

離散データに対する回帰モデルによる 冠雪害の解析

加茂 憲一¹・嘉戸 昭夫²・吉本 敦³

(受付 2013年1月22日; 改訂 4月26日; 採択 6月14日)

要 旨

本論文の目的は、2004年1月富山県小矢部市子撫川ダム近傍のスギ林において発生した冠雪害に関するリスク解析である。冠雪害は偶発的に発生するわけではなく、気象要因、地形要因、立木の特性などによりその発生確率が変化することが、多くの先行研究により指摘されている。そこで、これらの要因を説明変数とするロジスティック回帰モデルおよび多項ロジット回帰モデルにおける変数選択により、リスク要因の特定を行い定量的な評価を行った。その結果、立木の特性としては細長い形状におけるリスクが高く、地理的・気候的な要因としては風の影響の少ない状態におけるリスクが高かった。これは、風により立木に付着した雪が払い落とされて、立木に対する荷重負荷が軽くなる効果が存在するという先行研究における見解と一致するものであった。このような冠雪害リスクの定量的な評価は、危険度に応じた品種管理や間伐に対する予測を与えるといった、実際の森林経営に対する貢献も期待される。

キーワード：ロジスティック回帰モデル、多項ロジット回帰モデル、赤池情報量規準、モデル選択、冠雪害、リスク確率。

1. はじめに

近年「異常気象」と呼ばれる予測困難な気候変動や自然災害が、我々の生活のみならず自然環境に対しても大きな影響を与えている。自然災害に起因する社会活動における損失を最小限とすべく、我々は今日まで様々な努力を積み重ねてきた。特に、自然と直接向かい合う機会の多い第一次産業においては、自然災害のもたらす被害は甚大であるため、様々なマネジメント戦略が要求されている。多くの自然災害においては、何らかの外的要因がその発生確率に影響を与えていることが予想される。例えば、台風が山林を通り過ぎた場合、局所的に風害発生確率の高いエリアが存在する一方で、ほぼ無傷に近いエリアも存在するであろう。このような被害発生のはらつきは、偶発的に発生するとも考えられるが、通常は何らかの普遍的な影響、例えば地形的な要因で風速が変化し、それに伴い災害リスクの強度も変化し、その結果として被害発生確率が変化したと考えられる。このように、自然災害の発生メカニズムにある種の系統性が存在すると考えるならば、その仕組みを数理モデルを用いて表現することにより、その特性を顕にすることが可能であろう。また、構築されたモデルに基づいて、実際の管理や施業に

¹ 札幌医科大学 医療人育成センター：〒060-8556 北海道札幌市中央区南1条西17丁目

² 富山県農林水産総合技術センター 森林研究所：〒939-8153 富山県富山市吉岡1124-1

³ 統計数理研究所：〒190-8562 東京都立川市緑町10-3

対する様々なシナリオ設定における予測や提言を行うという形でも、実学に貢献することが期待される。

本論文においては、自然災害の一例として、富山県のスギ林において発生した冠雪害に着目し、そのリスクを離散型の回帰モデルを用いて定量的に把握することを試みる。森林において雪に起因する災害は大きく分けて、冠雪害と雪圧害の2種類である。このうち雪圧害は、埋雪した幼齢木が積雪の沈降圧や移動圧を受けて折損したり根元曲がりを生じる被害である。一方で冠雪害とは、立木における葉や枝などの樹冠に多量に付着した雪の荷重によって発生する被害であり、主に壮齢木において発生し、幹折れ、幹曲がり、根返りの3パターンが存在する。まず、幹折れとは、枝葉に積もった雪の荷重に立木が耐えられなくなり、幹が途中で折れてしまう被害である。次に、幹曲がりとは、やはり雪の荷重により、幹が曲がり回復不可能となる被害である。幹に柔軟性のある樹種においては、幹折れよりも幹曲がりが発生しやすい特徴がある。最後に根返りは、雪の荷重により立木全体が地下の根系もろとも引き抜かれ倒れる被害である。森林経営においてこれら壮齢木の被害は、収穫期を間近に控えていることもあり、経済的な損失の甚大さもさることながら、倒木により集落や住宅に通じる配電線を切断するといった林業以外の産業にも影響を与える重要課題である(嘉戸・凶子, 2007)。これら冠雪害の発生機構や防除対策に関する研究は主に1950~1980年にかけて精力的に実施された(高橋, 1977)。これら先行研究においては、冠雪害は完全偶発的に発生するわけではなく、気象要因、地形要因、立木の特性などによりその発生確率が変化することが観察されている。そこで本論文では、どのような要因が冠雪害リスクに影響を与えているのかを、回帰モデルにおけるモデル選択手法を用いて特定し、リスクという概念を定量的に把握することを試みる。なお、本論文で用いた手法は、非常に汎用的なものであり、他のリスク解析においても十分に適用可能であると考えられる。

