

本震直後からの余震活動の リアルタイム短期予測と中期予測

近江 崇宏[†]

(受付 2014 年 12 月 26 日；改訂 2015 年 3 月 11 日；採択 3 月 17 日)

要 旨

大きな地震が起こると、それに引き続きおびただしい数の地震、いわゆる余震が起こる。強い余震は時として被災地に追加的な被害をもたらすことがある。そのため、余震からの被害の軽減を目的として、余震活動の予測がこれまで行われてきた。しかしながら現在行われている余震の予測にはいくつかの問題がある。例えば、多くの強い余震が本震直後に起こるにもかかわらず、早い段階から予測を行うことは、初期の余震のデータの欠損のため非常に難しい。また、余震活動は長い期間にわたって続くために、中期的な予測をたてることも重要だが、限られた初期の観測データからこれを行うこともまた難しい。私たちは現状の余震活動予測を改善し、より防災上有用なものにすべく、このような課題を解決するための研究をおこなってきた。本稿では、より実践的な予測を行うための統計的な方法論についての概説を行い、実際の余震観測データを用いてその有用性を示す。

キーワード：統計地震学，点過程，確率予測，ベイズ統計。

1. はじめに

日本は世界でも有数の地震大国である。この 20 年間だけでも日本は、1995 年兵庫県南部地震、2011 年東北地方太平洋沖地震という甚大な被害を伴った二つの大きな地震を含む、多くの大きな地震を経験してきた。図 1 は 1990 年以降、日本周辺で起こったマグニチュード(M)6.5 以上の大きな地震の分布を示したもので、日本中の至る場所で地震が発生している事がわかる。多くの人々が生活している都市から離れた場所で起こった地震は、たとえ規模が大きくても、一般的にはあまり大きな被害をもたらさない。そのため、そのような地震はあまり記憶に残らないかもしれない。しかしながら、実際には私たちが想像している以上に多くの大きな地震が日本で起こっているのである。世界全体で起こる地震の約 10%以上が日本とその周辺で起こっているとも言われている。

ひとたび大きな地震が起こると、その後に、津波、建造物の倒壊、地滑りなど、私たちの生命を脅かす様々な災害が起こる。その一方で、まだ、私たちはそのような大きな地震を事前に正確に予知する事はできない。そのため、まずは、建築法による建造物の強度の厳格な管理、緊急地震速報の活用、災害に対する緊急対応等によって、被害の軽減につとめる事が、現状の最善策であると考えられている。

さらに、状況を複雑にしているのは、地震は“一発”だけでは終わらないということである。

[†] 東京大学 生産技術研究所：〒 153-8505 東京都目黒区駒場 4-6-1

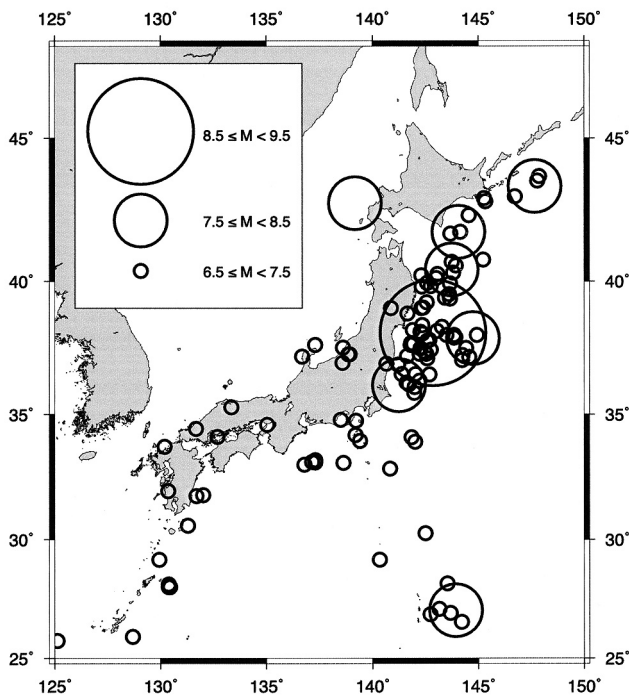


図 1. 1990 年以降の日本周辺のマグニチュード 6.5 以上の地震の分布。

Fig. 1. The epicenter distribution of earthquakes ($M \geq 6.5$) around Japan since 1990.

大きな地震(本震)が起こると、その後に本震の震源周辺でおびただしい数の地震が引き起こされる。このような地震は一般に余震と呼ばれる。この事を見るために、兵庫県南部地震と東北沖地震の前後一ヶ月の地震の活動の様子を比べてみよう(図 2)。本震の直後から地震の活動が極めて活発になる事がわかるであろう。

余震は通常、本震と比べると規模が一回り小さいという事が知られている。しかしながら、被災地の建造物は本震の揺れにより強度が弱くなるため、小さな地震に対しても倒壊の危険性がより増す。そのため、余震による被害から免れるために、余震活動に対しても細心の注意を払う必要がある。例えば 17 世紀のイタリアでは、大きな地震の後、二日間は建物の外で過ごすという事が慣例として行われていた。また 1995 年に兵庫県南部地震を受けて行われた世論調査において、本震の数時間後にどのような情報を知りたいかということが調査された。その結果、多くの人が、家族・友人の安否情報やインフラの被害・復旧状況といった情報と同様に、余震活動の今後の見通しをあげている。それゆえ、余震活動についての情報を迅速に把握し、それを広く一般に公開していくことは、社会的に重要であると考えられる。

このような背景から、余震活動の予測に関する研究がここ 30 年間程度で大きく進み、余震活動の予測が可能になりつつある。例えば、日本では大きな地震が起こると、気象庁が余震活動の予測及び、その発表を業務として行っている(地震調査研究推進本部, 1998)。また余震の予測は日本だけではなく、地震が多く発生する地域、アメリカ、イタリア、ニュージーランドなどにおいても公的機関によって行われている(Reasenber and Jones, 1989; Gerstenberger et al., 2005;

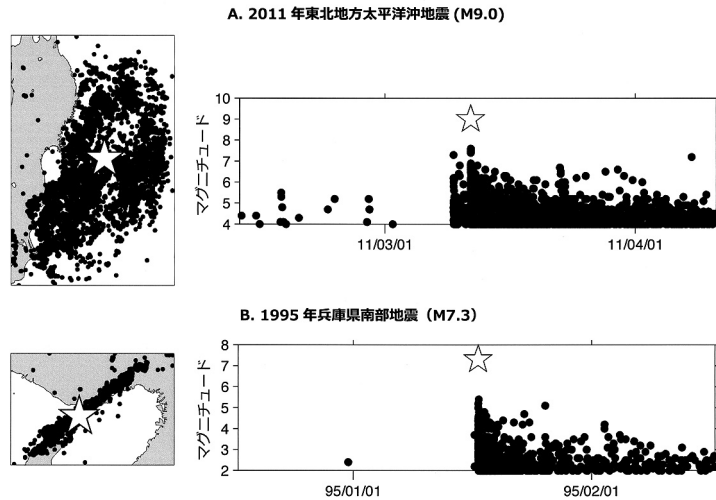


図 2. 余震の空間分布および、本震前後一ヶ月の地震活動の比較. 星は本震を表している.
 Fig. 2. Spatial distribution and MT plot of aftershocks after the 2011 Tohoku-oki (top) and 1995 Hyogo-ken-Nambu (bottom) earthquakes. A star mark represents a main shock.

