

実験計画法・タグチメソッドの活用

(元)富士ゼロックス株式会社
立林 和夫

1

1. はじめに

2

田口玄一博士の功績

- (1) 田口玄一博士の品質管理・応用統計に関する功績は、
 - 実験計画法に関する功績
田口氏の活動の前半(1940年代～1960年代)
 - タグチメソッドに関する功績
田口氏の活動の後半(1970年代～2000年代)に大きく分けられる。
- (2) 本講演では、田口氏の活動を辿る形で、氏が提案した実験計画法の手法・タグチメソッドの手法がどのように活用されてきたのかを振り返る。

3

2. 実験計画法に関する手法とその活用

4

実験計画法との出会いと初期の活動

(1) 実験計画法との出会い

厚生省衛生統計課に勤務していたときに、増山元三郎氏と出会って知った。(1947年=昭和22年)

(2) 実験計画法の初めての使用

文部省統計数理研究所に移り、増山氏の紹介で参加したペニシリンの生産工程の改善(森永薬品)で使用。(1949年)

(3) 電気通信研究所での活動

坂本平八郎氏の紹介で、実験計画法を教えられる人材を求めている逓信省電気通信研究所に移り、本格的に研究を開始。(1950年) 所内の技術者に実験計画法訓練コースを提供。訓練コースの受講者は1950年~63年で数百人に昇り、研究所・本社・通信局・関係メーカーの実験割り付け依頼・解析依頼は毎年100件を越えたという。

5

2.1 直交表と線点図

この当時の田口氏の実験計画法への功績は、氏の言葉を借りれば「実験計画法を使いやすくしたこと^(*)」である。

^(*) 田口玄一(1999)、「タグメソッド わが発想法」、経済会。

(1) 直交表の改良

それまで数学的な直交成分(2水準では(1, -1)、3水準では(1, ω , ω^2))で表記されていた直交表の列成分を、因子の水準名(1, 2, 3)で表示し、水準変化の少ない低次の列から並べた表に改良。

田口の直交表 $L_8(2^7)$

	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

「田口の直交表」と呼ばれる

一般に使用されている直交表は田口の直交表

6

2.1 直交表と線点図 (続き)

(2) 線点図による交互作用の割り付け

直交表を使用する実験で、因子の主効果と交互作用を同時に求められるように、交互作用が現れる列を詳細に研究。

線点図と呼ばれる割り付け図を考案

(田口氏自身は交互作用の追求には反対)

[例] 右下図

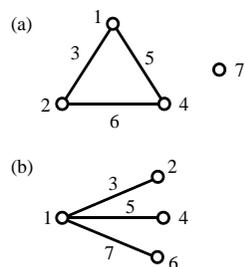
4因子A, B, C, Dの主効果と、交互作用A×B, B×C, A×Cを直交表 $L_8(2^7)$ に割り付け。

⇒直交表 L_8 の線点図のパターン(a)を使用

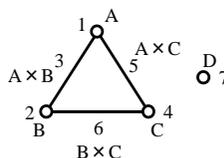
直交表と線点図の書籍も出版された^(*)。

^(*) 田口玄一(1957)、「実験計画法(上)」、丸善。

直交表 $L_8(2^7)$ の線点図



パターン(a)を使用



7

2.1 直交表と線点図 (続き)

(3) 実験計画法のセミナー開催

1949年以降、産業界の技術者向けに複数の品質管理推進団体がQC講習会を開催するようになり、実験計画法の日本企業での普及が急速に進んだ。実験計画法の教育内容の中心は、分散分析・直交表と線点図の使い方であった。

特に、日本科学技術連盟・日本規格協会・中部品質管理協会のセミナー提供面での貢献は特筆される。

3機関のかなり高度なセミナーには、毎回50~100人の企業技術者が参加し、実験計画法の活用数が年間数百に昇る企業も現れた。

そこで行われた実験の多くが田口の直交表を使用した実験であった。

実験計画法を使用した実験の数は、日本が世界一であるが、田口の直交表と線点図の貢献は大きい。

8

2.1 直交表と線点図 (続き)

(4) 田口氏のテキストの特徴

田口氏の執筆したテキストは、直交表の使い方・線点図の使い方・分散分析と検定の使い方について、実例を使用して説明する方法を採用。

テキストで使用した実例は、自身が指導した実験の内容であった。

○増山氏の推薦でインド統計数理研究所に駐在していた間に現地企業で行った事例も含まれる。

●電球のシーリング実験(1955年)

●航空機用アルマイト被膜生成実験(1955年)

(5) 企業における社内セミナー

1960年代に入ると品質管理推進団体が行っているセミナーの社内化を行う企業が出始め、1970年代に入ると有力企業のいくつかが社内セミナーを開催するようになった。

↓
(4)、(5)も実験計画法の普及に大きく貢献した。

9

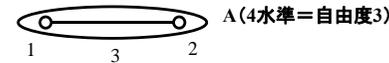
2.2 多水準作成法・アソビ列法・擬水準法・変身法

直交表への因子の割り付け技法の面でも、田口氏の貢献は大きい。

(1) 多水準作成法

2水準系の直交表を使用するが、ある因子は4水準にしたい。

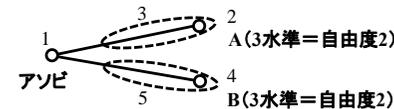
⇒「2点とその間の線が作る閉じた3列」を使用して4水準を作る。



(2) アソビ列法

2水準系の直交表を使用するが、ある因子は3水準にしたい。

⇒多水準作成法と次の擬水準法の組み合わせで3水準を作る^(*)。



^(*)多水準作成法で4水準を作り、擬水準法で3水準に落とす(1, 2, 2', 3)。3水準の因子が2個以上ある場合には、擬水準から求まる誤差(アソビ列)をダブらせる。

10

2.2 多水準作成法・アソビ列法・擬水準法・変身法 (続き)

(3) 擬水準法

3水準系の直交表を使用するが、ある因子は2水準にしたい。

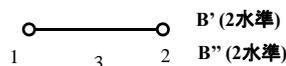
⇒3水準のうち、どれかの水準をダブらせて、2水準に落とす。

1, 2, 3 → A₁, A₂, A₂'

(4) 変身法

例えば、シャフトに塗装加工を施すうえで、塗膜を作る異なる方式があり、方式の違い(A₁:ブラシ塗装、A₂:ディップ塗装)を因子Aとすると、方式ごとに他の因子B、Cが異なる場合に、ひとつの直交表で実験したい(当然、大きな交互作用が想定される)。

⇒交互作用列を確保して同じ列に変身する因子を割り付ける^(*)。



^(*)A₁(ブラシ塗装)のときB₁', B₂'(回転数)とし、A₂(ディップ塗装)のときB₁'', B₂''(ディップ深さ)とする。

11

2.2 多水準作成法・アソビ列法・擬水準法・変身法 (続き)