2004年1月下旬の大雪により、富山県小矢部市子撫川ダム周辺600ha内のスギ林において大規模な冠雪害が発生した。富山県をはじめ北陸地方の里山は冠雪害の危険度が高い地域とされており、この地域でスギを成林させるには、冠雪害を考慮した森林施業が不可欠である(嘉戸, 2009)。冠雪害は気温 -3 度から $+3$ 度付近で発生しやすい。それは、この気温での雪質は水分が非常に多く、立木に対する付着力を増すからである。実際に降雪初期には最低 -5.2 度であった気温がその後上昇し、冠雪害発生時には 0 度前後で推移していた。このことから、当初は比較的付着力の小さな乾き雪であったが、冠雪害発生時には付着力の大きな湿り雪に変化したことが推測される。また風に関しては、降雪開始時に毎秒 10 mを超える強風であったが、冠雪害発生時には毎秒 1 mから 2 mへと収まった。これら被害発生時における気象条件や森林の特性に関する更なる詳細は嘉戸・凶子(2007)を参照されたい。

以上のような状況において $20\text{m}\times 20\text{m}$ を1つの観測エリアとして、47箇所における被害データが収集された。これらの観測地におけるスギの総本数は1761本であり、そのうちの598本に冠雪害が発生した。従って全体の被害発生率は約34%である。冠雪害に影響を与える外的な要因として風の存在が指摘されているが(高橋, 1977)、被害発生時には冬型の気圧配置の影響により南西からの微風がコンスタントに吹いていた。冠雪害リスクに影響を与える変数の候補として、次の16種類を観測した：

- 林齢… 立木の年齢。対象地域は人工林であるため、同一観測地内ではほぼ同一である。
- 平均胸高直径… 胸の高さ(約 1.3m)における立木の直径の平均値。今後DBH(Diameter at Breast Height)と表す。
- 樹高… 立木の高さの平均。
- 形状比… 平均樹高をDBHで除したものの、細長い形状の立木ほど大きな値をとる。

- 密度 … 単位面積あたりの立木本数.
- 品種 … ボカスギ, カワイダニスギ, タテヤマスギの3種類が存在する. 同一観測地内にボカスギとカワイダニスギが混在するケースが複数存在する.
- 材積 … ヘクタールあたりの材積量. 樹高と DBH を用いて算出する.
- 標高 … 海面からの高さ.
- 傾斜度 … 水平方向からの斜面角度.
- 流出寄与域 … その土地に流れ込む水の集水域面積を, 数値実験により算出したもの (Betson, 1964).
- 湿潤度 … 土壌の水分状況を表す指標. 流出寄与域を a とし, 傾斜度を b とすると $\log(a/\tan b)$ で定義される. 数値が大きいくほど湿潤な土地である (Beven, 1997).
- 横断面係数 … 等高線方向の曲率. 凹型の地形で正の値をとる (Moore et al., 1993).
- 縦断面係数 … 縦断方向の曲率で横断面係数と同様の定義.
- 地上開度 … 空の見通し度合いを表す指標. 山頂や尾根部で大きな値をとる (Prima et al., 2006).
- 地下開度 … 空が地表に遮られる度合いを表す指標. 窪地や谷底で大きな値をとる.
- 斜面方位 … 南西向きからの角度.

これらのうち最初の7つ: 林齢, DBH, 樹高, 形状比, 密度, 品種, 材積は立木に関する特性である. また, 残りの9つ: 標高, 傾斜度, 流出寄与域, 湿潤度, 横断面係数, 縦断面係数, 地上開度, 地下開度, 斜面方位は地形に関する要因である. 冠雪害の発生に対して, これら要因の候補が冠雪害発生確率に影響を与える可能性があると考え, 回帰モデルにおけるモデル選択手法を用いてリスク要因の探索を行う. 富山県の冠雪害の解析に関する先行研究である加茂他 (2009), Kamo et al. (2008), 吉本 他 (2012) においては, 斜面方位を東西南北からなる4つのダミー変数で設定している. これは, 風向きの基準方向を特定しないという狙いがあったが, 今回は被害時の風向きが南西から一定であったため (嘉戸・凶子, 2007) 南西を0とした角度を斜面方位に関する変数とした.

2. ロジスティック回帰モデルの適用

冠雪害の発生 (応答変数) を個体で考えると, 害が「発生した」か「発生しなかった」のカテゴリカルな二種類である. 冠雪害は個体に対してある確率により発生するものと考えられるため, これを統計的に表現するとベルヌーイ分布に従うことになる. ベルヌーイ分布に従う試行を独立に複数回行った際, その生起回数は二項分布に従う. このとき生起確率 (ここでは災害発生確率) が何らかの外的な要因により変化することが想定される場合は, ロジスティック回帰モデルの適用が妥当である. 本論文で取り扱う冠雪害に対しては, その発生確率が様々な外的要因で変化することが知られており, それらが説明変数として扱われる.