Marzocchi and Lombardi, 2009). もし余震活動に対して正確な予測を行う事ができるようになれば、大きな地震後の減災のための一つの有効な手段になると考えられる. 例えば、強い余震活動が期待されれば、古い家に住む人は避難する事を選択するかもしれない. より一般的には、人々が被災地において様々な意思決定をするための有効な判断情報になる事が期待される.

本稿ではまず余震活動の基本的な性質を説明し、私たちが開発してきた実践的な余震活動の予測方法についての最近の研究成果を紹介する. そして、実際の余震観測データを用いて、これらの方法によってどのように余震活動の予測が改善されるかを見ていく.

2. 余震活動の経験則と予測

前章で本震の予知はできないが、余震の予測は可能になりつつ有ると述べた. これは余震の発生の仕方に明瞭な規則性が存在するためである. 余震活動に関する研究の歴史はとても古く、これまでに様々な経験法則が発見されてきた. まず、余震について知られている経験則の導入を行う.

大森-宇津の余震減衰法則

本震後に多くの余震が発生する事を述べたが、余震は全くランダムに起こるわけではない. 余震は、本震の直後にとっても高頻度で起こるが、時間が経つにつれてその発生頻度は減少していくという事が知られている. このことは、1894年に日本の地震学者である大森房吉によって初めて発見された. 大森は1891年に起こったマグニチュード8.0の濃尾地震の余震活動を解析し、余震の発生頻度 $\lambda(t)$ (一日あたりの発生回数) が双曲線関数

$$(2.1) \quad \lambda(t) = \frac{K}{t+c}$$

によってよく表せる事を見つけた(Omori, 1894). この式の中で t は本震からの経過時間を表し

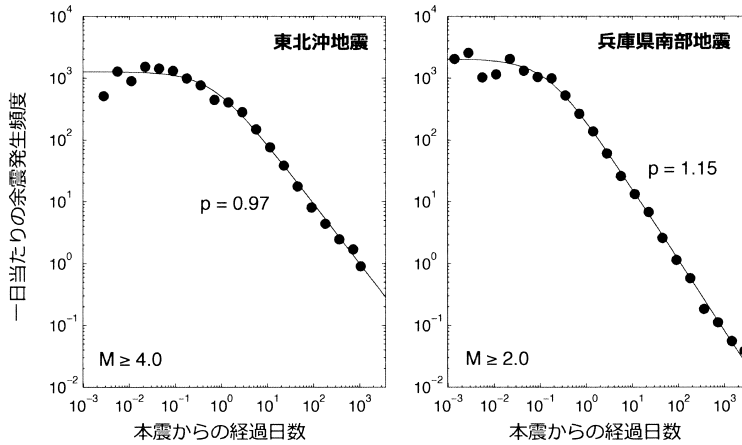


図 3. 余震活動の時間推移.

Fig. 3. Time evolution of the aftershock frequency after the 2011 Tohoku-oki (left) and the 1995 Hyogo-ken-Nambu (right) earthquakes.

ており、 K と c はそれぞれ余震活動の強さ、余震の減衰が始まるまでの時間を表すパラメータである。おおまかには (c が十分小さいときには)、この経験則は、本震の一日後の発生頻度を基準にすると、本震の 3, 10, 100 日後には発生頻度がそれぞれ $1/3$, $1/10$, $1/100$ にそれぞれ減少するという事を意味する。

この後、1961 年に宇津徳治は、日本で起こった様々な余震系列を、図 3 で示したような両対数図で調べる事により、大森則を

$$(2.2) \quad \lambda(t) = \frac{K}{(t+c)^p}$$

のように改良した (Utsu, 1961; Utsu et al., 1995)。宇津はこれを修正大森公式と呼んだが、その後、大森-宇津法則と呼ばれるようになった。ここでは p という余震活動の減衰の勢いを示すパラメータが新たに加わっている。この p が大きい場合には減衰が早く、逆に小さい場合には減衰が遅い事を意味する。この p 値は日本の地震に関しては、0.9 から 1.5 くらいの値をとる。

東北沖地震と兵庫県南部地震の余震を例にして、実際の余震活動の時間推移を見てみよう (図 3)。黒点が観測された余震の発生頻度で、実線が大森-宇津則をデータに当てはめたもので、経験則がよく実測値に一致している事がわかる。そして、時間が経つと、両対数グラフ上で頻度が直線的に減衰していく事がわかる。これが大森則、大森-宇津則の特徴である。大森-宇津則のパラメータ p はこの直線の傾きに対応しており、二つの地震で p 値を比較してみるとそれぞれ異なる値をとっている。このようなそれぞれの余震系列ごとの個性を取り入れるために、パラメータ p が導入されたのである。

またパラメータ p だけでなく、他のパラメータもそれぞれの余震系列ごとの個性に応じた値をとる。特に余震活動の強さを表すパラメータ K は余震系列に応じて大きくことなることが知られている (気象庁, 2008, 2009)。一般的には、本震のマグニチュードが大きくなると、 K も大きくなるという傾向はある。その一方で、同じマグニチュードの本震を比較しても、 K が大きく異なる事がある。例えば、2004 年の新潟県中越地震と 2007 年の新潟県中越沖地震は、比較的近い場所で起きて、かつマグニチュードも 6.8 と同じである。しかしながら、中越地震の後に起きた余震の数は、中越沖地震の余震の数の約 7 倍と大きく違う。このように、経験則はそ

それぞれの余震系列ごとに異なるパラメータを持ち、パラメータの値がそれぞれの余震系列を特徴付けている。

Epidemic Type Aftershock Sequence (ETAS) モデル

実は本震の後だけでなく余震の後にも、余震は起こる。このような余震の余震は二次余震 (Utsu, 1971) と呼ばれる。例えば、2004 年に発生した新潟県中越地震 (M6.8) の余震系列を見よう (図 4)。このときには、M6 クラスの大きな余震が多数観測された。大まかには発生頻度は大森-宇津則に従っているが、細かく見ると、大きな余震の後に活動が再び活発になっている事がわかる。このような複雑な余震の発生パターンは単純な大森則または大森-宇津則では正確に表現できない。そこで 1988 年に尾形良彦は大森-宇津則を改良した ETAS (イータス) モデル

$$(2.3) \quad \lambda(t|H_t) = \sum_{t_i < t} \frac{K_0 e^{\alpha(M_i - M_0)}}{(t - t_i + c)^p}$$