[実際にあった例]

1976年に富士ゼロックスで実施^(*)

原稿スキャン機構の実験において、因子A、D、H、Iが3水準、B、C、E、G、J、K、L、Mが2水準である。ただし、因子GはCに対して各々2水準の変身因子である。さらに因子Fは4水準因子である。これに交互作用A×L、A×M、L×Mを取り上げたい。

これを実験規模の観点から、直交表L₃₂で行いたい。

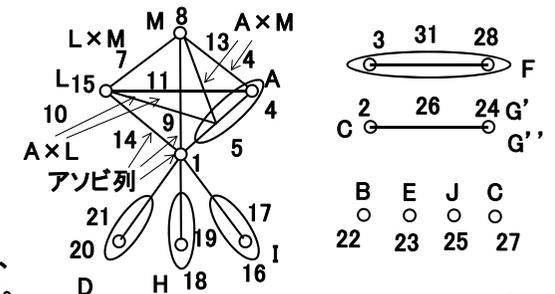
↓
多水準作成法・アソビ列法・変身法を駆使した複雑な割り付け。

^(*)富士ゼロックスQC研究会編(1979)、「実験計画法問答集」、日本規格協会。

[要因の自由度]

F	3
A, D, H, I	2×4=8
B, C, E, G, J, K, L, M	1×8=8
A×L, A×M	2×1×2=4
L×M	1×1=1
C→G(変身分の交互作用)	1×1=1

[自由度の合計] 25



12

2.3 累積法、精密累積法、0・1データの解析

データ解析技法の面でも、田口氏の貢献は大きい。

(1) 累積法

布地の風合い(手触り)は人による官能評価で優・良・可などのグレード値に分類される。優と良、良と可の間隔は同じではない。田口氏はこのようなデータの解析法として累積法を考案した。

(注) 累積法では以下の2つの問題が指摘されている

- (1) ある列の主効果に別の列の主効果が交絡する
- (2) F 検定を行うと検定精度が悪い

(2) 精密累積法

直交表の各No.で寿命試験を行う場合、サンプル数が少ないと、ワイブル解析の形状母数 m と尺度母数 η の推定精度が低く、それを解析しても因子の効果の推定精度が悪い。そのようなデータを解析する手法として、田口氏は精密累積法を考案した。

(注) 精密累積法でも、累積法と同じ問題が指摘されている

13

2.3 累積法、精密累積法、0・1データの解析 (続き)

(3) 0・1データの解析

特性値が良・不良のように2分類されるデータの解析方法で、 Ω 変換(ロジット変換ともいう)と組み合わせて使用されてきた。

富士ゼロックスでは、用紙送りの実験などで大きな威力を発揮した。



実験計画法の割り付け技法・解析技法の多くは、田口氏によって開発されたものである。田口氏の貢献により、日本での実験計画法の普及が進み、企業においてはかなり複雑な実験でも、専門家の力を借りずに自力で計画や解析が行われるようになった。

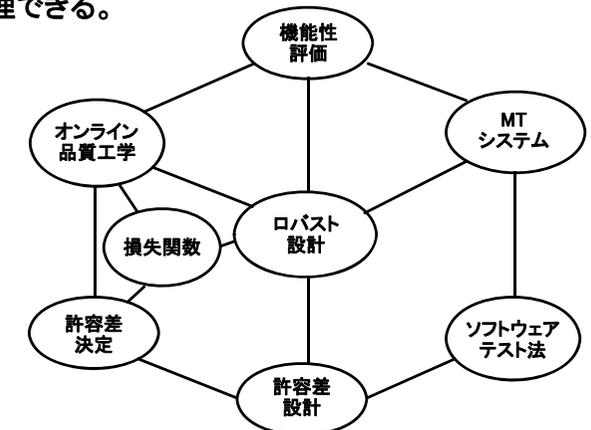
14

3. タグチメソッドに関する手法とその活用

タグチメソッドとは

タグチメソッドとは、ロバスト設計(パラメータ設計)以降に田口氏が考案した手法群をいう。タグチメソッドにはさまざまな手法があり、筆者の解釈によれば、下図のように整理できる。

時間の都合ですべてに言及することはできないため、本日はロバスト設計とMTシステムについて、どのように活用されてきたのかを振り返る。



タグチメソッドのさまざまな手法

15

16

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計)

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計)

田口氏は実験計画法を電気通信研究所や企業の実験に適用する中で、かなり初期の時代から、お客の使用条件・使用環境・使用期間を考慮した最適化を行うべきであることを痛感し、現在ロバスト設計(パラメータ設計)と呼ばれるようになった実験方法を試みた。

- (1)日本の伊奈製陶で行ったタイルの焼成実験(1953年)
⇒タイルを並べる位置7カ所を2次因子と称して、タイルの寸法・艶・反りなどの位置による差を交互作用解析によって求めた。
- (2)インドの現地企業で行った電球のシーリング実験(1955年)
⇒実験ごとに4個のサンプルを作り、ワット数の平均とレンジ(範囲)を解析した

以降、田口氏は使用条件のばらつき、環境条件のばらつき、時間経過などの影響を受けにくい設計条件を得るための実験方法(ロバスト設計)を試行錯誤的に研究していった。

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

ロバスト実験の実験計画(因子の分類)

- (1)制御因子
技術者が構造・種類・値を指定できるもの。改善するための因子。
⇒直交表に割り付ける
- (2)誤差因子(以前は標示因子やブロック因子と呼んだ)
システムの入出力を乱すもの。ばらつきを評価するための因子。
⇒直交表の外に割り付け、信号因子と二元配置に組む
- (3)信号因子
システムの入力。入出力関係を評価するための因子。
⇒直交表の外に割り付け、誤差因子と二元配置に組む

いわゆる直積実験(次頁の表)の実験配置を推奨

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

内側直交表 制御因子の割り付け 信号因子と誤差因子の割り付け

No. \ 列	制御因子の割り付け								信号因子と誤差因子の割り付け						傾き (感度)	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	M ₁		M ₂		M ₃			ばらつき (SN比)
	1	2	3	4	5	6	7	8	N ₁	N ₂	N ₁	N ₂	N ₁	N ₂		
1	1	1	1	1	1	1	1	1	y _{1,1}	y _{1,2}	η ₁	S ₁
2	1	1	2	2	2	2	2	2	η ₂	S ₂
3	1	1	3	3	3	3	3	3	η ₃	S ₃
4	1	2	1	1	2	2	3	3	η ₄	S ₄
5	1	2	2	2	3	3	1	1	η ₅	S ₅
6	1	2	3	3	1	1	2	2	η ₆	S ₆
7	1	3	1	2	1	3	3	3	η ₇	S ₇
8	1	3	2	3	2	1	1	1	η ₈	S ₈
9	1	3	3	1	3	2	2	2	η ₉	S ₉
10	2	1	1	3	3	2	1	1	η ₁₀	S ₁₀
11	2	1	2	1	1	3	2	2	η ₁₁	S ₁₁
12	2	1	3	2	2	1	3	3	η ₁₂	S ₁₂
13	2	2	1	2	3	1	2	2	η ₁₃	S ₁₃
14	2	2	2	3	1	2	3	3	η ₁₄	S ₁₄
15	2	2	3	1	2	3	1	1	η ₁₅	S ₁₅
16	2	3	1	3	2	3	2	2	η ₁₆	S ₁₆
17	2	3	2	1	3	1	3	3	η ₁₇	S ₁₇
18	2	3	3	2	1	2	1	1	y _{18,1}	y _{18,2}	η ₁₈	S ₁₈