林分に関するインデックスを i ($i=1, 2, \dots, m$) で表し, 林分 i におけるスギ個体数を n_i とする. また $n = \sum_{i=1}^m n_i$ とする. ここから冠雪害が発生した個体数を y_i とする ($y_i \leq n_i$). 林分 i における冠雪害発生確率を p_i とし, それに影響を与える変数を $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,r})'$ とすると,

$$(2.1) \quad \text{logit}(p_i) = \log \left(\frac{p_i}{1 - p_i} \right) = x_i' \beta,$$

表 1. ロジスティック回帰モデルにおけるモデル選択結果. 変数の個数を固定して推定された最適モデル.

変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
林齢						○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
DBH								○	○	○	○	○	○	○	○
樹高												○		○	○
形状比												○	○	○	○
密度								○	○	○	○	○	○	○	○
品種	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
材積								○	○	○	○	○	○	○	○
標高						○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
傾斜度				○	○								○	○	○
流出寄与域															○
湿潤度							○								
横断面係数					○				○	○	○	○	○	○	○
縦断面係数						○	○			○	○	○	○	○	○
地上開度													○	○	○
地下開度		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
斜面方位		○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
最適モデル										○					

となる. ここで β は r 次元の未知パラメータベクトルである. この未知パラメータは尤度関数

$$\ell(\beta) = \sum_{i=1}^m \left\{ y_i \log \left(\frac{p_i}{1-p_i} \right) + n_i \log(1-p_i) \right\}$$

の最大化, すなわち $\hat{\beta} = \arg \max_{\beta} \ell(\beta)$ で推定される.

リスク要因を特定するために, 回帰モデル (2.1) における最適変数の組み合わせを探索する. ここでは, Akaike (1973) で提唱された赤池情報量規準

$$(2.2) \quad \text{AIC} = -2\ell(\hat{\beta}) + 2r$$

を用いる. 今回, 説明変数が 16 個であるので, 説明変数の組み合わせは $2^{16} = 65536$ 通りである. これら全ての候補モデルに対して AIC (2.2) を算出し, 最小の値をとるモデルを最適モデルとする. 変数の個数を固定して得られた最適モデルを表 1 に示す (なお, 切片のみのモデルとフルモデルは省略している). 例えば, 変数の個数 4 つにおいて組み合わせパターンは ${}_{16}C_4 = 1820$ 通りであるが, その中で「品種, 傾斜度, 地下開度, 斜面方位」という組み合わせが最適と推定されたという意味である. 全体では, 変数の個数が 10 個のモデル「林齢, DBH, 密度, 品種, 材積, 標高, 横断面係数, 縦断面係数, 地下開度, 斜面方位」という組み合わせが最適であった.

3. 多項ロジット回帰モデルの適用

第 2 章においては, 冠雪害データに対してロジスティック回帰モデル (2.1) を適用した. これは, 二種類のカテゴリカルな応答変数に対応する回帰モデルである. しかし, 第 1 章で触れた通り, 冠雪害には 3 種類の被害 (幹折れ, 幹曲がり, 根返り) が存在する. これら 3 種類の被害を別個に考察する必要がある場合には, 多項分布に基づく多項ロジット回帰モデルの適用が妥当である. 直感的に, 幹折れと幹曲がりに関しては立木の地上部における強度に依存する一方で, 根返りに関しては立木の強度の他に土壌の脆弱性といった地理的要因も影響を与えることが想像できる. もし, この見解が正しければ, 各被害に対して外的要因が与える影響の強度

が異なることが想定され、そのような状況においては多項ロジット回帰モデルを適用する必要がある。

モデルの説明における基本的な記述については、ロジスティック回帰モデルのものを用いる。今回は、冠雪被害が3種類存在するので、林分*i*における幹折れ本数、幹曲がり本数、根返り本数をそれぞれ $y_{i,1}$, $y_{i,2}$, $y_{i,3}$ とする。また、それぞれの発生確率を $p_{i,1}$, $p_{i,2}$, $p_{i,3}$ とする。いま、同じ林分内において冠雪害の発生しなかった本数およびその確率を $y_{i,0}$, $p_{i,0}$ とすると、 $y_{i,0} + y_{i,1} + y_{i,2} + y_{i,3} = n_i$, $p_{i,0} + p_{i,1} + p_{i,2} + p_{i,3} = 1$ となる。つまり $y_{i,0}$ および $p_{i,0}$ は災害発生側の状況から自動的に決まることが分かる。このようなカテゴリーを基準カテゴリーと呼ぶ。今回は、災害の発生しなかった立木を基準カテゴリーに設定した。ロジスティック回帰モデルと同様に、説明変数 $x_i = (x_{i,1}, x_{i,2}, \dots, x_{i,r})'$ が生起確率に影響を与えると考え、次の多項ロジット回帰モデルを構築する。

$$p_{i,0} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^3 \exp(x_i' \beta_j)}$$

$$p_{i,k} = \frac{\exp(x_i' \beta_k)}{1 + \sum_{j=1}^3 \exp(x_i' \beta_j)} \quad (k=1, 2, 3).$$