を提案した (Ogata, 1988)。ここで t_i と M_i は本震と余震の発生時刻及びマグニチュードを表している。この ETAS モデルでは全ての地震がその後に余震を引き起こす事という事が想定されている。このことは式 (2.3) において、それぞれの地震の発生時刻を起点とする大森-宇津式が

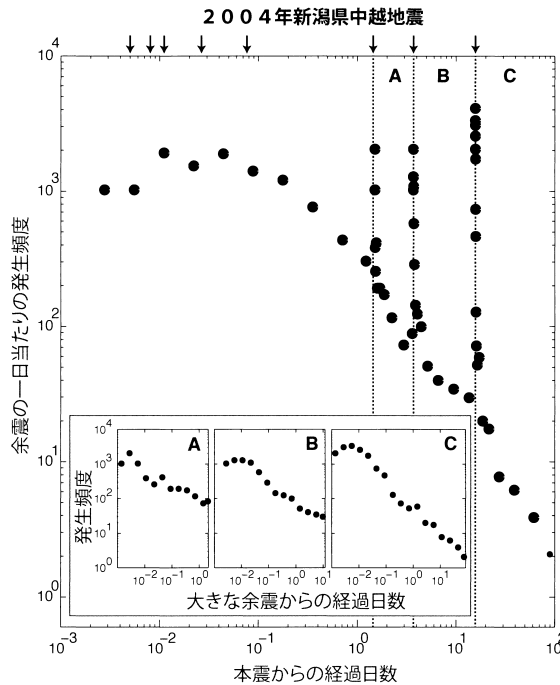


図 4. 新潟県中越地震の余震の発生頻度の時間推移。矢印はマグニチュード 5.5 以上の大きな余震の発生時間を示している。インセットは本震の一日後以降に起きた 3 つの大きな余震後の余震の発生頻度をそれぞれ拡大して示している。

Fig. 4. The aftershock frequency of aftershocks after the 2003 Chuetsu earthquake as a function of time. Arrows represent the timing of the large aftershocks ($M \geq 5.5$). Insets show the time evolution of the aftershock frequency after some large aftershocks.

重ね合わされていることからわかる。一般的には、大きな地震はより多くの余震を引き起こすが、小さな地震の後には余震はあまり観測されない。ETAS モデルの $e^{\alpha(M_i - M_0)}$ の項はこのような特徴を反映している。

確率点過程としての余震活動

大森-宇津則や ETAS モデルのパラメータはそれぞれの余震観測データに基づいて推定される。初期の頃では大森-宇津則のパラメータを決定するのに、例えば一日や一ヶ月ごとの発生数を両対数グラフにプロットし、それに合うようなパラメータ値を主観的に選んでいた。これに対して、尾形は余震発生を式(2.2)の大森-宇津則を強度関数とする非定常ポアソン過程としてモデル化する事により、最尤法を用いて、一切の恣意性なしにパラメータを推定する方法を提案した(Ogata, 1983)。同様に ETAS モデルでは式(2.3)の条件付き強度関数が確率点過程を定義するため、最尤法を ETAS モデルの推定に適用する事ができる(Ogata, 1988)。このことの意味は、単に客観的なパラメータの推定法を与えただけではない。余震発生を確率点過程として定式化した事で、将来の余震活動を確率的に予測する事ができるようになったと言う点においても非常に大きな意味がある。後で述べるようにこの事が余震活動の確率予測の実用化につながったのである。

また、このように、余震の研究は非常に古くから行われてきたが、その中で日本人の研究者が大きな貢献をしてきたことは特筆に値することであろう。

グーテンベルグ-リヒター則

つぎに紹介するのは地震のマグニチュードの分布を表すグーテンベルグ-リヒター則である(Gutenberg and Richter, 1944)。一般的に小さな地震は頻繁に起こるが、大きな地震はあまり起こらない。ベノー・グーテンベルグとチャールズ・リヒターは 1944 年に地震の頻度とマグニチュードの間に

$$(2.4) \quad m(M) \propto 10^{-bM}$$

という関係があるという事を見つけた。図5で見てみると、マグニチュードの分布は、縦軸を対数表示にすると、直線になる事がわかる。 $b = 1$ ならマグニチュードが 1 大きくなると、その頻度は約 10 分の 1 になる。このような減衰の仕方は“指数”減衰と呼ばれる。パラメータ b は図5の直線の傾きを表すパラメータで、これも余震系列に応じて異なる値をとる。

経験則を用いた余震活動の予測

これらの統計モデルは、これまでにさまざまな余震データに適用され、その有効性が検証されてきた。そして、これらのモデルが余震発生を確率点過程として定式化している事で、余震活動の統計的な予測を行う事が可能になり、現在では余震活動の標準的な予測モデルとして用いられるようになった。大まかに言うと、まず大森-宇津則や ETAS モデルを用いて、将来余震が全体で何回程度起こるかという事を見積もる事ができる。その後、グーテンベルグ-リヒター則を用いて、大きな余震がどの程度含まれているのかを予測する。

例えば、余震の確率予測は初めアメリカのカリフォルニアで始まり、日本でも 1995 年の兵庫県南部地震を契機として行われるようになった(Reasenber and Jones, 1989; 地震調査研究推進本部, 1998)。ここでは、まず、大森-宇津則が予測モデルとして用いられた。大森-宇津則を用いて予測を用いる場合には、パラメータが決まれば、将来の任意の時刻での余震の発生頻度を式(2.2)に基づき簡単に予測する事ができる。その一方で、ETAS モデルはより正確な余震の統計モデルではあるが、ETAS モデルからは将来のある時刻における余震発生率を解析的に求め

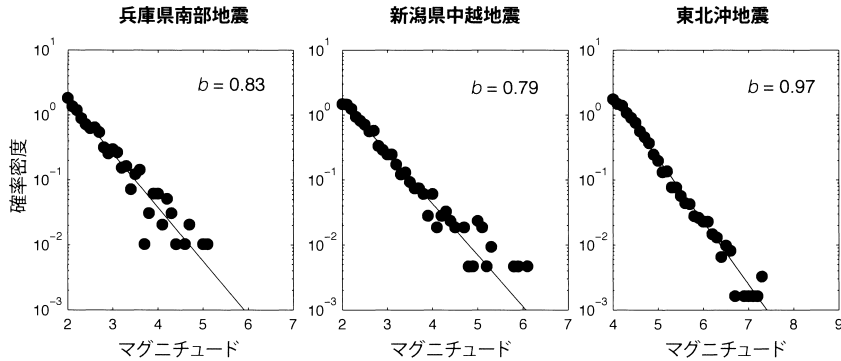


図 5. マグニチュードの分布. 黒丸が実測値, 実線が G-R 則を当てはめたものを表している.
 Fig. 5. Magnitude frequency distribution. The black dots and the line represent the observed value and Gutenberg-Richter law, respectively.

