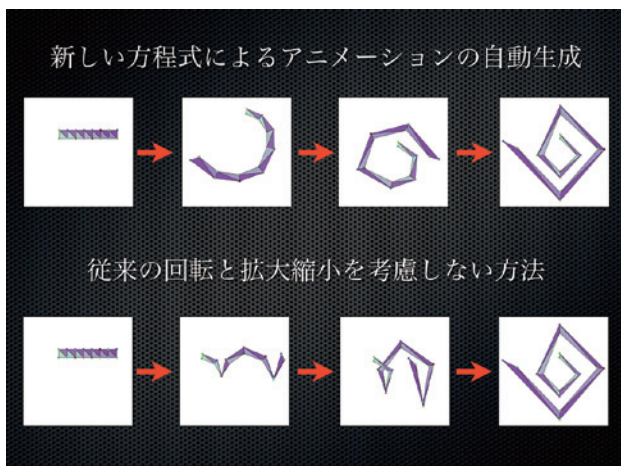
この成果は、ペアリング暗号の安全な鍵長の詳細な数学的評価や適切な暗号鍵の交換時期を見積もるための技術的根拠として活用できます。これにより、暗号に関する国際標準化機関等において安全な鍵長が決定され、産業界や電子政府において、将来に向けて安心したペアリング暗号が利用可能となります。

九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

回転と拡大縮小はアニメーションの基本

剛体を変形するアニメーションを考えます。現実の物体であれば応力を考え物理法則に基づき変形運動を考えるのかもしれませんが。しかし、アニメに登場する架空の生物や物体の弾性率は決まっています。架空の弾性率を定めて物理法則に従い変形運動を模倣することも出来ますが、全く別の方法で運動を定義することも可能です。既存の物理運動の模倣ではなく、新しい運動方程式を創造し架空の生物や物体の魅力的な運動を提案することを目指して、デジタルアニメーション企画・制作会社であるOLM Digital社

と共同研究を行っています。二次元の剛体の運動を三角形分割して、各三角形の運動と捉えます。各三角形の運動を回転と拡大縮小に分割して上手に補間することで、変形が潰れないことを証明し、綺麗な補間アニメーションを実現することが出来ました。また、回転や拡大縮小で同じ形になる変形を同一視することにより、最初と最後の形だけから、ぐるぐる廻りながらの変形が自然であるかのごとく移動するアニメーションを自動生成することが出来ました。左の図は計算結果です。最初と最後の形だけから、螺旋的に回転すれば、交差せずに変形出来ることが自動的に計算で求められています。全体を一緒に考えずに、回転と拡大縮小に分割して、それぞれに指数補間という潰れない変形を行うというアイデアが活かされています。現在、この理論を応用したアニメーション作成支援ソフトウェアの開発に着手しています。



九州大学マス・フォア・インダストリ研究所

数学協働プログラムの取り組み



代表

樋口 知之

統計数理研究所長



実施責任者

伊藤 聡

統計数理研究所
教授

平成19年度のJST 戦略的創造研究推進事業「数学と諸分野の協働によるブレークスルーの探索」領域の設置、また平成22年度から始まった文部科学省と大学等の共催による「数学・数理科学と諸科学・産業との連携研究ワークショップ」等により、数学・数理科学と諸科学・産業との協働による研究推進の気運が高まってきたことを受けて、数学協働プログラムは平成24年11月に開始されました。科学技術の共通基盤の充実・強化のための重要課題として、数理科学を含む領域横断的な科学技術の強化は第4期科学技術基本計画においても謳われているところです。統計数理研究所は、本プログラムの実施にあたって、外部有識者により構成される運営委員会を設置し、関連学会・大学等や諸科学・産業界の意見を運営に反映できる体制のもと、8協力機関と緊密に連携しながら、諸科学・産業との協働による研究活動が我が国に定着し、積極的かつ自発的に拡大していくような基盤を形成することに貢献していきます。



若山 正人

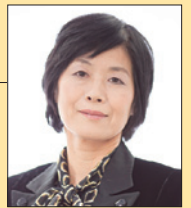
九州大学 副学長／マス・フォア・インダストリ研究所長

諸科学分野や産業界と連携することにより、数学が人類・社会に大きく貢献する機会を得、同時に新しい数学研究を育むことが期待できます。演繹的考察と帰納的推論を縦

横に駆使して具体と抽象を往来しながら概念を深化させる数学・数理科学を活かした研究が、高性能計算機を得た今日、ますます広がりを見せ重要性をましています。その促進と期待に応えるために、日本全国の数学・数理科学コミュニティを横断する本数学協働プログラムの活動がより高まり、新しい研究の開拓と社会のさまざまな課題の解決に役立っていくことを願っています。
(文部科学省科学技術・学術審議会 先端研究基盤部会委員・数学イノベーション委員会主査)

小谷 元子

東北大学 原子分子材料科学高等研究機構長



数学はイノベーションの源泉です。諸科学・産業と出会うことで数学自体も学問として発展し、同時に諸科学・産業にもブレークスルーを引き起こそう、と世界中が急速に盛

り上がっています。数学協働プログラムは、このような潮流にベストタイミングで応え、日本国内に数学と諸分野・産業との連携拠点をネットワーク型で形成しようという取組です。萌芽的な協働はすでにあちこちで始まっています。このような個々の力を全体に活かすため、実績を目に見える「形」にするための拠点を作りたいと考えています。

(内閣府総合科学技術会議議員(非常勤))

委託機関および協力機関 所在地

**名古屋大学大学院
多元数理科学研究科**

〒464-8602 名古屋市千種区不老町
Tel: 052-789-2429
<http://www.math.nagoya-u.ac.jp>

京都大学数理解析研究所

〒606-8502 京都市左京区北白川追分町
Tel: 075-753-7202 (総務掛)
<http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/ja/>

広島大学大学院理学研究科

〒739-8526 東広島市鏡山一丁目3番1号
Tel: 082-424-7305
<http://www.hiroshima-u.ac.jp/sci/>

九州大学

マス・フォア・インダストリ研究所
〒819-0395 福岡市西区元岡744番地
Tel: 092-802-4402
<http://www.imi.kyushu-u.ac.jp/>

北海道大学数学連携研究センター

〒060-0812 札幌市北区北12条西7丁目
北海道大学 中央キャンパス総合研究棟2号館
電子科学研究所 複雑系数理研究分野 (津田研究室)
Tel: 011-706-3373
<http://web.math.sci.hokudai.ac.jp/center/>

東北大学大学院理学研究科数学専攻

〒980-8578 仙台市青葉区荒巻字青葉6番3号
Tel: 022-795-6401
<http://www.math.tohoku.ac.jp>

東京大学大学院数理科学研究科

〒153-8914 東京都目黒区駒場3-8-1
Tel: 03-5465-7001 (主任室II受付)
<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp>

明治大学先端数理科学インスティテュート

〒164-8525 東京都中野区中野4-21-1
明治大学 中野キャンパス8階
Tel: 03-5343-8067
<http://www.mims.meiji.ac.jp>

統計数理研究所

Tel: 050-5533-8500 (代)
<http://www.ism.ac.jp/>

数学協働プログラム事務局

〒190-8562 東京都立川市緑町10-3 Tel: 050-5533-8472 E-mail: coop-math-sec@ism.ac.jp Twitter: @CoopMath

<http://coop-math.ism.ac.jp/>

【実施責任者】伊藤 聡 (統計数理研究所 教授)

丸山 直昌 (統計数理研究所 准教授) / 松江 要 (統計数理研究所 特任助教) / 風間 俊哉 (統計数理研究所 特任助教)