ここで $\beta = (\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3)'$ は $3r$ 次元の未知パラメータベクトルであり、 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ はそれぞれ、幹折れ、幹曲がり、根返りに関するものである。この未知パラメータは尤度関数

$$\ell(\beta) = \sum_{i=1}^m \left\{ (y_i \otimes x_i)' \beta - n_i \log \left(1 + \sum_{j=1}^r \exp(x_i' \beta_j) \right) \right\}$$

の最大化、すなわち $\hat{\beta} = \arg \max_{\beta} \ell(\beta)$ と推定される。ここで $y_i = (y_{i,1}, y_{i,2}, y_{i,3})'$ は観測地からなるベクトルである。

リスク要因を特定するために、ロジスティック回帰モデルと同様に AIC

$$AIC = -2\ell(\hat{\beta}) + 2 \times 3 \times r$$

を用いる。ここで右辺第2項の3はカテゴリーの個数(基準カテゴリーを除く)である。変数の個数を固定して得られた最適モデルを表2に示す。多くの場合において、ロジスティック回帰の結果と一致する。更に全体での最適モデルもロジスティック回帰モデルと同じく「林齢、DBH、密度、品種、材積、標高、横断面係数、縦断面係数、地下開度、斜面方位」10個の組み合わせであった。

4. 考察

4.1 リスク要因の特定

富山県のスギ林において発生した冠雪害に対して、ロジスティック回帰モデルおよび多項ロジット回帰モデルによりリスク要因の特定を行った。いずれのモデルにおいても、最適な説明変数の組み合わせは共通で「林齢、DBH、密度、品種、材積、標高、横断面係数、縦断面係数、地下開度、斜面方位」であった。これらに対する係数の推定値を表3に示す。正の推定量はリスクを高め、負の推定量はリスクを軽減する効果を意味する。

ロジスティック回帰モデルにより「林齢、材積、標高、横断面係数、地下開度、斜面方位」がリスクを高め、残りの「DBH、密度、品種、縦断面係数」がリスクを軽減する効果があると推定された。

リスクを高める6つの要因のうち、まず林齢に関しては、若い立木における外圧に対する耐性の強さ、老木の脆弱さを表していると考えられる。材積については、同一面積内に高い材積

表 2. 多項ロジット回帰モデルにおけるモデル選択結果. 変数の個数を固定して推定された最適モデル.

変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
林齢						○		○	○	○	○	○	○	○	○
DBH		○		○	○		○	○	○	○	○	○	○	○	○
樹高			○											○	
形状比											○		○	○	○
密度						○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
品種	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
材積							○	○	○	○	○	○	○	○	○
標高						○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
傾斜度					○										○
流出寄与域												○	○	○	○
湿潤度			○									○	○	○	○
横断面係数									○	○	○	○	○	○	○
縦断面係数										○	○	○	○	○	○
地上開度															○
地下開度				○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
斜面方位				○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
最適モデル										○					

表 3. 最適モデルにおける未知パラメータの推定値. 多項ロジット回帰モデルにおいては, 被害未発生を基準カテゴリーとした. 表中の***, **, *はそれぞれ p 値が < 0.001 , < 0.01 , < 0.05 を意味する.

変数	ロジスティック 回帰モデル	多項ロジット 回帰モデル		
	推定値	幹折	幹曲	根返
定数	-6.228*	-7.293**	-0.129	-1116.009
林齢	0.046**	0.048**	0.040	-10.587
DBH	-0.216***	-0.199***	-0.492*	-9.931
樹高	-	-	-	-
形状比	-	-	-	-
密度	-0.003***	-0.003***	-0.003	-0.083
品種	-2.295***	-2.484***	-0.927	31.286
材積	0.003**	0.003***	0.005	0.232
標高	0.007***	0.009***	-0.0001	0.825
傾斜度	-	-	-	-
流出寄与域	-	-	-	-
湿潤度	-	-	-	-
横断面係数	4.389**	4.185**	10.360	-46.171
縦断面係数	-19.088*	-21.339*	27.358	423.018
地上開度	-	-	-	-
地下開度	0.135***	0.142***	0.120*	14.826
斜面方位	0.008***	0.006***	0.009*	0.5202

量が存在する土地には細長い形状の立木が多く, 冠雪害に対して脆弱であることが予想される. 標高については, 一般的に標高が高いほど降雪量が多く, 冠雪害リスクが高まることは直感的に明らかなことであろう. しかし一方で, 標高の高い地域においては幼齢期のうちに冠雪害リスクの高い個体が雪圧害により淘汰され, リスクの低い個体が残るという見解も存在する(高

橋, 1977). このような現象は主に標高 400 m 以上で観察されるが, 今回は最も高い標高でも 264 m と比較的低かったため, このようなケースに相当しなかったと考えられる. 横断面係数については, 縦断面係数と併せて後に議論する. 地下開度について, この数値が高い地域は谷底あるいは凹型の地形であり, そのような土地のリスクが高いことを表している. 斜面方位については, 風上を 0 とする非負値を設定しており, 風下・風裏側のリスクが高いことを表している.

