「マルチンゲール理論による統計解析」　初版第１刷への訂正と補足

西山陽一　nisiyama@ism.ac.jp

Update: 2012 年 3 月 30 日

各項目の末尾の括弧内は，指摘してくださった方のお名前です．他にミスを発見された方はお知らせください．どんな小さなものでも感謝します．

- 4 頁 18 行目：　「標準正規分布」を「正規分布」に．
- 5 頁 2 行目：　「株価の対数」を「短期金利」に．（室井芳史氏）
- 11 頁 下から 2 行目と，165 頁の参考文献 4)：　ショールズ先生の綴りは Sholes ではなく Scholes．（川崎能典氏）
- 13 頁 12 行目：　「これはの」を「これは」に．(藤澤洋徳氏)
- 36 頁 14 行目：　左辺の $l_n'(\theta)$ を $l_n'(\theta_0)$ に．右辺第 2 項の被積分関数の分母に $\sigma(Z_s)^2$ を付加．（室井芳史氏）
- 46 頁 10 行目：　「示してこう」を「示しておこう」に．
- 48 頁の定理 5.3.1 および 90 頁の定理 8.1.1：　確率過程 X が非負であるという仮定を追加．（室井芳史氏）　Lenglart の不等式については，この正誤表の末尾で補足をする．
- 49 頁 下から 5 行目：　ξ_k^n を ζ_k^n に．（室井芳史氏）
- 50 頁 下から 1 行目から 51 頁 2 行目まで：　$\lim_n$ という記号は不要．（室井芳史氏）
- 51 頁 下から 4 行目：　k_n を T_n に．
- 55 頁 17 行目：　$E|X_t|$ を $E[|X_t|]$ に．(記号の統一のため.)
- 63 頁 下から 3 行目：　「定理 6.5.4 (i) より」を「定理 6.5.3 (ii) より」に．
- 63 頁 最後の行の後に次を追加：　「したがって，定理 6.5.4 の (ii) $\Longrightarrow$ (iii) より，$X^{T_n} \in \mathcal{M}$.」
- 65 頁 13 行目：　$\to 0$ を $= 0$ に．
- 66 頁 11 行目：　「されあれば」を「さえあれば」に．（室井芳史氏）
- 66 頁 13 行目：　「マルチンール」を「マルチンゲール」に．（乙部達志氏）
- 75 頁 8 行目：　$H^{(n)}$ を $\{H^{(n)}\}$ に．
- 75 頁の定義 6.9.2：　条件 $A_0 = 0$ を追加．
- 76 頁 10 行目：　「重要性な点は」を「重要な点は」に．
- 82 頁 16 行目：　ひとつめの ds を除く．すなわち，正しくは $\int_0^T \{|S(X_s)| + |\sigma(X_s)|^2\} ds < \infty$ a.s.
- 82 頁 下から 2 行目のセミコロンをカンマに変え，同じく下から 1 行目のピリオドを除く．
- 84 頁 11 行目：　カラザス–シュレーブの本の発行年は 1998 ではなく 2001．（室井芳史氏）
- 84 頁 13 行目：　$\sup_{t\in[0,T]}$ を $\sup_{s\in[0,T]}$ に．（室井芳史氏）
- 85 頁 8 行目：　$\int_0^t H_s \widetilde{W}_s$ を $\int_0^t H_s d\widetilde{W}_s$ に．（室井芳史氏）
- 85 頁 15 行目：　$\int_0^s H_v \widetilde{W}_v$ を $\int_0^s H_v d\widetilde{W}_v$ に．
- 87 頁 下から 7 行目と 88 頁 10 行目：　$\widetilde{M}$ の上側添字 i が脱落している．（室井芳史氏）
- 88 頁 3 行目：　$\sum$ を取る範囲の $s \le T_n$ を $t \le S \wedge T_n$ に．（室井芳史氏）
- 88 頁 12 行目：　「局所可積分マルチンゲール」を「局所マルチンゲール」に．
- 91 頁の定理 8.2.1.：　仮定 $M_0^n = 0$ を追加．
- 93 頁 2 行目の $ie^{x_1 - ix_2}$ を $ie^{x_1+ix_2}$ に．同じく 3 行目の $\exp(X_s^1 - iX_s^2)$ を $\exp(X_s^1 + iX_s^2)$ に．（室井芳史氏）