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

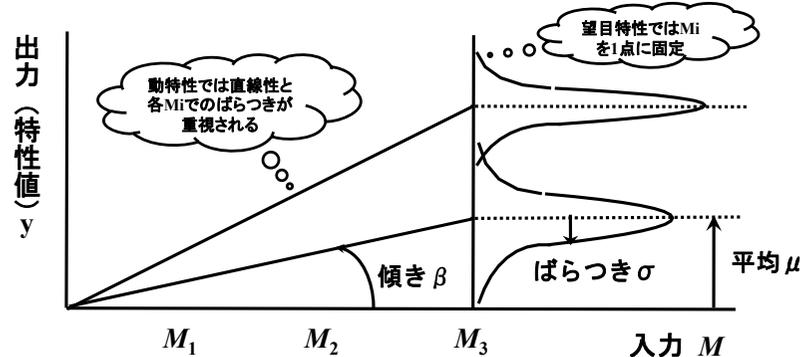
田口氏は、ばらつきの尺度としてSN比を考案した。

$$\text{動特性のSN比} = 10 \log \frac{\beta^2}{\sigma^2}$$

$$\text{静特性のSN比} = 10 \log \frac{\mu^2}{\sigma^2}$$

(β と σ は前ページの実験No.ごとの6個のデータから回帰分析で求める)

(μ と σ は前ページの実験No.ごと、 M_i の2個のデータから求める)



3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

1980年に田口氏が渡米し、AT&T Bell研やXEROXを訪問したときに、技術者の多くが不良データや強度データを扱っていた。技術者の希望に応じてさまざまなSN比を考案した。

$$\text{望小特性のSN比} \quad \eta = -10 \log \{ (y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2) / n \}$$

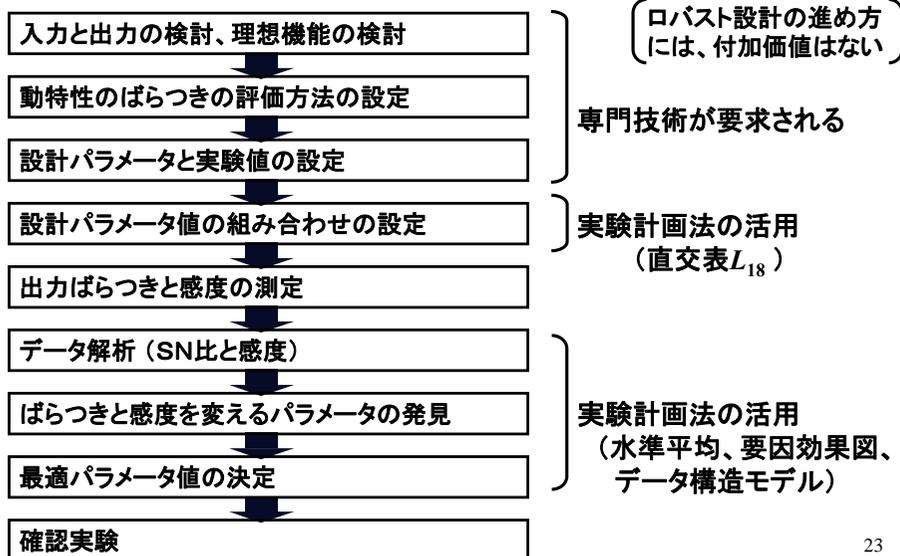
$$\text{望大特性のSN比} \quad \eta = -10 \log \{ (1/y_1)^2 + (1/y_2)^2 + \dots + (1/y_n)^2 \} / n$$

しかし、日本では1990年代以降、望小特性のSN比や望大特性のSN比はほとんど使用されなくなった。これは、未知の品質問題も含めて未然防止するためには、動特性の実験を行う方がよいとする考え方が普及したためである。

適用分野の広がりに応じて、田口氏は非線形システムの標準SN比、動的機能窓法(合成化学のための方法)などを追加した。

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

田口氏は、ロバスト設計を誰でもできるように手順化(テンプレート化)した



3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

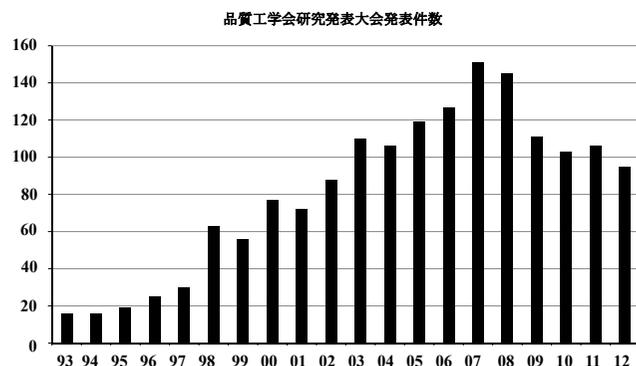
ロバスト設計の試行時代は、ロバスト設計(パラメータ設計)とは呼ばれなかった。一次設計(システム選択の意味)、二次設計(パラメータ設計の意味)、三次設計(許容差設計の意味)の「二次設計」と呼ばれた。

試行例は、望目特性では日本電装の理論式による電源回路の設計、動特性ではいすゞのトラックのステアリング設計などが公表されている。いずれも、実験計画・解析方法・適用方法を実例で示すという田口流の資料だった。

しかし、1970~80年代のロバスト設計の活用は、田口氏が講師を務めたセミナーの受講者、田口氏がコンサルを務めた企業の受講者、中品協と日本規格協会の両QRGメンバーなど一部に限られ、広く活用されたわけではない。

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

ロバスト設計の活用が一気に広がったのは、1993年の品質工学フォーラム(現在の品質工学会)の設立以降である。品質工学会研究発表大会の発表件数推移を下図に示す。発表件数の6~7割がロバスト設計の事例であり、1件の発表の背後に数10~数100の活用例があることを考慮すれば、日本全体の活用度が推測できる。