次に, リスクを軽減する 4 つの要因のうち, DBH に関しては太い立木の冠雪害に対する耐性が強いことを表している. 密度については, 一定面積内に数多くの立木が存在すれば, 一定降雪量を多数の立木に分散することにより, 単体の負荷が軽減されることを表していると考えられる. 品種については, タテヤマスギの冠雪害リスクが低いという結果であった. これは, 嘉戸 (2009) による富山県全体に関して 40 年間にわたる冠雪害と樹種の関連性に対する観察結果と一致する. 縦断面係数については, 前述の横断面係数とは逆の結果となった. つまり, 等高線方向に凹型かつ縦方向に凸型の地形におけるリスクが高いことを意味する. 単純な土地の凹凸でなく, その方向により影響が異なることに関する適切な解釈は現時点では難しい.

これらのリスク要因を, 立木の特性と地形要因により分類すると, 立木の特性としては「林齢(リスクを高める), DBH(リスクを軽減), 密度(リスクを軽減), 品種(リスクを軽減), 材積(リスクを高める)」であった. 品種間の違いがある上に, 細長な形状の立木における冠雪害の耐性が低いことが分かる. この点に関しては, 海外の針葉樹林 (Cremer et al., 1983) や広葉樹林 (Pellikka and Jarvenpaa, 2003) でも同様であることが確認されている. 一方で地形要因としては「標高(リスクを高める), 横断面係数(リスクを高める), 縦断面係数(リスクを軽減), 地下開度(リスクを高める), 斜面方位(リスクを軽減)」であった. 冠雪害には風の影響が強いたことが多くの先行研究で指摘されているが, 基本的には風の当たらない状況での冠雪害リスクが高いことが分かる. 実際に冠雪害は風下斜面で多く発生したという報告も数多い (高橋・新田, 1984 など). 冠雪害における風の影響については, 立木が風に揺られ樹冠に付着した冠雪が落下することにより負荷が軽減される効果が存在するが, 今回も同様な結果が得られた. しかしこれとは逆に, 強風により樹冠へ様々な方向から雪が付着し冠雪量を増大させる, あるいは風圧自体が立木に負担をかけ冠雪害リスクを高める効果も存在する. 風が冠雪害リスクにどのような影響を与えるかは, 気温・雪質・風速など様々な気象条件の影響を受けるため, 今回の「風により冠雪害リスクが軽減される」という結果は, 全ての状況に対する共通認識ではないことに注意が必要である.

次に, 多項ロジット回帰モデルによる結果に着目する. まずリスク要因についてはロジスティック回帰モデルと同じ 10 種類が選ばれた. 冠雪害の内訳について幹折れ, 幹曲がり, 根返りの 3 種類を考えたが「材積, 地下開度, 斜面方位」が全ての被害に共通でリスクを高める効果があり, 「DBH, 密度」がリスクを軽減する効果があると推定された. これらはロジスティック回帰モデルによる推定結果と一致し, 同様の解釈が可能である.

一方で, 残りの 5 変数「林齢, 品種, 標高, 横断面係数, 縦断面係数」については, 被害の種類によって未知パラメータの符号が異なった. 横断面係数と縦断面係数は土地の凹凸を表す指標であり, これらの係数の符号が異なる点については, ロジスティック回帰モデルと同様に解釈が難しい. 林齢については, 幹折れ, 幹曲がりに関してリスクを高め, 根返りに関してリスクを軽減する結果が得られた. この解釈として, 幹折れと幹曲がりについては地上部分, 根返りは地下部分(根系)に関する被害であることから, 林齢の高い立木においては十分な根張りがなされており根返りリスクを軽減する効果がある一方, 樹幹部分に関しては強度や柔軟性が失われることにより, 幹折れや幹曲がりといった地上部分のリスクが高まると考えられる. 品種に関しては, ボカスギ・カワダニスギに関する幹折れ・幹曲がりのリスクが高く, 根返りリ