- 95 頁 2 行目： $M_{t\wedge S_n}$ を $M^n_{t\wedge S_n}$ に．（室井芳史氏）
- 96 頁 1 行目： $\varepsilon \dfrac{z^2}{2} C$ を $\varepsilon z^2 C$ に．（室井芳史氏）
- 96 頁 6 行目： (8.5) を (8.6) に．（室井芳史氏）
- 98 頁 下から 2 行目： 右辺第 3 項の dt を $\mu(dx)$ に．（室井芳史氏）
- 103 頁 11 行目～ 13 行目の「もしも…」以下は，次のものに置き換える： 「もしも次の (i), (ii) が成り立つならば，X のヴァージョンであって一様連続なもの $\tilde{X}$ が取れ，$X_n \to^d \tilde{X}$ in $\ell^\infty(\Theta)$ が成り立つ．なお，$\tilde{X}$ は $\ell^\infty(\Theta)$ に値をとる確率変数としてボレル可測であり，その分布 $\pi_{\tilde{X}}$ は緊密である.」
- 103 頁 下から 9 行目： 左辺に $\limsup_{n\to\infty}$ を付加.
- 104 頁 6 行目と下から 6 行目： 末尾に「$\forall n \in \mathbb{N}$,」を付加.
- 105 頁 7 行目： 両辺とも，右側の] が抜けている.
- 105 頁 10 行目： z^q を $|z|^q$ に.
- 105 頁の定理 8.6.4.： 仮定 $X^{n,\theta}_0 = 0$ を追加.
- 111 頁 4 行目と 8 行目： $X^n_{t_{k-1}}$ を $X_{t^n_{k-1}}$ に.
- 121 頁 11 行目： $\widehat{\theta}_n \to^p 0$ を $\widehat{\theta}_n \to^p \theta_0$ に.
- 121 頁 下から 1 行目： 分母の 2 乗は不要．（室井芳史氏）
- 124 頁 11 行目： ∂_j を $\partial\theta_j$ に．（室井芳史氏）
- 124 頁 下から 2 行目： $\to^P$ を $\to^p$ に．（室井芳史氏）
- 125 頁 8 行目と 9 行目： $\bar{Y}_n(t)$ を $\bar{Y}^n_t$ に．（室井芳史氏）
- 125 頁 15 行目： $\widetilde{\Psi}_n(\theta)^i \to \Psi^i(\theta)$ を $\widetilde{\Psi}^i_n(\theta) \to^p \Psi^i(\theta)$ に.
- 125 頁 16 行目： $\Psi(\theta)$ を $\Psi^i(\theta)$ に．（室井芳史氏）
- 125 頁 20 行目： dt を ds に．（室井芳史氏）
- 126 頁 7 行目： $Y^k_t, \alpha(t)$ は非負実数値，Z^k_t は $\mathbb{R}^p$-値である．詳しくは 2.2 節を復習されたい.
- 126 頁 下から 2 行目，および，140 頁 12 行目： 「推定関数」を「規格化された推定関数」に.
- 128 頁 3 行目，および，130 頁 下から 6 行目： $\sum_{k=1}^n$ の後に $\int_0^T$ を挿入．（室井芳史氏）
- 129 頁 15 行目，および，130 頁 8 行目： $\sum_{k=1}^n$ は不要．（室井芳史氏）
- 129 頁 17 行目： $|\Psi_n(\theta) - \Psi(\theta)|$ を $||\Psi_n(\theta) - \Psi(\theta)||$ に.
- 130 頁 3 行目： θ_0^T を $\theta_0^\top$ に．（室井芳史氏）
- 132 頁 下から 1 行目： $\sup_\theta$ を $\sup_{\theta\in N}$ に．（室井芳史氏）
- 133 頁 11 行目： $(T^{-1/2})$ を $o_P(T^{-1/2})$ に．（室井芳史氏）
- 133 頁 下から 2 行目： $\int_0^t$ を $\int_0^T$ に．（室井芳史氏）
- 136 頁 6 行目： 右辺に $+A^d_{n,k}$ を追加.
- 137 頁 下から 9 行目： $\sigma(x)$ を $x \mapsto \sigma(x)$ に.
- 137 頁 下から 6 行目： 「よって」を「によって」に.
- 141 頁 4 行目： 「あるとき」を「であるとき」に.
- 141 頁 12 行目： 被積分関数における後ろの括弧) を補充．（室井芳史氏）
- 144 頁 3 行目： 被積分関数の分母の $\sigma(x)^2$ を $\sigma(x;\theta_0)^2$ に．（室井芳史氏）
- 144 頁 下から 9 行目： 「補題 8.8.4 (ii)」を「定理 8.8.4 (ii)」に．（室井芳史氏）