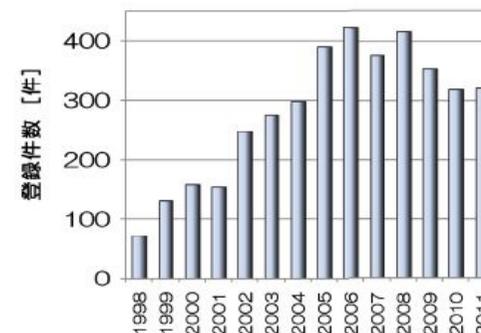


25

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

企業における活用状況の例として、富士ゼロックスの年度別活用件数を下図に示す。縦軸の登録件数の意味は、年度初期に活用を計画した件数であり、未実施のものも2割程度含まれている。手法の8~9割がロバスト設計である。

富士ゼロックスは1社当たりの活用の多さは日本でのトップクラスであるが、トヨタ自動車も年間70~90件の活用件数があると報告している。



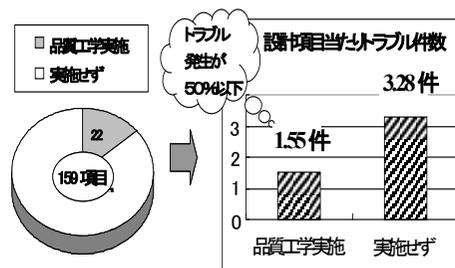
26

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

富士ゼロックスでは、新製品開発でのロバスト設計の組織的適用を5回行い、活用すればどの程度の効果があるのかを測定した。

その1例として、製品Aでは全159の新規設計項目中の22項目でロバスト設計を行い、「項目当りの品質問題件数」は適用しなかった項目に比べて1/2以下に低減したことを報告している。しかも、活用した22項目で品質問題を出した項目は5項目のみで、17項目は問題を発生していない。

その他の4回の組織的活用においても、同様の成果があったと報告している。ロバスト設計の「品質問題の未然防止効果」が示されている。



27

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

現在のロバスト設計の中心は、システムの入力と出力に注目して、動特性の実験を行う方法である。しかし、自分の担当技術を規格や目標値で考えることに慣れきった技術者にとっては、入出力あるいは機能で考えるのは容易ではない。

企業各社は「システムの入出力を明確化するためのガイドライン」を作成し、動特性のロバスト設計が適用できるように工夫している。

次ページはトヨタグループのガイドラインをもとに、筆者が拡充した「入出力を明確化するためのガイドライン」である。

28

3.1 ロバスト設計(パラメータ設計) (続き)

「入出力を明確化するためのガイドライン」

働き	システムの例	出力	入力
(1)エネルギー変換	①モータ ②送風、送風冷却* ③機械加工 ④発光素子*	①消費電力 ②風速 ③消費電力 ④光エネルギー	①駆動(回転)エネルギー ②消費電力 ③加工量 ④消費電力
(2)物理法則	①オームの法則(抵抗体、はんだ) ②フックの法則(構造体) ③クーロンの法則(めっき)	①電流 ②力 ③めっき量(体積)	①電圧 ②変位置 ③電気量
(3)化学反応	化学合成	主原料の残存率 副生成物の生成率	時間
(4)転写性	①プラスチック射出成形 ②圧縮成形 ③ならい旋盤 ④計測器	①製品の対応する寸法 ②製品の対応する寸法 ③製品の対応する寸法 ④読み値(測定値)	①金型の各部寸法 ②金型の各部寸法 ③型の各部寸法 ④測定対象の値

3.2 MTシステム

3.2 MTシステム

MTシステムはロバスト設計のような品質設計の手段ではなく、タグチメソッドの中では比較的新しい「調査データを解析して個体を識別・予測するための手法」である。

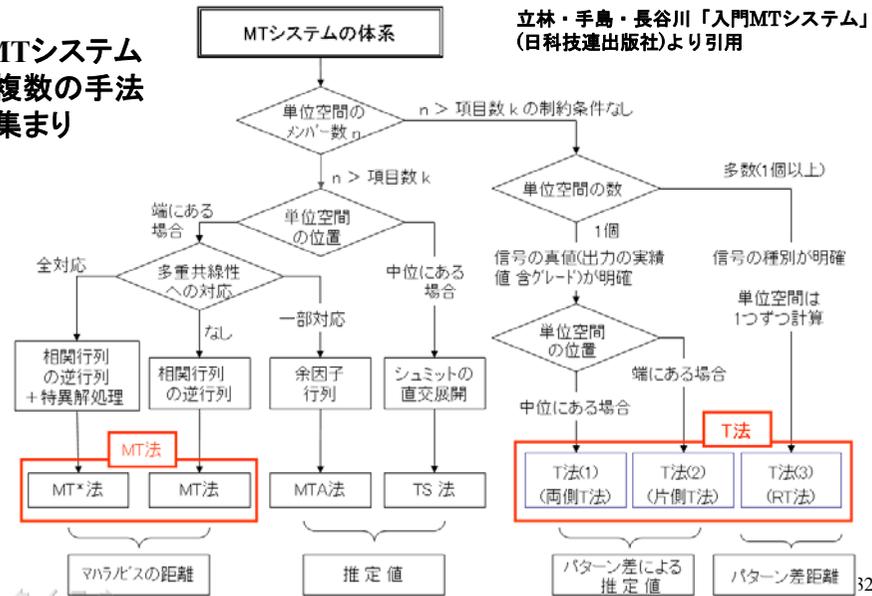
田口氏によれば、インド統計数理研究所駐在(1954~55年)以降親交があったP.C.マハラノビス氏が1922年に提唱した「マハラノビス距離」をどのように応用したらよいかの取り組みを始めたのは1970年代後半のことであった。

この検討は、日本規格協会のDERG(医学関係に実験計画法などを適用するための研究会)を中心に行われ、血液検査データから肝臓病を自動判定するための研究結果が1987年に発表された(*)。

(*)兼高達貳(1987)、「マハラノビス汎距離の応用例(特殊健康診断の事例)」, 標準化と品質管理, Vol.40, No.10, pp.57~64, 日本規格協会.