る事ができない。なぜならば、ETAS モデルではすべての地震が余震を引き起こす事ができるので、将来の地震がさらに余震を引き起こすのである。この事を考慮するために、ETAS モデルを用いて予測を行う際には、シミュレーションを多数回用いる事により、将来の余震発生頻度を計算する(4章参照)。このような ETAS モデルの技術的な難しさから、最近まで余震活動の予測には大森-宇津則が主に用いられてきた。しかしながら、近年では、コンピューターの性能向上により、このようなシミュレーションを容易に行えるようになった。そのため最近では、ETAS モデルが標準的な予測モデルとして用いられるようになってきた。例えば 2009 年にイタリアのラクイラでマグニチュード 6.3 の地震が起きた際には、余震活動の予測に ETAS モデルが使われた (Marzocchi and Lombardi, 2009)。私たちの研究でも、余震活動の中期予測を行う際には ETAS モデルを用いる(4章)。

このような経験則を用いた予測を行う時には、まず経験則のパラメータの値を決めなくてはならない。しかしながら、これまで見てきたように余震活動は非常に個性が強く、パラメータは余震系列ごとにかかなり異なる値をとる。そのため、改めてそれぞれの余震活動の観測データからその都度パラメータの値を決める必要がある。その一方で、余震の観測データから統計法則のパラメータを推定する際には、以下で述べるようにいくつかの難点があり、そのことが被災地で熱望されている本震直後からの余震の予測を難しくしている。そこで、以下では余震の予測にはどのような難点があるのか、それがどのように解決され、実際に余震の予測がどのように行われるのかを見ていく。

3. 本震直後からの余震活動の短期予測 (Omi et al., 2013)

日本では、大きな地震が起こると、地震調査研究推進本部(1998)の方法に基づいて、気象庁が業務として余震活動の予測を行っており、典型的に本震から一日経った後に予測を行っている。しかしながら、前章で余震は本震の直後に最も頻繁に起こると述べたように、実際、本震後の一日目には、本震後一ヶ月間で起こる大きな余震の約半数が起こる事が知られている(気象庁, 2008, 2009)。そのため、より迅速に予測を開始し、一日目におこる余震活動についても予測を行うことが望ましいと言えるであろう。この章では、本震直後のデータから、一日目に起こる余震活動をどのように予測するかということを見ていく。

初期の余震の不完全な観測

早期の余震活動の予測を難しくしている最も大きな原因として、本震直後に起こる余震データの多くが観測から漏れてしまうという、観測上の問題がある (Ogata, 1983; Utsu et al., 1995; Kagan, 2004; Iwata, 2008). これは本震直後には、観測網の地震波の識別能力を超える高頻度の余震が起こるために起こる. 図 6(A)を見ると、本震の直後では、大量のマグニチュードの小さな地震が系統的に抜け落ちている事がわかる. 時間が経ち、余震の発生頻度が下がるとともに、地震検出は小さい余震の識別可能なレベルまで徐々に回復していく. 余震の予測を行う際には、このような不完全な観測データに基づいて行わなくてはならないが、これは非常に難しい問題である. このことが、これまで早期の予測を妨げてきた.

このような不完全な余震観測データを扱うために、私たちは余震の「検出率」という量を用いてデータの欠損具合を定量的に特徴付ける. 検出率はある時間に起こったあるマグニチュードの地震が観測網によって検出される確率を表す. もしこの検出率をデータから推定する事ができれば、実際にはどの程度の数の地震が起こっていたかを推定する事ができる. 例えば、ある大きさの地震の検出率が 10% ならば、観測された地震の 10 倍の地震が実際には起こっていたと推測する事ができる. つまり、検出率が分かれば、欠損のあるデータを統計的に補完する事ができるのである.

では、どのように余震の検出率を推定するのかを見ていこう. 余震の検出率は観測された地震のマグニチュードのパターンから推定する事ができる. 図 6 の (B3) は本震の約一日後頃に観測された地震のマグニチュードの頻度分布である. 分布はマグニチュードが大きい部分では G-R 則に従っているが、マグニチュードの小さい部分では系統的に G-R 則から外れている. これはマグニチュードの小さな地震は、ゆれが小さいため、検出が非常に難しいためである. 本震の 1 日後頃には余震の検出はほとんど通常レベルまで戻っているが、それでもマグニチュードの小さな地震が観測から抜け落ちてしまうのである.

ここで、全ての地震をもれなく検出できていたら、地震のマグニチュード分布は完全に G-R 則に従うと仮定しよう. そして、地震の検出率はマグニチュードに対して、正規累積分布関数

$$(3.1) \quad \Phi(M) = \int_{-\infty}^M \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx$$

でモデル化できると仮定する (Ringdal, 1975; Ogata and Katsura, 1993). この関数は単調増加関数で、マグニチュードが小さい領域では 0 に近い値をとり、マグニチュードが μ のときには 0.5 (50%), さらにマグニチュードが大きくなると 1 (100%) に近い値をとるようになる (図 6(B) の上のパネル). これは、小さな地震は検出が難しく、大きな地震は検出が容易である事実を反映している. またパラメータ μ は検出率の高低を表す重要なパラメータで、 μ が低ければ (高ければ) 検出率が高い (低い) 事を表している. そして、観測される地震のマグニチュードの分布は G-R 則と正規累積分布関数の積として表す事ができる. 実際に、このモデルは観測値 (図 6(B) の下のパネルの中の実線) とよく一致する.

さらに、地震の検出率はマグニチュードだけでなく本震後の経過時間にも依存する. 例えば、図 6(B1) と (B2) はそれぞれ本震直後および本震の 0.1 日後あたりの地震のマグニチュードの分布と検出率を示している. 特に本震の直後では、検出率が非常に低く (μ が高く)、中規模以上の余震しか観測されない. そこで、このような検出率の経過時間 t の依存性を取り入れるために、 μ が時間の関数 $\mu(t)$ であると仮定する (Ogata and Katsura, 2006). そしてこの時間依存するパラメータはベイズ平滑化法という統計学的手法を用いて推定する (Akaike, 1980). 今回はこのベイズ平滑化法については詳しくは説明しないが、事前に予測できない検出率の時間変動に対して、特定の関数系を仮定するのではなく、関数の変動が滑らかで有るという想定のもと、データ