- 145 頁 11 行目：　「補題 8.5.1」を「定理 8.5.1」に．（室井芳史氏）
- 146 頁 3 行目：　$\ell_n(\theta_0)$ を $l_n(\theta_0)$ に．
- 146 頁 7 行目と下から 8 行目：　$I(\theta_0)^{-1}$ を $I(\theta_0)$ に．
- 146 頁 16 行目：　P_{θ_0} を P_{n,θ_0} に．
- 147 頁 22 行目，および，148 頁 下から 2 行目：　$P_{\theta_0+r_n^{-1}h}$ を $P_{n,\theta_0+r_n^{-1}h}$ に．
- 154 頁 2 行目：　Ψ_N を Ψ_n に．
- 160 頁 2 行目：　P^n を P に．
- 161 頁 7 行目：　$|\xi_j^n|^2$ を $|\widetilde{\xi_j^n}|^2$ に．
- 162 頁 15 行目：　$\exp(x_1, ix_2)$ を $\exp(x_1+ix_2)$ に．
- 162 頁 16 行目の $ie^{x_1-ix_2}$ を $ie^{x_1+ix_2}$ に．同じく 18 行目の $\exp(X_s^1-iX_s^2)$ を $\exp(X_s^1+iX_s^2)$ に．
- 107 頁 下から 6 行目，同じく下から 4 行目，108 頁 3 行目，160 頁 下から 6 行目，および，161 頁 5 行目：　E を E^n に．
- 4 章および 9 章に対する補足：　θ_0 は未知パラメータ $\theta\in\Theta\subset\mathbb{R}^p$ の真値を表す．
- 9.6 〜 9.8 節に対する補足：　確率や期待値は，パラメータの真値 θ_0 に依存するので $P_{\theta_0}, E_{\theta_0}$ と書くべきであるが，これを強調しなくても誤解の恐れがないところでは，単に P, E と記している．
- 全体に対する補足：　確率空間 $(\Omega,\mathcal{F},P)$ 上で定義された確率変数 X, Y が，“$X=Y$ a.s.” であるとは，ある $A\in\mathcal{F}$ が存在して $X(\omega)=Y(\omega)$, $\forall\omega\in A$ かつ $P(A^c)=0$ であるときにいう．(3.1 節を参照されたい.）“$X\leq Y$ a.s.” や “確率過程 $t\rightsquigarrow X_t$ は a.s. に連続” といった表現も，同様に定義される．しかしながら，本書において，例えば単に “$X=Y$” と書いていても，実際には “$X=Y$ a.s.” であることを意味する箇所もあるので，細部にこだわる方は，頭の体操と思って逐一確かめつつ読んで頂きたい.（この分野の専門書においては，このような約束に基づく書き方は，誤解の恐れのない箇所ではしばしばなされる.）
- Lenglart の不等式に対する補足：　Lenglart の不等式（離散時間版は定理 5.3.1，連続時間版は定理 8.1.1）において，確率過程 X に課すべき「非負」という仮定を書き漏らしたのは重大なミスであった．一方，離散時間，連続時間ともに X, A が「原点を出発する」という仮定を置いているが，これは実は証明には使わない．しかしながら，特に連続時間の方については A は “increasing” であると記述しており，その用語の定義（定義 6.6.2）において $A_0=0$ を要請に含める立場をとっているので,「任意の有界停止時刻 S に対し $E[X_S]\leq E[A_S]$ が成り立つ」という仮定とあわせて必然的に $X_0=0$ をも要請することになる．離散時間の方についても事情は同様であるが，上述のように，$A_0=0$ という仮定（および，そのもとで必然的に課すことになる $X_0=0$ という仮定）は実際には証明には使わない．紛らわしくなるといけないので，両定理をはっきり書き直しておく．

  定理 5.3.1 (Lenglart の不等式) $\{X_k\}$ は非負の適合過程（つまり，各 $k\geq 0$ に対し X_k が $\mathcal{F}_k$-可測）であるとし，$\{A_k\}$ は予測可能過程（つまり，各 $k\geq 1$ に対し A_k が $\mathcal{F}_{k-1}$-可測で，かつ A_0 は $\mathcal{F}_0$-可測）であって $0\leq k<k'$ ならば $A_k\leq A_{k'}$ であるものであるとする．任意の有界停止時刻 S に対し $E[X_S]\leq E[A_S]$ が成り立つことを仮定する．T は有限停止時刻であるとする．このとき，任意の $\eta,\delta>0$ に対し

  $$P\left(\max_{k\leq T} X_k>\eta\right)\leq\frac{\delta}{\eta}+P(A_T\geq\delta).$$

  定理 8.1.1 (Lenglart の不等式) X は原点を出発する非負の càdlàg 適合過程であるとし，A は予測可能 increasing 過程であるとする．任意の有界停止時刻 S に対し $E[X_S]\leq E[A_S]$ が成り立つことを仮定する．T は有限停止時刻であるとする．このとき，任意の $\eta,\delta>0$ に対し

  $$P\left(\sup_{t\in[0,T]} X_t>\eta\right)\leq\frac{\delta}{\eta}+P(A_T\geq\delta).$$