3.2 MTシステム (続き) MTシステムの体系

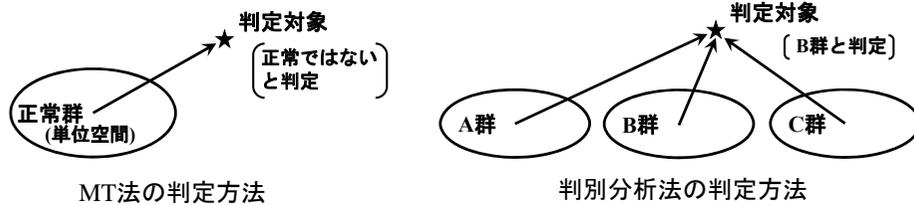
MTシステムは複数の手法の集まり



3.2.1 MT法

田口氏の考えた異常判定の方法は、正常の空間(単位空間または基準空間)のみを考え、判定対象データの単位空間の中心からの距離をマハラノビス距離で計測し、正常か異常かを判定する方法である。

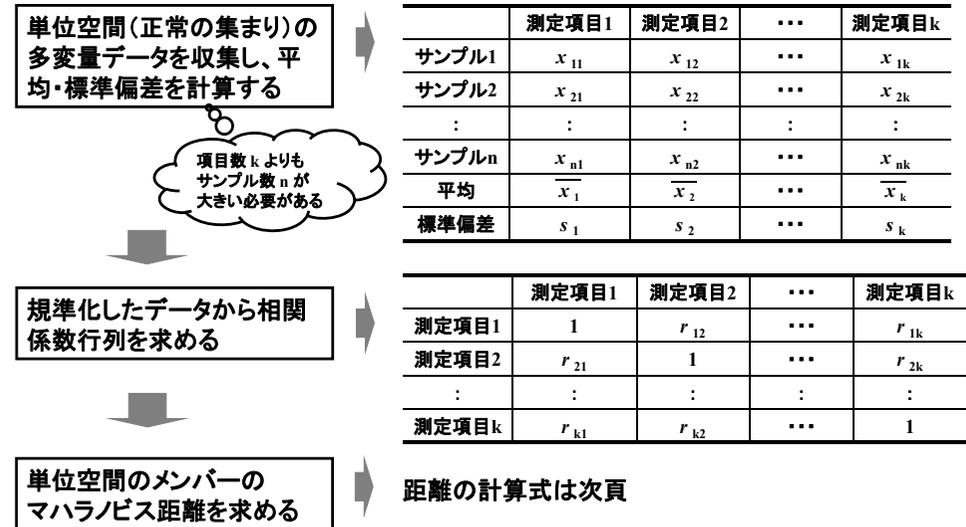
マハラノビス距離は判別分析法の中で使用されてきた。判別分析法では複数の群(下右図)を考え、各群の中心から判定対象までのマハラノビス距離がもっとも小さい群に判定対象は属するものと判定する。



不良や病気は、「異常群」という均質な群をなしていないので判別分析は適用できない。単位空間のみを考えれば未知の異常も検出できる。

3.2.1 MT法 (続き)

マハラノビス距離の計算方法



3.2.1 MT法 (続き)

マハラノビス距離の計算方法 (続き)

$$MD_p^2 = [u_{1p}, u_{2p}, \dots, u_{kp}] \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1k} \\ r_{21} & 1 & r_{23} & \dots & r_{2k} \\ r_{31} & r_{32} & 1 & \dots & r_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{k1} & r_{k2} & r_{k3} & \dots & 1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} u_{1p} \\ u_{2p} \\ u_{3p} \\ \vdots \\ u_{kp} \end{pmatrix} / k$$

$$= [u_{1p}, u_{2p}, \dots, u_{kp}] \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2k} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_{k1} & a_{k2} & a_{k3} & \dots & a_{kk} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{1p} \\ u_{2p} \\ u_{3p} \\ \vdots \\ u_{kp} \end{pmatrix} / k$$

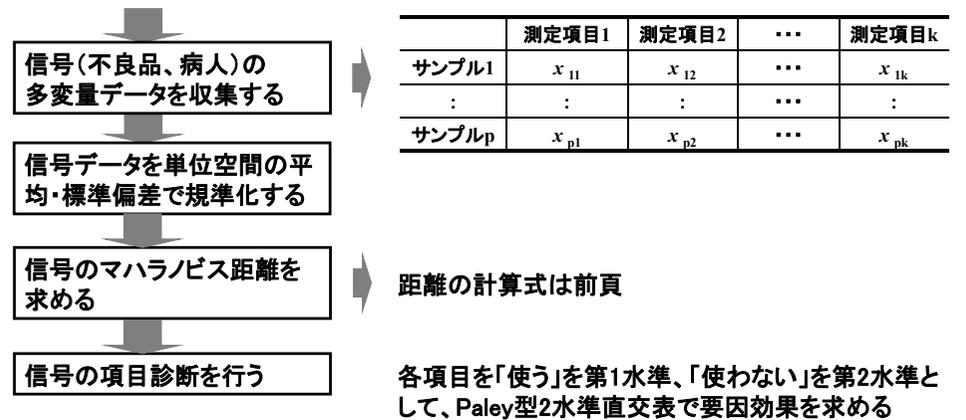
$$= \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k a_{ij} \times u_{ip} \times u_{jp} / k$$

コンピュータの性能向上で計算できるようになった

ただし、 MD_p : p番目のデータのマハラノビス距離
 r_{ij} : 規準化した変量 u_i と u_j のデータから求めた相関係数
 a_{ij} : 相関係数行列の逆行列の成分

3.2.1 MT法 (続き)

マハラノビス距離の計算方法 (続き)



各項目を「使う」を第1水準、「使わない」を第2水準として、Paley型2水準直交表で要因効果を求める

3.2.1 MT法 (続き)

MT法の判定方法は、多変量管理図の拡張ととらえることができるが、田口氏自身は多変量管理図からアイデアを得たのではなく、昔読んだトルストイの名作「アンナ・カレーニナ」の冒頭の一節

「幸福な家庭はすべて互いに似通ったものであり、不幸な家庭はどこもおもむきが異なっているものである」から得たとしている。

兼高氏の発表以降、品質工学会でMT法の試行結果が初めて報告されたのは1996年の研究発表大会のことである。以降のPCの普及と能力向上によって、活用が急激に広がった。

品質工学会の研究発表大会・論文でのMTシステム関係の発表は、後述のRT法・両側T法を含めて、1996～2012年で250件を越える。

3.2.1 MT法 (続き)

適用分野は、製造での製品出荷検査、設備の状態監視、振動波形利用による製品の騒音検査、など多岐に亘る。

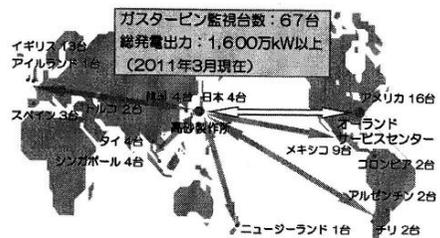
アルプス電気は、マイクロスイッチなどの出荷検査の多くをMT法による検査に切り替えた。リコーは複写機・プリンターに使用する感光体の表面欠陥の検査をレーザー・スキャン・データによるMT法の検査に切り替えた。富士ゼロックスは電子基板のはんだ付けの検査をCCD画像によるMT法の検査に切り替えた。