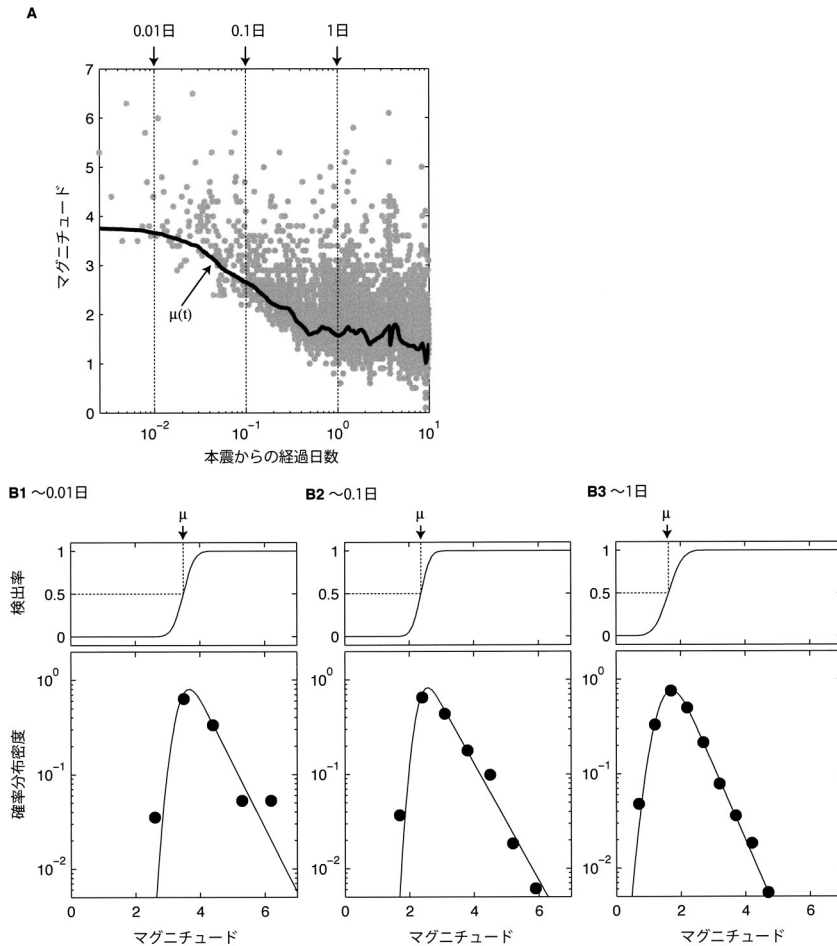


図 6. 検出率関数の推定. (A) 新潟県中越地震の余震の時間-マグニチュード分布および、 $\mu(t)$ の推定値. (B) 本震の 0.01 日, 0.1 日, 1 日後あたりに観測された地震のマグニチュードの分布(下パネル)と検出率関数(上パネル).

Fig. 6. The estimation of the detection rate function. (A) M-T plot of aftershocks after the 2003 Chuetsu earthquake with the estimated time-varying $\mu(t)$. (B) The magnitude frequency and the detection rate around the 0.01 (B1), 0.1 (B2), and 1 day (B3) after the main shock, respectively.

に応じて適応的に最適な推定を行えるという特徴がある (Omi et al., 2013). たとえば, 図 6(A) の実線が実際にデータから推定された $\mu(t)$ である. 予測を行う際には, まずここで説明した方法を用いて検出率を推定し, それを考慮して余震の予測モデルのパラメータを決定する. このように検出率を用いる事により, あたかも完全なデータを基にしたような予測が可能になる.

2011 年東北地方太平洋沖地震の余震観測データを用いた予測実験

以下では, この検出率と大森-宇津則を組み合わせることで, 余震活動の迅速な予測が可能に

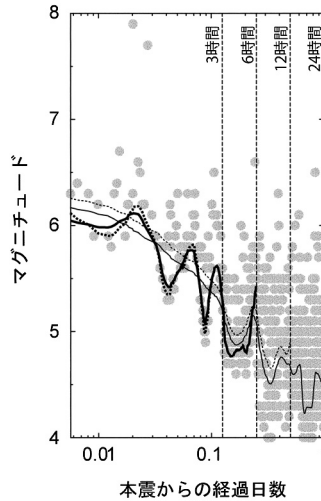


図 7. 検出率の推定. 東北沖地震の余震の時間 - マグニチュード分布 (灰色丸) 及び, それぞれの推定期間のデータを用いて推定された時間変動パラメータ $\mu(t)$ (曲線). Omi et al. (2013) より引用改変.

Fig. 7. The estimation of the detection rate function. M-T plot (gray dots) of after-shocks after the 2011 Tohoku-oki earthquake with the estimated time-varying $\mu(t)$ (curves). Modified from Omi et al. (2013).

なることを見ていく. ここでは 2011 年東北地方太平洋沖地震の余震活動の観測データを用いる. この予測実験ではアメリカ地質調査所が公開している NEIC カタログに記録されている地震観測データを用いた. 通常, 日本で起きた地震の研究では気象庁が作成したデータベースを使う事が多い. しかし, 気象庁の観測網は陸側にしかないため, 東北沖地震の場合のように余震域が海域の幅広い範囲にわたっていると, 地震の検出に空間的な偏りができてしまう. NEIC カタログでは全世界に配置された観測網により, より一様に地震が検出されていると考える事ができるため, ここでは NEIC カタログを用いた. 以下では, 最初の 3, 6, 12, 24 時間の余震観測データを用いて次の 3, 6, 12, 24 時間の余震活動をそれぞれ予測するという, 4つの予測を行う.

私たちの手法では, まずは検出率の推定を行う (図 7). 図には最初の 3, 6, 12, 24 時間のデータからそれぞれ推定された, 検出率が 50% のマグニチュードを表す $\mu(t)$ の時間変動が表示されている. 最初は高かった $\mu(t)$ が, 時間が経つと徐々に下がっていくことがわかる. また $\mu(t)$ は時に揺らいでいることがある. よくデータを見てみると, このような揺らぎの峰には大きな余震を伴っていることがわかる. つまり, 大きな余震が起こったあとも検出率が一時的に下がっていることを意味している. このように, 私たちの手法は不規則な検出率の時間変化をとらえることができるのである.

つぎに, データから推定された検出率を考慮して, 余震の経験則のパラメータの値を推定し, それを用いて実際に予測した結果を見ていく. 推定された大森-宇津則 (2.2) がそれぞれ細線 (推定期間) と太点線 (予測期間) で, 実際の観測値が黒丸で示されている (図 8). まず, 最初の数時間の間では, 推定値が観測値を大きく上回っている. これは, 私たちが推定しているのは, 観測される地震の頻度でなく, 検出に漏れた地震を含めて実際に起こっていただろうと考えられる地震の頻度であるからである. この期間は地震の検出が極めて不完全で多くの余震が観測か

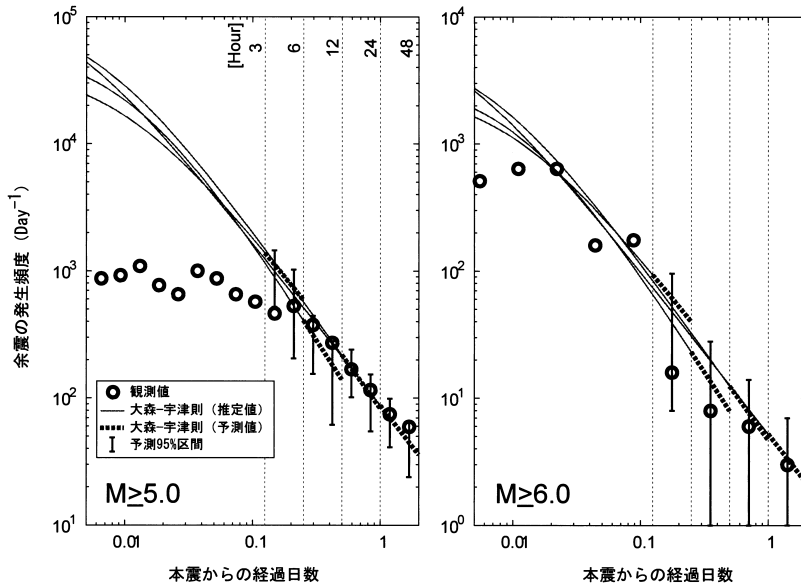


図 8. 本震直後の余震の短期予測. Omi et al.(2013)より引用改変.