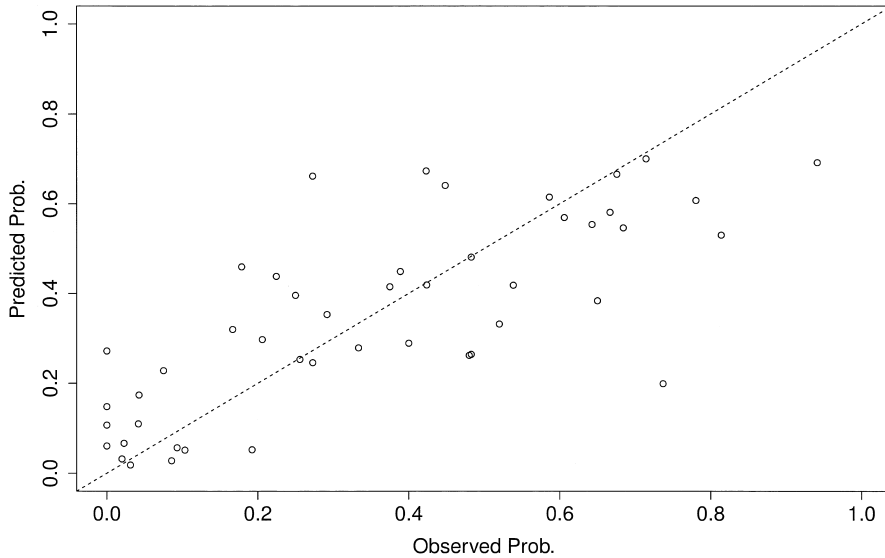


図1. ロジスティック回帰モデルによる、実測確率-予測確率プロット。横軸が実測確率，縦軸が予測確率を表す。

スクは低いという推定結果が得られた。これは嘉戸(2001)において観察されている、ボカスギの幹折れ割合が高いという結果と一致する。最後に、標高については幹曲がりのみ負の推定量(リスクを軽減する)が得られたが、これについては現時点で解釈が難しい。幹曲がりに関する係数の推定量の絶対値が小さいこと、あるいは p 値が高いことから、この要因の信頼性はそれほど高くはないとも考えられる。

4.2 結果の妥当性の検証

ここまでで得られた解析結果について、その妥当性を検証しよう。まず、リスク確率の予測値を算出し、実際の被害発生割合との関係からモデルの予測機能をチェックする。図1にロジスティック回帰モデルに基づく、実測-予測リスク確率プロットを示す。横軸が実測リスク確率、縦軸が予測リスク確率を表す。破線上において両者が一致するため、プロットはこの近傍にあることが望ましい。図2には、多項ロジット回帰モデルに基づく、実測-予測リスク確率プロットを示す。3種類の冠雪害(幹折れ、幹曲がり、根返り)が存在するので、各被害ごとにプロットを行った。図2の(a)が幹折れ、(b)が幹曲がり、(c)が根返りであり、これらを足し合わせたものが(d)である。幹曲がり、根返りについては、リスク確率が非常に低いものの、全体的な当てはまりは悪くないと見受けられる。

次に、感受性と特異性の概念を用いた評価を行う。ここで感受性とは高リスク群を正しく判別できる確率、特異性とは低リスク群を正しく判別できる確率であり、リスク予測能力を計る指標の1つである。感受性・特異性共に正解を得る確率であるので、両者共に高い状態が理想的であるが、この2つにはトレードオフの関係があるため同時に改善することは不可能である。表4にロジスティック・多項ロジット回帰モデルによる結果を示す。ただし、カットオフ値は、サンプル全体の平均を適用した。まず、ロジスティック回帰モデルにおいては、全サンプルの被害確率33.96%をカットオフ値と設定すると、感受性は80.54%(=654/(158+654))であり特異性は80.82%(=767/(767+654))であった(表4(a))。一方、多項ロジット回帰モデルにおい