三菱重工は、世界中で稼働するガスタービン発電機をインターネットを介してリアルタイム監視し、MT法を使用して「故障の予知」を行い、現地での点検・修理を日本の高砂製作所から指示している。MT法の導入以来、故障による事後停止は発生していないとのこと。(次頁)

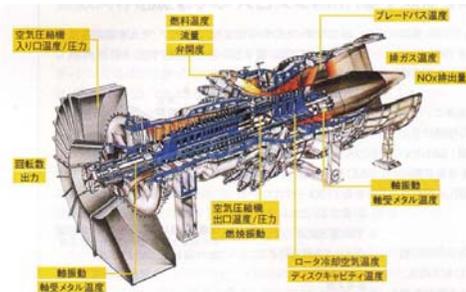
MT法の活用の広がりには、一般の想像をはるかに超えている。

3.2.1 MT法 (続き) ネットを介した発電機の故障予知

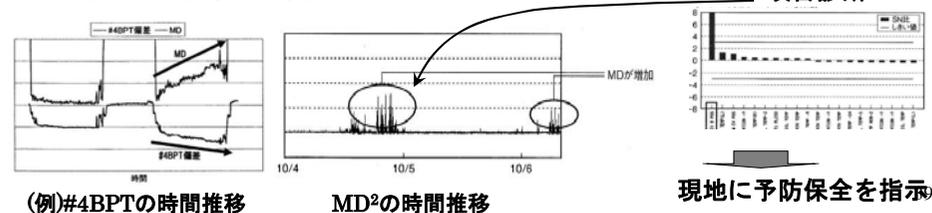
全世界で運転する67台の発電プラント



インターネットを介して、約200の項目を日本の高砂製作所で遠隔監視

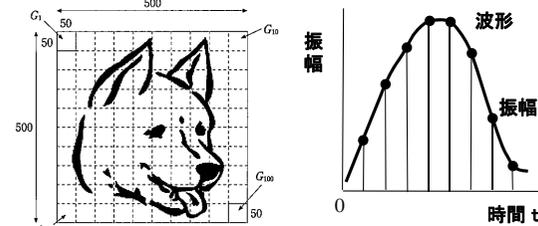


約200項目のうち150項目を使用してMD²をリアルタイムで計算



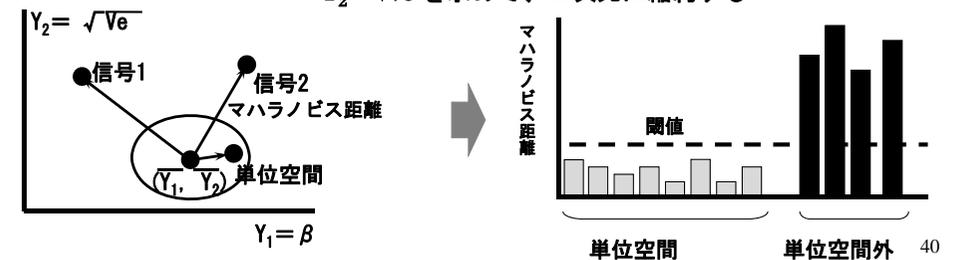
3.2.2 RT法

画像データ、波形データを対象とする場合に主に適用



画素ごとの濃度データ、サンプリング周期ごとの振幅データという大量項目に関するデータが対象となる

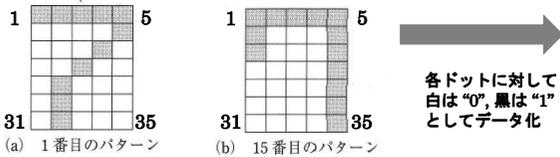
単位空間のサンプルごとに $Y_1 = \beta$ 、 $Y_2 = \sqrt{Ve}$ を求めて、二次元に縮約する



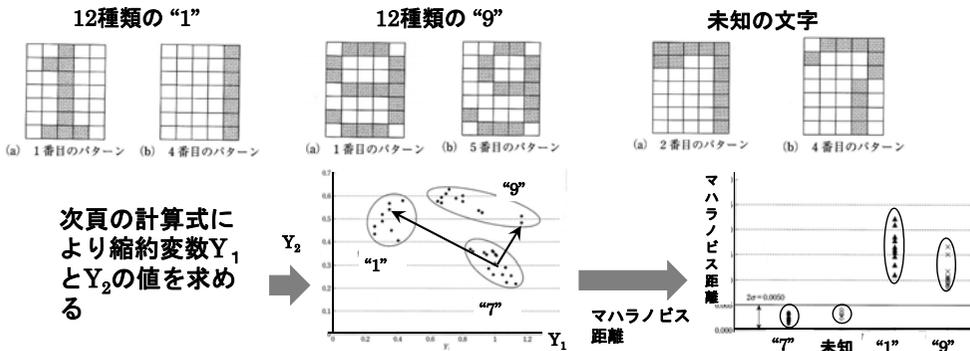
3.2.2 RT法 (続き)

例：文字“7” (単位空間)と”1”や”9”の判別

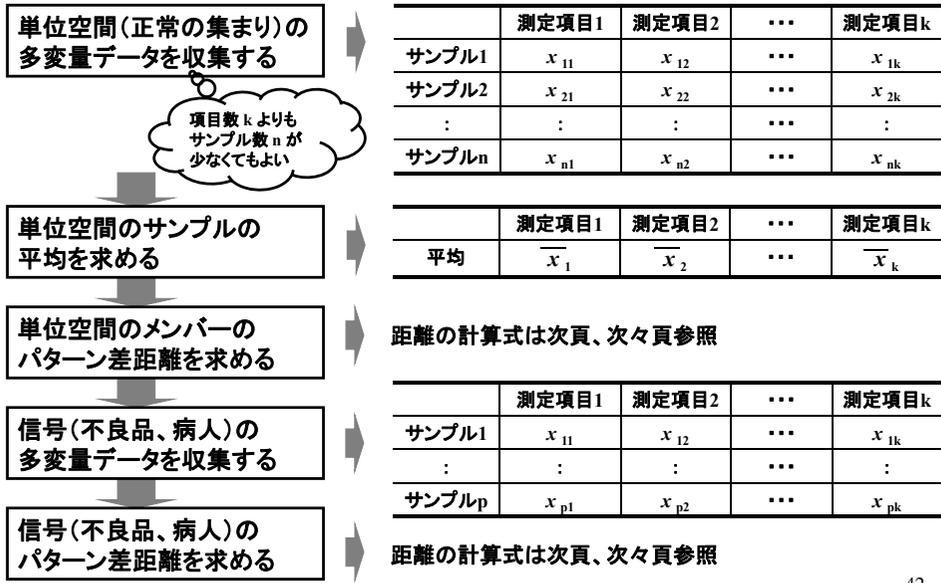
16種類の“7”と読めるパターン(単位空間)