Fig. 8. Short-term forecasting of aftershocks shortly after the main shock. Modified from Omi et al.(2013).

ら抜け落ちてしまっているが、実際にはこの程度の数の地震が起きていたという事を示している。このようにして、不完全な観測データからの推定が行われている。

最後に予測結果を見ていく。それぞれの予測期間における余震の個数の予測 95%信頼区間がバーで示されている。これが実際の観測値が予測のバーの中に含まれていることから、予測がうまくいっていることがわかる。特に、とても不完全な最初の3時間のデータを用いた場合にも、予測がうまくいっている。

以上の結果は、私たちの方法によって、不完全なデータからでも迅速に余震活動の予測を行えるということを実証している。当時、気象庁が予測を行ったのが本震から約2日後であるということを考えると、本震後数時間程度から有効な予測が行えるということは大きな改善であると言えるであろう。

4. 初期の観測データからの余震活動の中期予測(Omi et al., 2014; 2015)

前の章では、余震の予測において重要である本震直後からの短期的な予測(一日目に起こる余震の予測)を見てきた。多くの強い余震は本震後一日以内に起こるが、余震活動は大森-宇津則(2.2)の逆べき減衰に従い、長い時間にわたってしつこく続く。特に2004年中越地震では、しばらくの間、強い余震活動が継続した。そのため、早い段階において余震活動の中期的な見通しをたて、余震活動の強弱を見極めることもまた重要である。この章では、初期の余震発生データから、中期的な余震活動の予測を行う方法について見ていく。特にここでは、本震後の一日目のデータから、その後の一ヶ月間の余震活動を予測するケースを考えていく。

推定の不確定性を考慮した予測：ベイズ予測

前の章では、不完全な観測データから検出率を考慮して、予測モデルのパラメータの値を決定するという事を述べた。通常は最もデータを良く説明するパラメータ値を選んで、その一つの推定値のみを予測モデルのパラメータ項に挿入して予測を行う。このような予測手法のことをプラグイン予測と呼ぶ。しかしながら、初期のデータから中期的な予測を行う際には、一つのパラメータ値のみに頼ると、偏りのない信頼性のある予測を行う事は期待できない。

その理由は、初期の不完全な観測データを用いた場合には、経験則のパラメータを正しい値に絞り込む事がとても難しいからである。パラメータの値は、予測モデルがデータをうまく説明できるように選ぶが、このような場合には、幅広い範囲のパラメータ値が同程度に尤もらしく短期間のデータを説明する。その一方で、その中からどのパラメータ値を用いるかによって長期間の予測結果が大きく変わってしまう。そのため、もし用いたパラメータ値が、将来の余震活動をうまく表現するようなパラメータ値と異なっていた場合には、予測が大きく外れてしまう。

より信頼性のある予測方法は単一のパラメータ値を用いるのではなく、様々な確からしいパラメータ値からの予測を組み合わせることである。考えられる可能性をできる限り考慮した予測を行うと言えばわかりやすいだろうか。このようなパラメータ値の不確定性を考慮した予測は「ベイズ予測」と呼ばれる (Akaike, 1978)。

さて、これまで、“データをうまく説明できる”や“確からしい”パラメータ値という言葉を定義なしに使ってきた。ベイズ統計の立場からは、データが与えられた上での、それぞれのパラメータ値の確からしさは事後分布 $p(\theta|Data)$ によって定量化される。事後分布はデータが与えられた上でのパラメータ値 θ の確率を表す。ベイズ統計の枠組みでは、この事後確率は推定における確からしさと解釈される。そして事後分布はベイズの定理から、それぞれのモデルを表す尤度関数 $L(\theta|Data)$ と、モデルパラメータの事前分布 $\pi(\theta)$ を用いて

$$(4.1) \quad p(\theta|Data) \propto L(\theta|Data)\pi(\theta)$$

と得る事ができる。ここで事前分布 $\pi(\theta)$ は過去の余震のデータや知見から経験的に見積もられるパラメータの分布を表している。

2004 年の中越地震の余震の観測データを用いて、実際の ETAS モデルのパラメータ θ の事後分布 $p(\theta|Data)$ がどのようなものか見てみよう。事後分布を直接描くのは難しいので、ここでは事後分布に従うパラメータ値のサンプル $\{\theta_i\}$ をプロットする (図 9)。ここで黒円は最初の 1 日の観測データから推定される事後分布を最大にするパラメータの値を示しており、Maximum a posteriori (MAP) 推定値と呼ばれる。プラグイン予測にはこの MAP 推定値が用いられる。その一方で、事後分布 (灰色点) は幅広く分布していることがわかる。つまりこの範囲のパラメータ値がデータをよく説明できるのである。さらに、最初の一ヶ月間のデータから推定される事後分布 (黒点) と比べてみよう。この章では最初の一ヶ月間のデータからその後の一ヶ月間の余震活動の予測を行おうとしているので、予測に用いるパラメータ値がこの一ヶ月間の事後分布に含まれていれば、予測はうまく行くと考えることができるだろう。しかしながら、最初の一ヶ月間のデータから推定される MAP 推定値は、一ヶ月間の事後分布からは外れている。つまり、この場合には MAP 推定値を用いたプラグイン予測では、うまくいかないのである。しかしながら、最初の一ヶ月間の事後分布は一ヶ月間の事後分布を含んでいる。そのため、推定の不確定性まで考慮しないと予測がうまくいかないのである。

厳密には、ベイズ予測はそれぞれのパラメータ値からの予測を事後分布で重みづけて統合する。実用的にベイズ予測を行うために、ここではまず事後分布に従う独立な多数のパラメータ値をマルコフ連鎖モンテカルロ法と呼ばれる方法を用いて生成し、それぞれパラメータ値を用