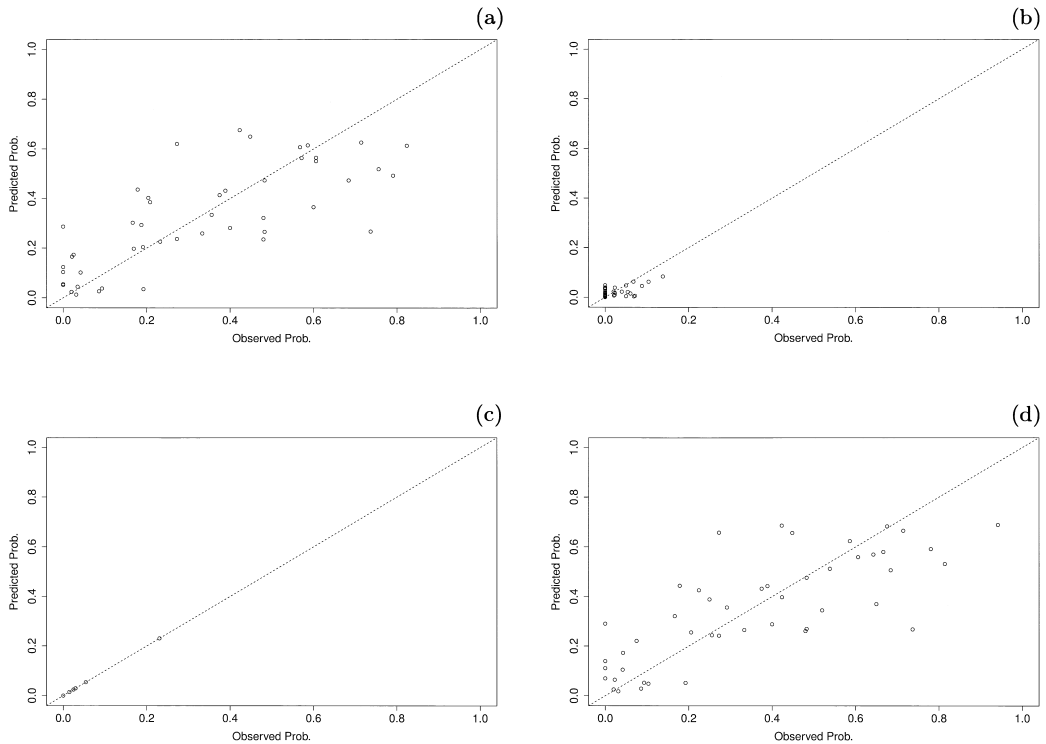


図 2. 多項ロジット回帰モデルによる、実測確率-予測確率プロット。横軸が実測確率、縦軸が予測確率を表す。(a)が幹折れ、(b)が幹曲がり、(c)が根返り、(d)はこれらを足し合わせたものである。

て幹折れ・幹曲がり・根返りを総合的に冠雪害とした場合の感受性は 86.70%であり、特異性は 80.82%であった(表 4 (b))。特異性は等しかったものの、感受性に関しては多項ロジット回帰モデルの方が優れているという結果であった。しかしいずれのモデルによっても、感受性・特異性共に 80%を超える高値であったので、リスク判別が機能していることが分かる。

5. おわりに

本研究において、冠雪害データに対してロジスティック回帰および多項ロジット回帰モデルを適用し解析を行った。多項ロジット回帰モデルを用いることにより、冠雪害のうち幹に関するものと根に関するもので顕著な違いが現れることを期待していたが、林齢と品種以外では予想と反する結果であった。その原因として、全サンプル 1761 本における冠雪害は 598 本 (34%) であったが、その内訳は、幹折れが 539 本(サンプル中 31%)、幹曲がりりが 39 本(サンプル中 2%)、根返りが 20 本(サンプル中 1%)と、被害の分布に大きな偏りがあり、推定結果が不安定となった可能性がある。例えば図 2 の (c) に見られるような過剰適合は、このことが原因である可能性がある。同様のデータをバランス良く集積することにより、解析の精度を向上させることが今後の課題の 1 つである。

本研究において用いた手法は非常に汎用的であり、他のリスク解析においても基本的な手法として適用可能である。今回、情報量規準として AIC を用いたが、他の規準量を用いても同

表 4. 高・低リスクの判別. カットオフ値は, 各災害発生確率の平均を用いた. 表 (a)–(e) のカットオフ値はそれぞれ, 33.96%, 30.61%, 2.21%, 1.14%, 33.96%である.

(a) ロジスティック回帰モデル

		実測値	
		低	高
予測値	低	767	158
	高	182	654

(d) 多項ロジット回帰モデル (根返り)

		実測値	
		低	高
予測値	低	1516	0
	高	0	245

(b) 多項ロジット回帰モデル (幹折れ)

		実測値	
		低	高
予測値	低	838	150
	高	134	639

(e) 多項ロジット回帰モデル (冠雪害)

		実測値	
		低	高
予測値	低	767	108
	高	182	704

(c) 多項ロジット回帰モデル (幹曲がり)

		実測値	
		低	高
予測値	低	892	234
	高	296	339

様の解析が可能である. 例えば AIC を修正した規準量として, ロジスティック回帰に関しては Yanagihara et al. (2003) が, 多項ロジット回帰に関しては Yanagihara et al. (2012) が存在する. これらは, AIC の持つバイアスを漸近展開を用いて補正したものであり, AIC において複雑なモデルを選択しがちな癖が修正されていることが数値実験により示されている. あるいは, BIC (Schwarz, 1978) や CV 規準量 (Stone, 1974) を用いるのも良いであろう. もし AIC で選択された最適モデルと, 他の規準量で選択された最適モデルが異なる場合には, デビアンズ (McCullagh and Nelder, 1989 参照) によりその優劣を決めるのも 1 つの解決策である.

最後に, 今回得られた結果が, 実際の林業にどのように貢献できるのかについて言及する. 今回の解析により, 冠雪害リスクの要因が特定され, またその強度が未知パラメータの推定量として得られた. このことにより, 説明変数さえ観測されればリスク確率の予測値が算出でき, 考察対象地域の説明変数に基づくリスクマップが作製されよう. このリスクマップを基に, 例えば冠雪害の危険度に応じた地帯区分を行い, 危険地域での造林を控えるといった施業プランニングが可能となる. あるいは危険地域においても, 冠雪害に弱い品種から強い品種へ転換したり, 間伐などを行い立木密度を調整して肥大成長を促すといった管理制御により, 冠雪害リスクに対する森林マネジメントに活用されることが期待される.