メンバー	1	2	3	4	5	6	7	29	30	31	32	33	34	35	L_i, r
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 7.0975$
2	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 8.4375$
3	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 8.9375$
4	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	$L_i = 8.7500$
5	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 8.5625$
6	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 9.3125$
7	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 9.8125$
8	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	$L_i = 9.5000$
9	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 8.8125$
10	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 9.5625$
11	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0	$L_i = 10.0625$
12	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	1	0	0	$L_i = 9.5000$
13	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	$L_i = 7.5625$
14	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	$L_i = 8.3125$
15	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	$L_i = 8.8125$
16	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	$L_i = 9.0000$
平均値	1	1	1	1	1	1	0.8	0	0	0.2	0.2	0.4	0.2	0.2	$r = 8.9141$



3.2.2 RT法 (続き) RT法における距離の計算方法



3.2.2 RT法 (続き) RT法における距離の計算方法

単位空間のサンプルごとの傾き β_i を計算

	項目1	項目2	...	項目k
サンプル1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1k}
サンプル2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2k}
...				
サンプルn	x_{n1}	x_{n2}	...	x_{nk}
平均 \bar{x}	\bar{x}_1	\bar{x}_2	...	\bar{x}_k

線形式 Sxy $L_i = \bar{x}_1 x_{i1} + \bar{x}_2 x_{i2} + \dots + \bar{x}_k x_{ik}$
 有効序数 Sxx $r_i = \bar{x}_1^2 + \bar{x}_2^2 + \dots + \bar{x}_k^2$
 傾き Sxy/Sxx $\beta_i = L_i / r_i$

ゼロ点を通る回帰分析と同じ計算方法

全平方和、傾きの平方和、誤差平方和を計算

全平方和 $S_{T1} = x_{11}^2 + x_{12}^2 + \dots + x_{1k}^2$
 傾き β の平方和 $S_{\beta 1} = L_1^2 / r_1$
 誤差平方和 $Se_1 = S_{T1} - S_{\beta 1}$
 誤差分散 $Ve_1 = Se_1 / (k-1)$
 標準SN比 $\eta_1 = 1 / Ve_1$

誤差分散、標準SN比 (二乗比) を計算

2変数 Y_1, Y_2 への縮約

変数 Y_1 $Y_{i1} = \beta_i$ ($i=1,2,\dots,n$)
 標準SN比 Y_2 $Y_{i2} = \sqrt{Ve_1} = 1 / \sqrt{\eta_i}$ ($i=1,2,\dots,n$)

3.2.2 RT法 (続き) RT法における距離の計算方法

単位空間の中心 (\bar{Y}_1, \bar{Y}_2) からのサンプルごとのマハラノビス距離 D_i^2 の計算

Y_{1i}, Y_{2i} 行列の相関係数を求める

$V_{11} = \sum_i (Y_{1i} - \bar{Y}_1)^2 / (k-1)$ ($i=1,2,\dots,n$)
 $V_{12} = V_{21} = \sum_i (Y_{1i} - \bar{Y}_1)(Y_{2i} - \bar{Y}_2) / (k-1)$ ($i=1,2,\dots,n$)
 $V_{22} = \sum_i (Y_{2i} - \bar{Y}_2)^2 / (k-1)$ ($i=1,2,\dots,n$)

分散共分散行列

$$\begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{pmatrix}$$

余因子行列

$$\begin{pmatrix} V_{22} & -V_{21} \\ -V_{12} & V_{11} \end{pmatrix}$$

2変数 Y_1, Y_2 の場合のマハラノビス距離を余因子法で計算

パターン差距離 D_i^2

$D_i^2 = \{ V_{22} (Y_{i1} - \bar{Y}_1)^2 - V_{21} (Y_{i1} - \bar{Y}_1)(Y_{i2} - \bar{Y}_2) - V_{12} (Y_{i1} - \bar{Y}_1)(Y_{i2} - \bar{Y}_2) + V_{11} (Y_{i2} - \bar{Y}_2)^2 \} / 2$ ($i=1,2,\dots,n$)

(注) RTの計算法については、早稲田大学永田靖教授による改良案がある(後述)。

3.2.2 RT法 (続き)

RT法の利点は、変数(測定項目)の数に対してデータの数が少なくても全変数を使って解析でき、しかもかなりの判定精度が得られるところにある。

適用分野は、画像判定、振動波形を代理使用した騒音試験、自動車のエアバッグの開閉判断など、大量データの処理である。

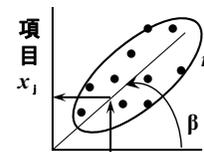
RT法は、現在では、ドットデータよりも波形データに適用されることが多く、データの規準化の方法の確立が課題となっていた。

⇒早稲田大学の永田氏による規準化の案がある(後述)。

RT法はデジタルデータを対象に考案されたが、田口氏は最晩年に、RT法と同じ目的をもつ「誤圧法」という、連続データ(計量値)を対象にした方法も提案している。

3.2.3 両側T法

出力値(目的変数)と項目(説明変数)の単回帰に着眼・・・逆推定



	項目1	項目2	・・・	項目k
比例定数β	β ₁	β ₂	・・・	β _k
SN比η	η ₁	η ₂	・・・	η _k

出力値 y 逆推定 $\hat{x}_i - \bar{x} = \beta_j (y_{ij} - \bar{y}_j) \rightarrow \hat{y}_i - \bar{y} = \frac{1}{\beta_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)$

比例定数 β_j・・・j番目の項目に対する出力値の単回帰における傾き

SN比 η_j・・・j番目の項目に対する出力値の単回帰における回帰の良さ

i番目のデータに対する推定式・・・回帰の良さで重みづけした逆推定式

$$\hat{y}_i - \bar{y} = \frac{\frac{\eta_1}{\beta_1} (x_{i1} - \bar{x}_1) + \frac{\eta_2}{\beta_2} (x_{i2} - \bar{x}_2) + \dots + \frac{\eta_k}{\beta_k} (x_{ik} - \bar{x}_k)}{\eta_1 + \eta_2 + \dots + \eta_k}$$

3.2.3 両側T法 (続き) 両側T法における推定値の計算方法

サンプルの多変量データを収集する

項目数 k よりも サンプル数 n が 少なくともよい

単位空間を決め、単位空間の平均を求める

単位空間以外のデータから項目ごとの β と η を求める

回帰の良さ η_i で重みづけして推定式を求める

出力の真値と推定値の対応の精度を評価する

	測定項目1	測定項目2	・・・	測定項目k	出力
サンプル1	x ₁₁	x ₁₂	・・・	x _{1k}	y ₁
...			・・・		
サンプルn	x _{n1}	x _{n2}	・・・	x _{kn}	y _n