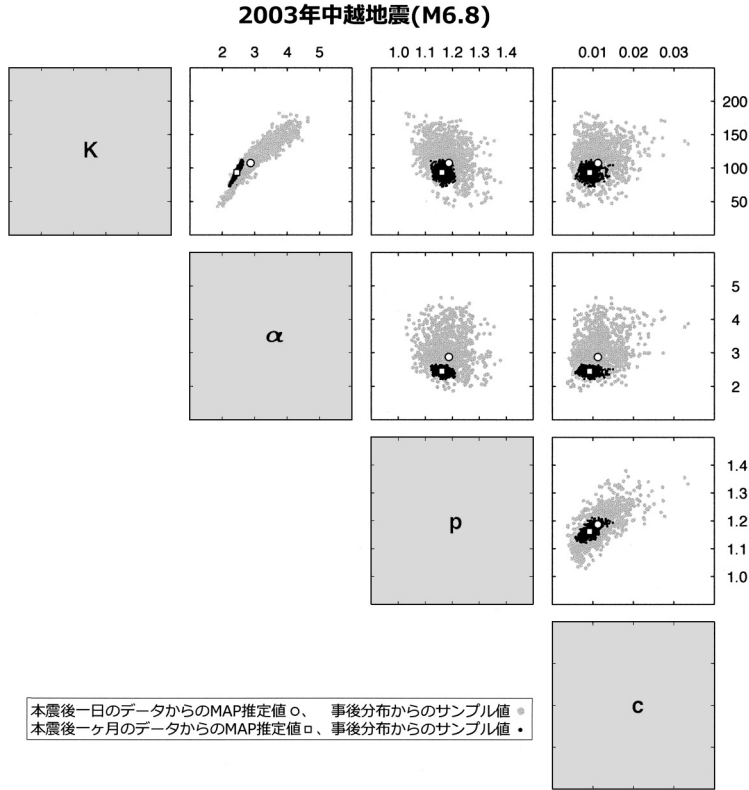


図 9. ETAS モデルのパラメータの推定における不確定性。
 Fig. 9. The estimation uncertainty of the ETAS parameters.

いた予測を最終的に組み合わせる。

ETAS モデルを用いた余震活動のベイズ予測

前の章では、限られた余震データからの予測ということで、最も単純な余震の経験則である大森-宇津則を用いた。ここでは、複雑な余震活動も再現できる ETAS モデルを用いる。大森-宇津則を用いた場合には、パラメータ値が決まれば、自動的に将来の余震の発生率が決まる。その一方で、ETAS モデルを用いた場合には、予測はやや複雑になる。ETAS モデルは全ての地震が大なり小なりその後地震を引き起こすことができる。さらに、将来の地震も同様にその後地震を引き起こすことができるが、現時点では将来の地震の情報は手に入れることはできない。ここが ETAS モデルでの予測の難点になる。そこで ETAS モデルを用いて余震活動の予測をする時には、余震を一発ずつシミュレーションし、それらがさらなる余震を引き起こすことを勘定に入れ、シミュレーションを行っていく。それぞれの余震の発生時刻は thinning method と呼ばれる方法を用いて決める事ができる (Ogata, 1981)。そしてそれぞれの余震のマグニチュードは通常 G-R 則に従うように決める。このシミュレーションを多数回繰り返すことによって、予測にどの程度のばらつきがあるかがわかる。

図 10 には、1995 年兵庫県南部地震と 1993 年北海道南西沖地震の余震系列に対して、本震の

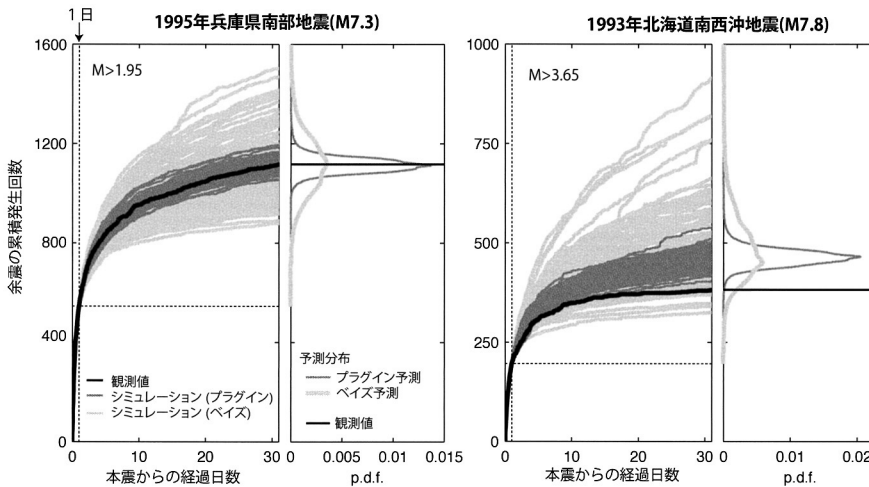


図 10. プラグイン及びベイズ ETAS モデルによる余震活動の予測.

Fig. 10. The comparison of performances between the plug-in and Bayesian forecasting by using the ETAS model.

1 日後から 31 日目までの余震活動を多数回シミュレーションしたものが灰色線、実際に観測された余震活動が黒線で示されている。本震後の最初の一日間のデータから MAP 推定値を選び、それを用いて ETAS モデルから予測された余震活動が濃灰色の線である(プラグイン予測)。そして、シミュレーション一回毎に ETAS モデルのパラメータの値を事後分布に従い選び、予測した余震活動が薄灰色の線である(ベイズ予測)。プラグイン予測に対してベイズ予測から得られる余震活動は幅広くばらついていることがわかる。これはプラグイン予測が単一のパラメータ値のみを用いているのに対して、ベイズ予測では幅広く広がる事後分布に従う様々なパラメータ値を用いているからである。初期の不完全なデータを用いた場合には、推定の不確実性が大きいので、その分、予測の不確実性も大きいのである。

この二つの予測はどちらを用いるのがいいのだろうか？ このためにはまず、予測期間に起こる余震の発生回数の予測確率分布を推定する必要がある。ここではシミュレーションによって得られた余震発生回数をもとにカーネル密度推定によって、余震個数の予測確率分布を、プラグインとベイズ予測のそれぞれで推定する。二つの予測の優劣は、実際に観測された余震個数におけるそれぞれの予測確率分布の値(尤度)を比べることによりわかる。例えば、兵庫県南部地震の余震活動の場合にはプラグイン予測が優れている。その一方で北海道南西沖地震の余震活動の場合には、ベイズ予測の方が優れている。北海道南西沖地震の例のように、プラグイン予測は実際の観測値から大きく外れることがあるので、平均的にはベイズ予測の方が安定した予測を行うことができるのである。実際に、1990 年以降日本で起きた様々な大きな地震の後の余震活動のデータを解析することにより、一般的にベイズ予測の方がプラグイン予測より優れていることを示すことができる(Omi et al., 2015)。これらの結果から、初期の観測データから中期的な予測を行う際には、推定の不確実性を考慮に入れる事により信頼性のある予測が可能になる事がわかる。

さらに、最近の我々の研究において、マグニチュード分布として G-R 則に加えて、ノンパラメトリックな統計モデルを組み合わせる事で、特に大きな余震の予測の性能が向上する事