謝 辞

査読者より大変有益なコメントを頂きましたこと, 感謝申し上げます.

参 考 文 献

- Akaike, H. (1973). Information theory and an extension of the maximum likelihood principle, *2nd International Symposium on Information Theory* (eds. B. N. Petrov and F. Csáki), 267–281,

- Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Betson, R. P. (1964). What is watershed runoff?, *Journal of Geophysical Research*, **69** (8), 1541–1552.
- Beven, K. (1997). Topmodel: A critique, *Hydrological Processes*, **11**, 1069–1085.
- Cremer, K. W., Cater, P. R. and Minko, G. (1983). Snow damage in Australian pine plantations, *Australian Forestry*, **46**, 53–66.
- Kamo, K., Yanagihara, H., Kato, A. and Yoshimoto, A. (2008). Probability estimation of snow damage on sugi (*Cryptomeria japonica*) forest stands by logistic regression model in Toyama prefecture, Japan, *Journal of Forest Science*, **24**, 125–130.
- 加茂憲一, 柳原宏和, 嘉戸昭夫, 吉本 敦 (2009). 自然災害リスク評価のためのロジスティック回帰モデルと変数選択, *森林資源管理と数理モデル*, **8**, 137–152.
- 嘉戸昭夫 (2001). スギ人工林における冠雪害抵抗性の推定とその応用に関する研究, *富山林セ研報*, **14**, 1–78.
- 嘉戸昭夫 (2009). 冠雪害リスクが高い富山県のスギ林分と林木の特徴, *森林資源管理と数理モデル*, **8**, 45–61.
- 嘉戸昭夫, 関子光太郎 (2007). 富山県のスギ林における冠雪害の発生と林木および地形要因の関係, *森林資源管理と数理モデル*, **6**, 77–88.
- McCullagh, P. and Nelder, J. A. (1989). *Generalized Linear Models*, Chapman & Hall, London.
- Moore, I. D., Gessler, P. E., Nielsen, G. A. and Peterson, G. A. (1993). Soil attribute predicting using terrain analysis, *Soil Science Society of America Journal*, **57**, 443–452.
- Pellikka, P. and Jarvenpaa, E. (2003). Forest stand characteristics and wind and snow induced forest damage in boreal forest, *Proceedings of the International Conference on Wind Effect on Trees*, 269–276.
- Prima, O. D. A., Echigo, A., Yokoyama, R. and Yoshida, T. (2006). Supervised landform classification of Northeast Honshu from DEM-derived thematic maps, *Geomorphology*, **78**, 373–386.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model, *Annals of Statistics*, **6**, 461–464.
- Stone, M. (1974). Cross-validatory choice and assessment of statistical predictions, *Journal of the Royal Statistics Society, Series B*, **36**, 111–147.
- 高橋啓二 (1977). 『造林地の冠雪害とその対策』, 日本林業技術協会, 東京.
- 高橋亀久松, 新田隆三 (1984). 強風時の冠雪発達をもたらす被害分布の特徴, *日林論*, **95**, 309–310.
- Yanagihara, H., Sekiguchi, R. and Fujikoshi, Y. (2003). Bias correction of AIC in logistic regression models, *Journal of Statistical Planning and Inference*, **115**, 349–360.
- Yanagihara, H., Kamo, K., Imori, S. and Satoh, K. (2012). Bias-corrected AIC for selecting variables in multinomial logistic regression models, *Linear Algebra and Its Applications*, **436**, 4329–4341.
- 吉本 敦, 加茂憲一, 柳原宏和 (2012). 『Rによる環境データの統計分析』, 朝倉書店, 東京.

Snow Damage Analysis by Discrete Regression Models

Ken-ichi Kamo¹, Akio Kato² and Atsushi Yoshimoto³

¹Center for Medical Education, Sapporo Medical University

²Toyama Prefectural Agricultural, Forestry and Fisheries Research Center

³The Institute of Statistical Mathematics

The objective of this paper is to evaluate the risks of snow damage to Toyama prefecture's forests. It is well known that the risk probability of snow damage is affected by several factors including climate, weather, geography and forest stand conditions. In order to evaluate the risk of snow damage, discrete regression models, which are logistic regression and multinomial regressions, are applied. The factors that essentially affect risk probability are specified throughout the model selection procedure. The results indicate that areas with little wind or those with thin forest stands may have a high-risk probability of snow damage. The conclusions from this evaluation regarding risk probability should have broad implications on management techniques such as species control or thinning that are presently used to minimize snow damage.