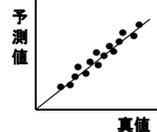
単位空間は全体の中央付近の n=3~5個とする

	測定項目1	測定項目2	・・・	測定項目k	出力
平均	\bar{x}_1	\bar{x}_2	・・・	\bar{x}_k	\bar{y}

β と η の計算式は次頁参照

逆推定 $\hat{x}_i - \bar{x} = \beta_j (y_{ij} - \bar{y}_j) \rightarrow \hat{y}_i - \bar{y} = \frac{1}{\beta_j} (x_{ij} - \bar{x}_j)$

$$\hat{y}_i - \bar{y} = \frac{\frac{\eta_1}{\beta_1} (x_{i1} - \bar{x}_1) + \dots + \frac{\eta_k}{\beta_k} (x_{ik} - \bar{x}_k)}{\eta_1 + \dots + \eta_k}$$



決定係数 r² か総合推定SN比 η' で評価 (r² と η' の計算式は次々頁参照)

3.2.3 両側T法 (続き) 両側T法における推定値の計算方法

比例定数 $\hat{\beta}_j = \frac{\sum_i (y_i - \bar{y})(x_{ij} - \bar{x}_j)}{\sum_i (y_{ij} - \bar{y}_j)^2}$... y と x_j の単回帰係数 (出力側から見た比例定数)

SN比 $\hat{\eta}_j = \begin{cases} \frac{1}{\hat{\beta}_j^2} = \frac{1}{\sum_i (y_{ij} - \bar{y}_j)^2} (S_{\beta_j} - V_{e_j}) & (S_{\beta_j} > V_{e_j} \text{ の場合}) \\ 0 & (S_{\beta_j} \leq V_{e_j} \text{ の場合}) \end{cases}$ (出力側から見たSN比)

ここで、 $S_{Tj} = \sum_i (x_{ij} - \bar{x}_j)^2$

$$S_{\beta_j} = \frac{\left\{ \sum_i (y_i - \bar{y})(x_{ij} - \bar{x}_j) \right\}^2}{\sum_i (y_{ij} - \bar{y}_j)^2}$$

$Se_j = S_{Tj} - S_{\beta_j}$ $Ve_j = Se_j / (n-1)$

単回帰分析とまったく同じ計算を行っている

3.2.3 両側T法 (続き) 両側T法における推定値の計算方法

出力	サンプル1	サンプル2	...	サンプルi	...	サンプルn
真値	y_1	y_2	...	y_i	...	y_n
実測値	y'_1	y'_2	...	y'_i	...	y'_n

[相関係数 R と決定係数 R^2] ... 推定の良さを示す指標

$$R = \frac{\sum (y_i - \bar{y})(y'_i - \bar{y}')}{\sqrt{\{\sum (y_i - \bar{y})^2\} \{\sum (y'_i - \bar{y}')^2\}}} \quad R^2 = \frac{\{\sum (y_i - \bar{y})(y'_i - \bar{y}')\}^2}{\{\sum (y_i - \bar{y})^2\} \{\sum (y'_i - \bar{y}')^2\}}$$

[総合推定の SN 比] ... r^2 に相当する推定の良さを示す尺度

$$S_T = y_1'^2 + y_2'^2 + \dots + y_n'^2$$

$$L = y_1 y_1' + y_2 y_2' + \dots + y_n y_n'$$

$$r = y_1^2 + y_2^2 + \dots + y_n^2$$

$$S_\beta = L^2 / r$$

$$Se = S_T - S_\beta$$

$$Ve = Se / (n - 1)$$

総合推定の SN 比

$$\eta' = 10 \log \frac{1}{r} \frac{(S_\beta - Ve)}{Ve}$$

3.2.3 両側T法 (続き)

両側T法の利点は、RT法と同様に、変数(測定項目)の数に対してデータの数が少なくても全変数を使用して解析でき、しかもかなりの判定精度が得られるところにある。重回帰分析との比較を下表に示す。

	両側T法	重回帰分析
データ数の影響	データ数が項目数よりも少なくても、全項目を使用して解析できる	データ数が項目数よりも少ない場合、全項目を使用した解析はできない(項目数を減らす必要がある)
項目間の相関の影響	項目間の相関の影響を受けて推定精度が落ちるが、重回帰分析よりも影響が小さい	項目間の相関の影響を受けて推定精度が落ち、両側T法よりも影響が大きい
解析精度	①データ数よりも項目数が多くても、解析精度はそれほど落ちない ②データ数が項目数の2~3倍以下では、重回帰分析よりも精度が良いことがある ③データ数が項目数の3倍以上では、重回帰分析の方が精度が良い	①データ数が項目数よりも少ない場合、項目を減らしても精度が悪い ②データ数が項目数の2~3倍以下では、両側T法よりも精度が悪いことがある ③データ数が項目数の3倍以上では両側T法よりも精度が良い

早稲田大学の永田靖教授の研究に負うところが大きい

3.2.4 MT法・RT法・両側T法の使い分け方

	MT法	RT法	両側T法
目的	異常検出、良否判定 不良分類	異常検出、良否判定 不良分類	予測、推定
出力の値	マハラノビス距離 (正常/異常) (項目の効果)	パターン差距離 (正常/異常) (項目の効果)	推定値 (連続値)
項目の値	連続値 または分類値 (測定値、数、男女)	連続値 または離散値 (波形値、ドット値)	連続値 または分類値(0か1)
特徴	項目間の相関を利用してマハラノビス距離を求める	多変量を2変量に縮約してマハラノビス距離を求める	推定式を使用して値を直接推定する(逆推定の重みづけ)
主な用途	①出荷検査、②工程内測定データによる良否予測、③状態監視による故障予知、④病気の診断など	①画像データの良否判定、③波形データによる良否判定、④その他大量項目の良否判定	項目数に比べてデータ数があまり多くない(または少ない)ときの推定

3.2.5 MTシステムの課題

MTシステムの各手法は、田口氏が晩年になってから、頭の中にあるアイデアを一挙に絞り出すように、次々と提示してきたものである。

⇒実例に適用しての問題点抽出・改良がほとんど行われないうまま

田口氏の緊急入院となった。

MT法の問題点の代表は、

- ①多重共線性の問題 ⇒早大永田氏、東工大宮川雅巳氏による対策案
- ②単位空間が多変量正規分布をしない場合の問題

⇒統数研黒木学氏による対策案

RT法の問題点の代表は、

- ①単位の異なるデータ、最大値の異なるデータの規準化の問題

⇒早大永田氏による対策案

- ②2変量に縮約するための判定精度低下

⇒早大永田氏による研究と対策案

両側T法の問題点の代表は、

- ①推定精度の確認、回帰式の平均点(中心)の設定の問題

⇒早大永田氏による対策案