を明らかにした。これはマグニチュードの大きな領域でマグニチュードの頻度分布が系統的に G-R 則からずれる事があるからである。このように、中期予測においてはマグニチュード分布のモデリングも予測において非常に重要である。興味のある読者は Omi et al. (2015) を参照のこと。

5. 終わりに

本稿では、余震活動の経験則(大森-宇津則, ETAS モデル, グーテンベルグ-リヒター則)の導入に始まり、それらを用いることにより余震活動の予測を行うことができることを示した。ここでは(1)強い活動が期待される本震後一日目の余震活動の予測, (2)初期の観測データからの中期的な余震活動の予測の二つに注目してきた。いずれの場合にしても、単純に経験則を適用するだけでは、有効な予測を行うことができず、様々な考察を必要とした。特にここでは、初期の余震の欠損を地震検出率によって特徴付けること、推定における不確定性を考慮して予測を行うことの二つの考察を行うことにより、実践的な予測が可能になることを見てきた。このように実際の予測においては、データの特徴を上手く考慮し、適切に統計的な技術を用いる必要がある。そして地震の確率予測においては、その基礎となるのは点過程の統計理論である。本稿において、その重要性が読者に伝われば幸いである。

謝 辞

この研究詳解では気象庁及び USGS の地震震源カタログの地震発生データが用いられている。データを公開していただいた事に感謝いたします。本研究は合原一幸氏(東大)、尾形良彦氏(統数研)、平田祥人氏(東大)との共同研究であり、FIRST 合原最先端数理モデルプロジェクト、日本学術振興会特別研究員制度及び JSPS 科研費 26240004 の支援を受けました。

参 考 文 献

- Akaike, H. (1978). A new look at the Bayes procedure, *Biometrika*, **65**(1), 53–59.
- Akaike, H. (1980). Likelihood and the Bayes procedure, *Bayesian Statistics* (eds. J. M. Bernardo, M. H. DeGroot, D. V. Lindley and A. F. M. Smith), 143–166 (discussion 185–203), University Press, Valencia, Spain.
- Gerstenberger, M. C., Wiemer, S., Jones, L. M. and Reasenberg, P. A. (2005). Real-time forecasts of tomorrow's earthquakes in California, *Nature*, **435**(7040), 328–331.
- Gutenberg, B. and Richter, C. F. (1944). Frequency of earthquakes in California, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **34**(4), 185–188.
- Iwata, T. (2008). Low detection capability of global earthquakes after the occurrence of large earthquakes: Investigation of the Harvard CMT catalogue, *Geophysical Journal International*, **174**(3), 849–856.
- 地震調査研究推進本部(1998). 余震の確率評価手法について, 地震調査委員会報告書, 文部科学省 (<http://www.jishin.go.jp/main/yoshin2/yoshin2.htm>).
- Kagan, Y. Y. (2004). Short-term properties of earthquake catalogs and models of earthquake source, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **94**(4), 1207–1228.
- 気象庁(2008). 関東・中部地方とその周辺の地震活動(2007年11月~2008年4月), 地震予知連絡会会報, **80**, 80–99 (http://cais.gsi.go.jp/YOCHIREN/report/kaihou80/04_01.pdf).
- 気象庁(2009). 平成20年(2008年)岩手・宮城内陸地震について, 地震予知連絡会会報, **81**, 101–131 (http://cais.gsi.go.jp/YOCHIREN/report/kaihou81/03_04.pdf).

- Marzocchi, W. and Lombardi, A. M. (2009). Real-time forecasting following a damaging earthquake, *Geophysical Research Letters*, **36**(21), L21302.
- Ogata, Y. (1981). On Lewis' simulation method for point processes, *IEEE Transactions on Information Theory*, **27**(1), 23–31.
- Ogata, Y. (1983). Estimation of the parameters in the modified Omori Formula for aftershock frequencies by the maximum likelihood procedure, *Journal of Physics of the Earth*, **31**, 115–124.
- Ogata, Y. (1988). Statistical models for earthquake occurrences and residual analysis for point processes, *Journal of the American Statistical Association*, **83**, 9–27.
- Ogata, Y. and Katsura, K. (1993). Analysis of temporal and spatial heterogeneity of magnitude frequency distribution inferred from earthquake catalogues, *Geophysical Journal International*, **113**(3), 727–738.
- Ogata, Y. and Katsura, K. (2006). Immediate and updated forecasting of aftershock hazard, *Geophysical Research Letters*, **33**(10), L10305.
- Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y. and Aihara, K. (2013). Forecasting large aftershocks within one day after the main shock, *Scientific Reports*, **3**, 2218.
- Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y. and Aihara, K. (2014). Estimating the ETAS model from an early aftershock sequence, *Geophysical Research Letters*, **41**, 850–857.
- Omi, T., Ogata, Y., Hirata, Y. and Aihara, K. (2015). Intermediate-term forecasting of aftershocks from an early aftershock sequence: Bayesian and ensemble forecasting approaches, *Journal of Geophysical Research: Solid Earth* (Published online <http://dx.doi.org/10.1002/2014JB011456>).
- Omori, F. (1894). On the aftershocks of earthquake, *Journal of the College of Science, Imperial University of Tokyo*, **7**, 111–200.
- Reasenber, P. A. and Jones, L. M. (1989). Earthquake hazard after a mainshock in California, *Science*, **243**(4895), 1173–1176.
- Ringdal, F. (1975). On the estimation of seismic detection thresholds, *Bulletin of the Seismological Society of America*, **65**(6), 1631–1642.
- Utsu, T. (1961). A statistical study on the occurrence of aftershocks, *Geophysical Magazine*, **30**, 521–605.
- Utsu, T. (1971). Aftershocks and earthquake statistics(2): Further investigation of aftershocks and other earthquake sequences based on a new classification of earthquake sequences, *Journal of the Faculty of Science, Hokkaido University. Series 7, Geophysics*, **3**, 197–266.
- Utsu, T., Ogata, Y. and Matsu'ura, R. S. (1995). The centenary of the Omori formula for a decay law of aftershock activity, *Journal of Physics of the Earth*, **43**(1), 1–33.

Real-time Short- and Intermediate-term Forecasting of Aftershocks after a Main Shock

Takahiro Omi

Institute of Industrial Science, The University of Tokyo

A large earthquake triggers numerous aftershocks, and some strong aftershocks can cause additional damage in the disaster area. Thus, operational forecasting of aftershock activity has been carried out to reduce earthquake risks. However, there are some problems with current forecasting methods. First, early forecasting is very difficult because of the substantial deficiency of data shortly after a main shock, although aftershocks occur very frequently soon after a main shock. Second, because aftershock activity lasts for a long time, it is also important to achieve intermediate-term forecasting as soon as possible. Nevertheless, it is not easy to do this from limited data. To overcome these difficulties, we have employed statistical methodology to develop a practical forecasting method. In this contribution, we introduce our recent works in aftershock forecasting, and show the effectiveness of our method using actual data.